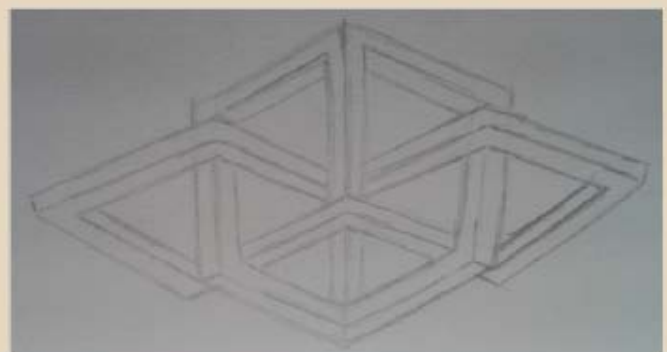
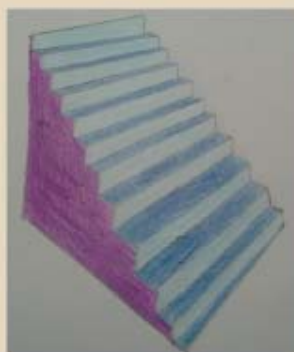
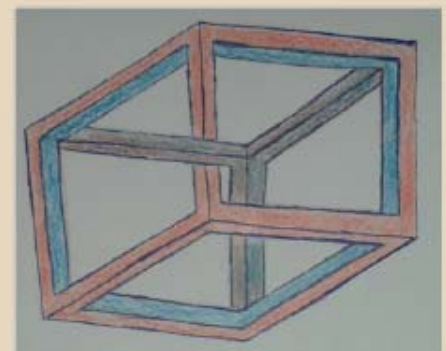
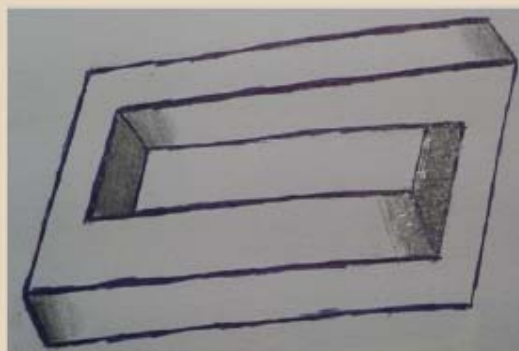
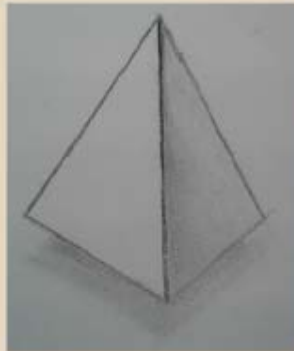


2013-14

"Δημιουργώντας Τέχνη με τα Μαθηματικά"

Ερευνητική Εργασία
Β' Τάξη



Εικόνα Εξώφυλλου: Δημιουργίες μαθητών.



Περιεχόμενα

Αντί Προλόγου	3
Γενικά Περί Τέχνης & Μαθηματικών	1
Υπερβολική Γεωμετρία	1
Αναμορφισμός	2
Η επίδραση του αναμορφισμού στο έργο των σύγχρονων καλλιτεχνών	5
Κυλινδρικός Αναμορφισμός	7
Τα δικά μας έργα με κυλινδρική αναμόρφωση	10
Maurits Cornelis Escher	14
Η μέθοδος του Escher	14
Op art	23
Εκφραστές της Op Art	25
Βίκτωρ Βαζαρέλι	26
David Hockney	27
Συμμετρία	29
Σφαιρική συμμετρία	29
Αξονική συμμετρία	29
Κατοπτρική συμμετρία	29
Συμμετρία κλίμακας	29
Συμμετρικά Σχήματα	30
Πλακοστρώσεις	38
Διάκριση Πλακοστρώσεων	38
Ψηφιακή Τέχνη	40
Fractal	47
Fractal Δημιουργίες	50
Δημιουργώντας με Προοπτική	56
Βιβλιογραφία	60



Αντί Προλόγου

Η Ερευνητική Εργασία "Δημιουργώντας Τέχνη με τα Μαθηματικά" υλοποιήθηκε στη Β' Τάξη του Πρότυπου Πειραματικού Γενικού Λυκείου Μυτιλήνης κατά το σχολικό έτος 2013-14. Οι μαθητές έχοντας ανακαλύψει τα μαθηματικά μέσα από την Τέχνη στο α' τετράμηνο, δημιούργησαν τα δικά τους έργα τέχνης, με αφετηρία και οδηγό τα Μαθηματικά. Δουλεύοντας σε ομάδες, αλλά και συλλογικά, βοηθώντας ο ένας τον άλλον ανάλογα με την ιδιαίτερη κλίση και τις δεξιότητές του, έδωσαν ζωή και χρώμα σε λευκές σελίδες χαρτιού.

Ο Ευκλείδης, ο Πυθαγόρας και ο Θαλής έγιναν γραμμές και όμορφα σχέδια, ο κύκλος και τα κανονικά πολύγωνα πλακοστρώσεις. Παίξαμε με "τους αγγέλους και τα διαβολάκια" του Escher. Ξεχνώντας για λίγο τον αγαπημένο μας Ευκλείδη περάσαμε στις διαστάσεις της Υπερβολικής Γεωμετρίας. Ζώντας στην εποχή μας, αξιοποιήσαμε τις ικανότητές μας στη χρήση των τεχνολογιών, όχι για να χαθούμε στα μέσα κοινωνικής δικτύωσης, αλλά για να δημιουργήσουμε μοναδικά Φράκταλ, και να φτιάξουμε το δικό μας λογισμικό κυλινδρικής αναμόρφωσης εικόνων.

Η κάθε ομάδα εργάστηκε στα δικά της ερευνητικά ερωτήματα και η τελική παρουσίαση διαφέρει από ομάδα σε ομάδα, παρουσιάζοντας τις διαφορετικές προσεγγίσεις και καλλιτεχνικές ανησυχίες. Τα όμορφα έργα Τέχνης που δημιουργήθηκαν δυστυχώς δεν μπορούν να ενσωματωθούν όλα στο κείμενο αυτό. Χωρίς πολλά λόγια, θέλουμε να μοιραστούμε μαζί σας, τις δημιουργίες μας.

Συμμετέχοντες Μαθητές:

- ΒΑΣΙΛΑΡΟΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ
- ΒΑΜΒΑΛΛΙΩΤΗΣ ΓΙΑΝΝΗΣ
- ΒΕΛΙΣΣΑΡΙΟΥ ΜΑΡΙΑ
- ΔΟΥΜΟΥΖΗ ΕΥΔΟΞΙΑ
- ΖΑΦΕΙΡΙΟΥ ΗΡΩ
- ΛΑΦΙΑΤΗΣ ΓΙΩΡΓΟΣ
- ΜΑΝΩΛΑΚΕΛΛΗΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ
- ΠΑΠΑΠΑΝΑΓΙΩΤΟΥ ΓΙΩΡΓΟΣ
- ΡΟΥΚΟΥΝΙΩΤΗ ΕΙΡΗΝΗ
- ΕΥΠΙΤΕΡΑ ΜΑΡΙΑΝΘΗ
- ΣΙΜΟΣ ΣΤΕΛΙΟΣ
- ΣΟΥΒΑΤΖΗ ΜΑΡΙΑ
- ΤΟΜΠΑΤΖΟΓΛΟΥ ΕΛΕΝΗ
- ΤΣΑΚΑΝΙΑ ΣΩΤΗΡΙΑ
- ΧΙΩΤΕΛΛΗΣ ΒΥΡΩΝ
- ΨΥΡΟΥΚΗΣ ΦΩΤΗΣ

Ένα μεγάλο ευχαριστώ στους συναδέρφους Γιαβρίμη Γεωργία, Δημητρίου Καίτη, Νείρο Αντώνιο και Μουτζουρέλλη Ειρήνη, για την πολύτιμη βοήθειά τους κατά την υλοποίηση αυτού του προγράμματος.

Η υπεύθυνη καθηγήτρια

Μαρία Ν. Γιαμαρέλου



Γενικά Περί Τέχνης & Μαθηματικών¹

Εδώ και χιλιάδες χρόνια οι άνθρωποι άρχισαν να καλλιεργούν την ψυχή τους μέσω της τέχνης. Η τέχνη βασίζεται στην εμπειρία και στο ταλέντο. Αποτελεί έναν ευρύτερης ερμηνείας όρο που χρησιμοποιείται για να περιγράψουμε την διαδικασία, της οποίας προϊόν είναι κάτι το μη φυσικό, το οποίο ακολουθεί τους κανόνες του δημιουργού. Μουσική, ζωγραφική, λογοτεχνία, ποίηση, θέατρο, γλυπτική είναι μερικά δείγματα τέχνης που ασχολήθηκαν οι άνθρωποι από τις αρχαίες εποχές. Αναμφίβολα η φιλοσοφία των μαθηματικών οδηγεί στην τέχνη. Συγκεκριμένα πηγή έμπνευσης στην τέχνη αποτέλεσε η Γεωμετρία. Γεωμετρία είναι ο κλάδος των μαθηματικών που ασχολείται με χωρικές σχέσεις, δηλαδή με τη σύνθεση του χώρου που ζούμε.

Υπερβολική Γεωμετρία

Η γεωμετρία αποτελεί μία οπτικοποίηση των μαθηματικών. Ένας καλλιτέχνης ζωγράφος, όπως και ένας επιστήμονας μαθηματικός, χρησιμοποιεί ευθείες, κύκλους, τρίγωνα, αφηρημένες τροχιές με τις οποίες προσπαθεί να περιγράψει στο έργο του αυτό που τον απασχολεί και θέλει να εκφράσει. Η υπερβολική γεωμετρία διαφέρει από την ευκλείδεια γεωμετρία. Για παράδειγμα, η ευκλείδεια ορίζει ότι, αν έχουμε μία ευθεία και ένα σημείο εκτός αυτής, τότε υπάρχει μονάχα μία ευθεία που μπορεί να διέλθει από το σημείο εκείνο και να είναι παράλληλη στην αρχική ευθεία. Στην υπερβολική γεωμετρία υπάρχουν πάντοτε πάνω από δύο τέτοιες ευθείες.

¹ Το υλικό που ακολουθεί είναι δημιούργημα όλων των μαθητών της Ερευνητικής Εργασίας. Καθώς η μια ομάδα συμπλήρωνε την εργασία της άλλης, θεωρήθηκε σκόπιμο να παρουσιαστεί το υλικό ως μια ολότητα. (Η υπεύθυνη καθηγήτρια)

Αναμορφισμός

Αναμόρφωση είναι μια διαστρεβλωμένη προβολή ή την προοπτική που απαιτεί ο θεατής να χρησιμοποιούν ειδικές συσκευές ή καταλαμβάνουν ένα συγκεκριμένο πλεονεκτικό σημείο για να σχηματιστεί η εικόνα. Η λέξη «αναμόρφωση» προέρχεται από το ελληνικό πρόθεμα ανα-, που σημαίνει πίσω ή ακόμη και τη λέξη «μορφή» που σημαίνει σχήμα ή μορφή.

Ιστορία του Αναμορφισμού

Η αφετηρία του αναμορφισμού βρίσκεται στις προϊστορικές βραχογραφίες στο Lascaux στις οποίες κυριαρχεί η τεχνική της αναμόρφωσης αφού οι οξείες γωνίες του σπηλαιού θα οδηγήσουν σε στρέβλωση από την πλευρά του θεατή καθώς ακόμη το μάτι του Λεονάρντο (Leonardo da Vinci, c. 1485) είναι η αρχαιότερη γνωστή οριστική παράδειγμα της προοπτικής αναμόρφωση στη σύγχρονη εποχή. Με την πάροδο του χρόνου, ο αναμορφισμός επιβίωσε μέσα από την τέχνη της ζωγραφικής. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί ο Hans Holbein, που είναι γνωστός για την ενσωμάτωση αυτού του αναμορφικού τεχνάσματος. Το έργο του «Οι πρέσβεις» είναι το πιο διάσημο παράδειγμα για την αναμόρφωση, στην οποία απεικονίζεται ένα παραμορφωμένο σχήμα που βρίσκεται διαγώνια στο κάτω μέρος του πλαισίου. Κατά τη διάρκεια του δέκατου έβδομου αιώνα, μπάροκ trompe l'oeil χρησιμοποίησε συχνά αυτή την τεχνική για να συνδυάσει την πραγματική αρχιτεκτονική με μια ψευδαίσθηση. Επιπλέον ο τρούλος της εκκλησίας του Αγίου Ignazio στη Ρώμη, ζωγραφισμένο από τον Andrea Pozzo, αντιπροσώπευε το αποκορύφωμα της ψευδαίσθησης. Συγκεκριμένα στον Pozzo ανατέθηκε να ζωγραφίσει την οροφή να μοιάζει με το εσωτερικό του τρούλου, αντί να οικοδομεί ένα πραγματικό θόλο. Στο δέκατο όγδοο και δέκατο ένατο αιώνα οι αναμορφικές εικόνες χρησιμοποιήθηκαν περισσότερο ως παιδικά παιχνίδια.





Εικόνα 1. The ambassadors, Hans Holbein the Younger, 1533.



Εικόνα 2. Καθολικός ναός του Αγίου Ιγνατίου Λογιόλα στη Ρώμη (16ος αι.). Giovanni Battista Gaulli, γνωστός ως Baciccio, δημιούργησε μια φανταστική τοιχογραφία στην οροφή που να μοιάζει σαν να ανεβαίνει στον ουρανό ή να κατεβαίνει στην κόλαση.





Εικόνα 3. Το 1674, ο Andrea Pozzo, μέλος του Τάγματος των Ιησουιτών, εφάρμοσε τα ταλέντα του στο υπόλοιπο της οροφής και των τοίχων του ναού.



Εικόνα 4. Το 1674, ο Andrea Pozzo, μέλος του Τάγματος των Ιησουιτών, εφάρμοσε τα ταλέντα του στο υπόλοιπο της οροφής και των τοίχων του ναού.

Η επίδραση του αναμορφισμού στο έργο των σύγχρονων καλλιτεχνών

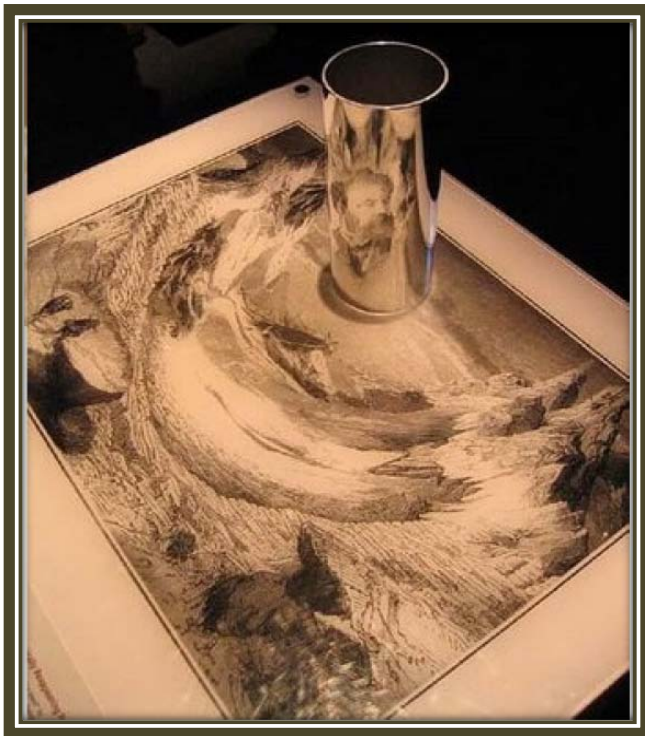


Αρκετοί καλλιτέχνες επηρεάστηκαν από το κίνημα του αναμορφισμού. Κυρίως ο Hans Hamngren δημιούργησε και έκθεσε πολλά παραδείγματα αναμόρφωση σε καθρέφτη κατά την δεκαετία του '60 και '70. Fujio

Watanabe, William Kentridge, István Orosz, Felice varini, Matthew Ngui, Kelly Houle, Nigel Williams, και Judy Γκρέις είναι καλλιτέχνες δημιουργούν αναμορφικές εικόνες. Μια άλλη μορφή της αναμορφικής τέχνης αποκαλείται «Αποψη Τέχνης». Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι οι ζωγραφιές με κιμωλία στο πεζοδρόμιο καθώς ακόμη και τέχνη αυτού του στυλ μπορεί να παραχθεί με τη λήψη μιας φωτογραφίας ενός αντικειμένου, βάζοντας ένα πλέγμα πάνω από την φωτογραφία, ένα άλλο, επίμηκες πλέγμα στο μονοπάτι που βασίζεται σε μια συγκεκριμένη προοπτική και έπειτα αναπαράγει ακριβώς το περιεχόμενο του ενός στο άλλο.







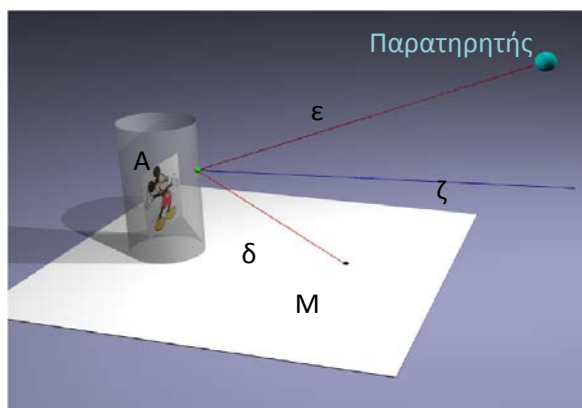
Εικόνα 6 Escher



Εικόνα 5. Istvan Orosz

Κυλινδρικός Αναμορφισμός

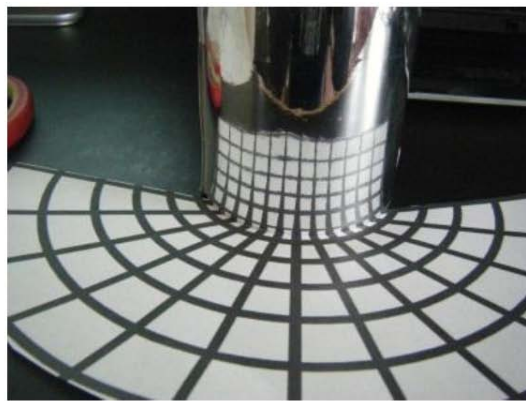
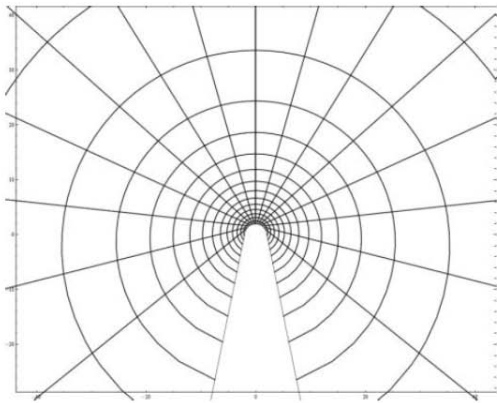
Η τέχνη του αναμορφισμού (anamorphic art) αναφέρεται στην αναμόρφωση στρεβλωμένων εικόνων με τη χρήση ενός καθρέφτη, συνήθως κυλινδρικού. Στην περίοδο της Αναγέννησης, οι ζωγράφοι αρέσκονταν στη γραμμική αναμόρφωση εικόνων οι οποίες έπαιρναν την κανονική τους μορφή όταν κάποιος τις έβλεπε υπό γωνία, όπως το έργο του Hans Holbein "The Ambassadors" (1533), το οποίο εμπεριέχει ένα "τεντωμένο" κρανίο. Στις μέρες μας, η τέχνη του αναμορφισμού έρχεται ξανά στο προσκήνιο μέσα από τα έργα καλλιτεχνών όπως οι István Orosz, Kelly M. Houle, Julia Beever και Felice Varini (Alexeev, 2007). Η τέχνη του αναμορφισμού βασίζεται στη σχεδίαση με προοπτική. Η σχεδίαση με προοπτική, είναι η σχεδίαση κατά την οποία τα αντικείμενα του τρισδιάστατου χώρου αποτυπώνονται στο δισδιάστατο επίπεδο διατηρώντας όμως την αίσθηση του βάθους τους. Οι κανόνες της προοπτικής, που τέθηκαν συστηματικά κατά την Αναγέννηση, αποτελούν τη βάση για την ανάπτυξη της Προβολικής Γεωμετρίας (Βασιλείου, 2012).



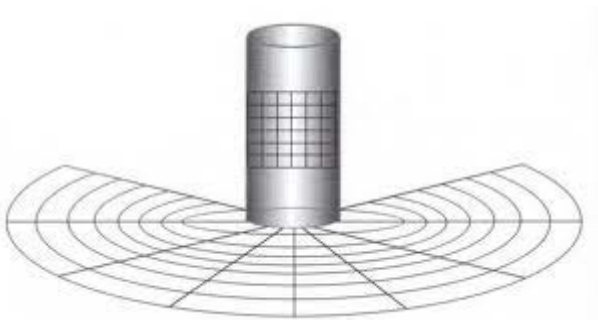
Δημιουργία στρεβλωμένης εικόνας (Spickler & Bergner, 2011)

Η δημιουργία μιας στρεβλωμένης εικόνας, ώστε να προκύπτει ο αναμορφισμός της με τη χρήση ενός κυλινδρικού καθρέφτη (Σχήμα 1), βασίζεται στα ακόλουθα στάδια (Massarelli, 2010; Spickler & Bergner, 2011):

1. Η αρχική εικόνα τοποθετείται στο κέντρο του κυλίνδρου, ενώ το κέντρο της βάσης του κυλίνδρου ορίζει την αρχή του συστήματος συντεταγμένων, όπου το επίπεδο του χαρτιού είναι το επίπεδο xy .
2. Από το σημείο του παρατηρητή φέρουμε ευθεία (ϵ) στο επιθυμητό σημείο της εικόνας.
3. Βρίσκουμε το σημείο τομής (A) της ευθείας (ϵ) με τον κύλινδρο.
4. Θεωρούμε την παράλληλη (ζ) προς το οριζόντιο επίπεδο (χαρτί) ευθεία από το σημείο A .
5. Βρίσκουμε τη γραμμή διάθλασης (δ) από το σημείο A .
6. Βρίσκουμε την τομή (M) της γραμμής διάθλασης και του οριζόντιου επιπέδου (χαρτιού), δηλαδή τη θέση σχεδίασης/αποτύπωσης του επιθυμητού σημείου στη στρεβλωμένη εικόνα.
7. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία για όλα τα σημεία της εικόνας δημιουργώντας τη στρεβλωμένη εικόνα.



Εικόνα 7. Μετατροπή πλέγματος σε κυλινδρικό (αριστερά) και η αναμόρφωση της εικόνας (δεξιά).



Εικόνα 8. Κυλινδρικό πλέγμα

Ο Zucker (1977) παρουσιάζει έναν από τους πρώτους κώδικες γραμμένο σε BASIC για τη δημιουργία τόσο της αρχικής όσο και της στρεβλωμένης εικόνας (κυλινδρική διαστρόφη), χρησιμοποιώντας εκτυπώσιμους χαρακτήρες αντί pixel και την εκτύπωσή τους υπό κλίμακα κατάλληλη για την προβολή της ορθής εικόνας σε κυλινδρικό καθρέφτη ακτίνας 3,2 cm. Επιπλέον, υπάρχει διαθέσιμο το λογισμικό Cylinder Reflection Generator Multi-Image Edition (Massarelli & Spickler, 2010), το οποίο μπορεί να δημιουργήσει τη στρεβλωμένη εικόνα έως και τεσσάρων αρχικών εικόνων.



Τα δικά μας έργα με κυλινδρική αναμόρφωση

Με το πρόγραμμα που φτιάξαμε

για ωραία φατσούλα...

(α)



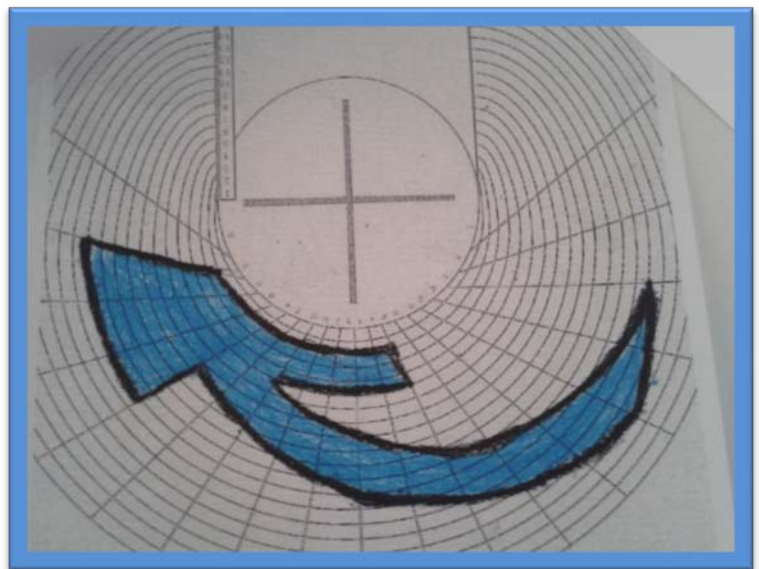
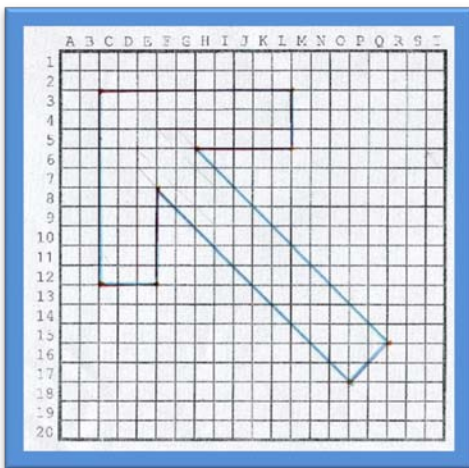
(β)

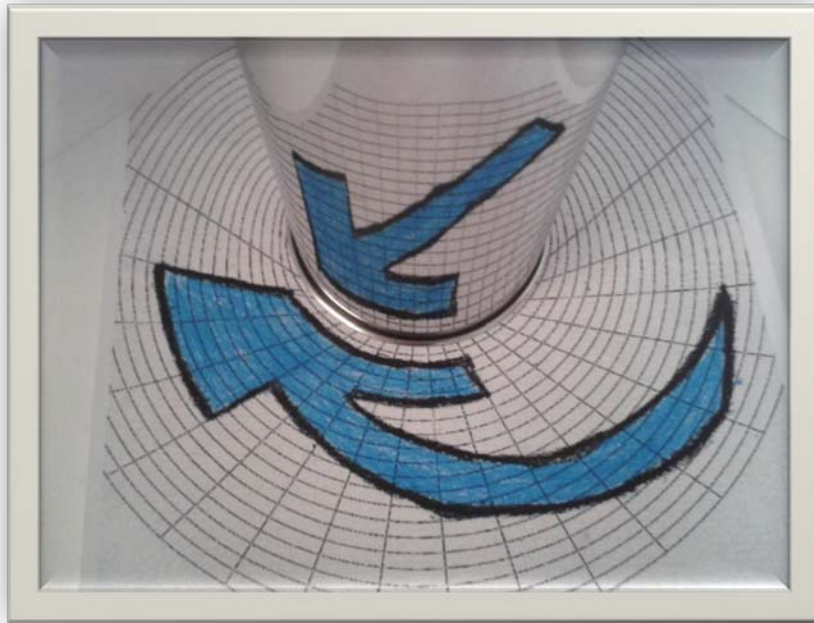


Δημιουργία αναμορφωμένης εικόνας: (α) με βάση την εκτύπωση της στρεβλωμένης εικόνας (β) με χρήση των σημείων ως οδηγό για τη σχεδίαση της στρεβλωμένης εικόνας.

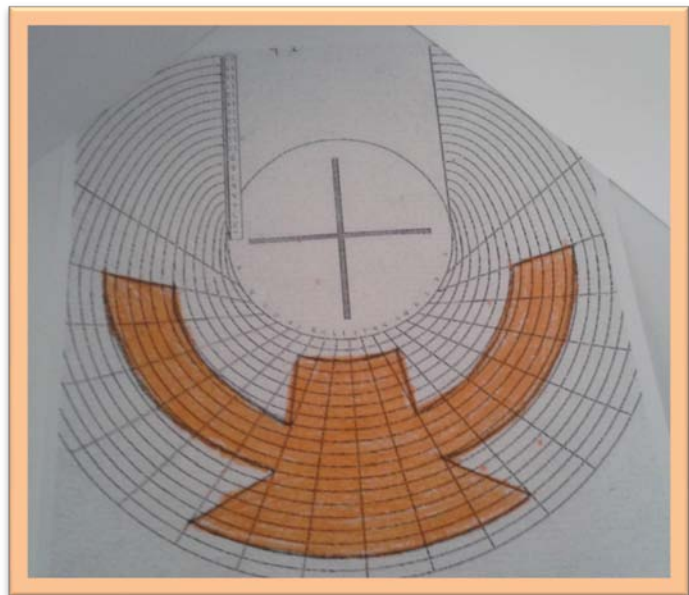
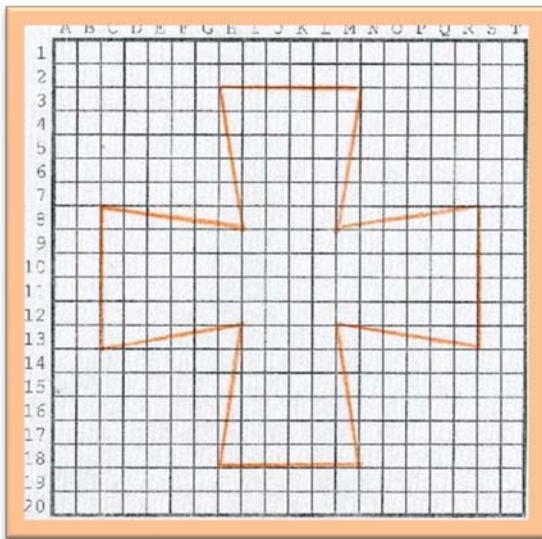
Χρησιμοποιώντας κατάλληλο κυλινδρικό πλέγμα

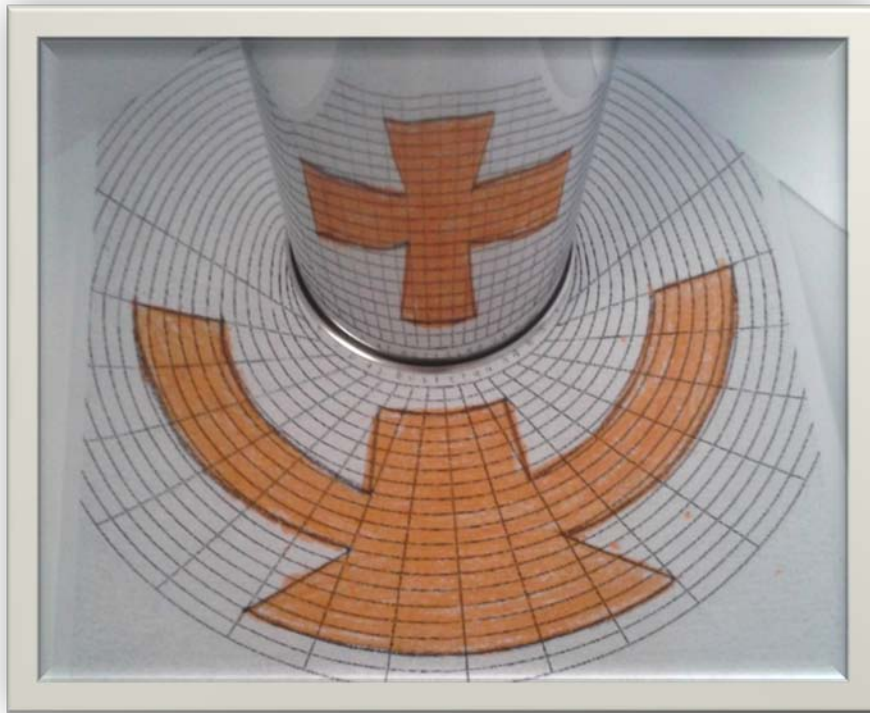
A) Το Βέλος



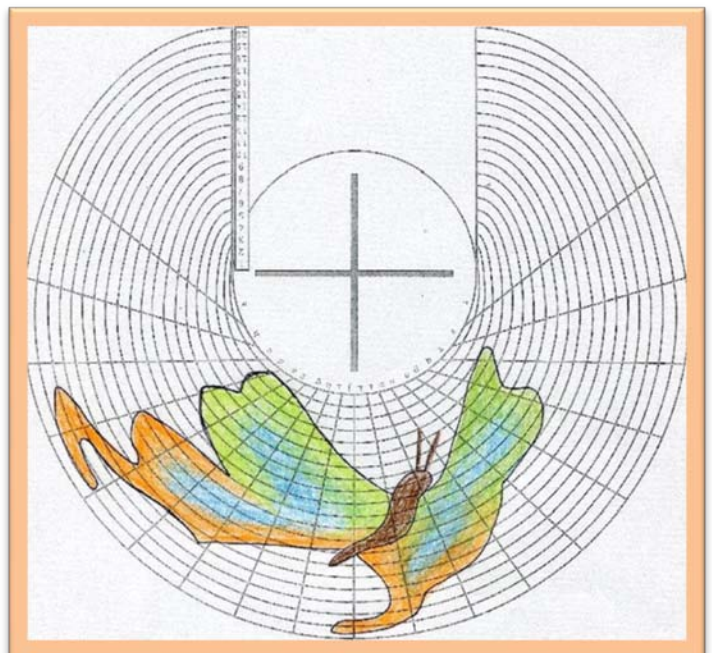
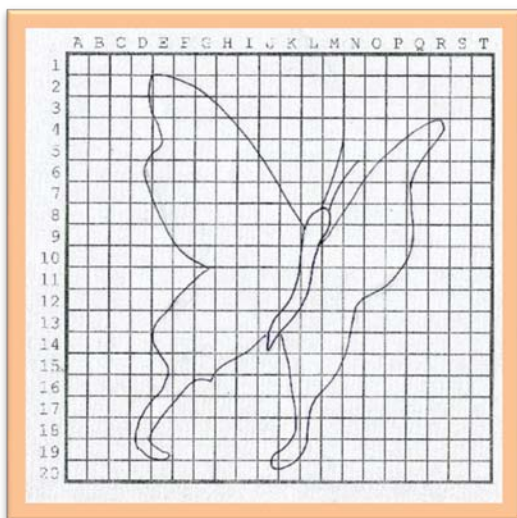


Β) Ο Σταυρός





Γ) Η Πεταλούδα





Maurits Cornelis Escher

Ο Maurits Cornelis Escher (17 Ιουνίου 1898 – 27 Μαρτίου 1972) ήταν Ολλανδός εικαστικός καλλιτέχνης. Εκτός από το σχέδιο και τη γραφιστική ο Escher, δούλεψε επίσης με τις τεχνικές της ξυλογραφίας, της λιθογραφίας και της χαλκογραφίας.

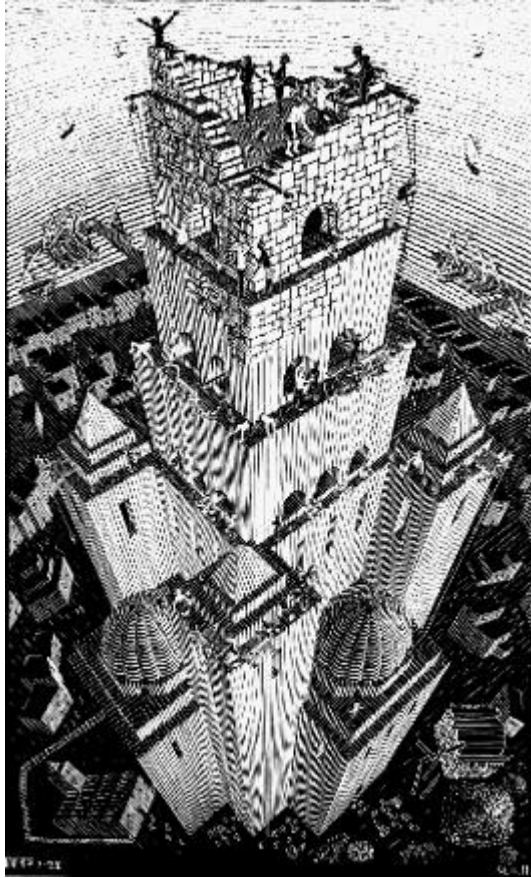
Κύριο στοιχείο της τέχνης του Escher είναι η απεικόνιση αδύνατων γραφικών παραστάσεων (ανθρώπων, ζώων, αντικειμένων κτλ.), οι οποίες δημιουργούν την ψευδαισθηση του απείρου, δηλαδή της ατελείωτης δημιουργίας σχεδίων ή οι «αδύνατες» παραδοξολογικές κατασκευές (κτήρια). Αυτή η ιδιαιτερότητα των σχεδίων του οφείλεται στην επιρροή που δέχτηκε ο Escher από τα μαθηματικά -με τα οποία παραδόξως δεν τα πήγε ποτέ καλά στο σχολείο- και ιδιαίτερα από αρχές της προβολικής γεωμετρίας, όπως και από τα πορίσματα και τις προτάσεις της μη Ευκλείδειας γεωμετρίας.

Η μέθοδος του Escher

Γεννημένος στην Ολλανδία στις 17 Ιουνίου 1889. Ο πατέρας του ήταν μηχανικός και αποφάσισε να παρατήσει την αρχιτεκτονική σχολή για να ακολουθήσει τις Γραφικές τέχνες. Ύστερα από το τέλος των σπουδών του ταξίδεψε στην Ιταλία όπου έζησε για 11 χρόνια. Κατά την διάρκεια αυτών των χρόνων ταξίδεψε στην Ιταλία και εμπνεύστηκε πολλά θέματα για τις



λιθογραφίες. Κάποια από αυτά έχουν γίνει διάσημα έργα του σήμερα.

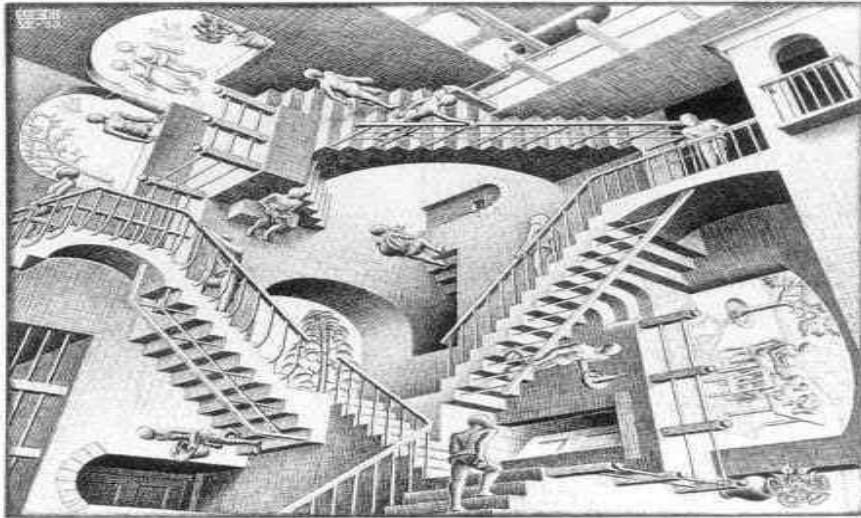


Εικόνα 9. Tower of Babel 1928 Woodcut. 386mm x 621mm.

Στα πρώτα έτη ο Escher σκιαγράφησε τα τοπία και τη φύση. Στα πρώτα χρόνια της καριέρας, το πρώτο καλλιτεχνικό του έργο, που ολοκληρώθηκε το 1922, απεικόνιζε οκτώ ανθρώπινα κεφάλια που χωρίζονται σε διαφορετικά επίπεδα. Αργότερα, γύρω στο 1924, έχασε το ενδιαφέρον για «κανονική διαίρεση» των αεροπλάνων, και στράφηκε στην σκιαγράφιση τοπιών της Ιταλίας. Η καλλιτεχνική του έκφραση δημιουργήθηκε από εικόνες που είχε στο μυαλό του παρά από ζωντανά παραδείγματα. Γνωστά παραδείγματα της καλλιτεχνικής του δημιουργίας αποτέλεσαν τα «Still Life and Street», «Sky and Water» και το «Ascending and Descending». Στη γραφική τέχνη του, απεικόνισε μαθηματικές σχέσεις μεταξύ των σχημάτων, τα στοιχεία και το χώρο. Επιπλέον, εξερεύνησε την σύμπλεξη στα στοιχεία με μαύρο και άσπρο για την ενίσχυση διαφορετικών διαστάσεων.



Μέχρι το 1950 ο Escher βρισκόταν στην αφάνεια, η εργασία του περνούσε απαρατήρητη αλλά τα επόμενα 6 χρόνια όλα άλλαξαν, καθώς μετά την πρώτη σημαντική έκθεση κατάφερε να γίνει διάσημος.



Στις αρχές του Β' παγκοσμίου πολέμου καταλήγει στο Μπαρν της Ολλανδίας όπου μένει μέχρι το τέλος της ζωής του. Το 1944 συλλαμβάνουν το δάσκαλο του επειδή ήταν εβραϊός και δεν τον ξαναείδε. Το 1946 με το τέλος του πολέμου οργανώνει μια γενική έκθεση προς τιμήν του δασκάλου του.



Έπειτα ακολουθούν επανωτές επιτυχίες. Ταξιδεύει σε διάφορες χώρες όπως ΗΠΑ, Καναδά, Ισπανία, Αγγλία. Το 1962 μπαίνει ξαφνικά στο νοσοκομείο

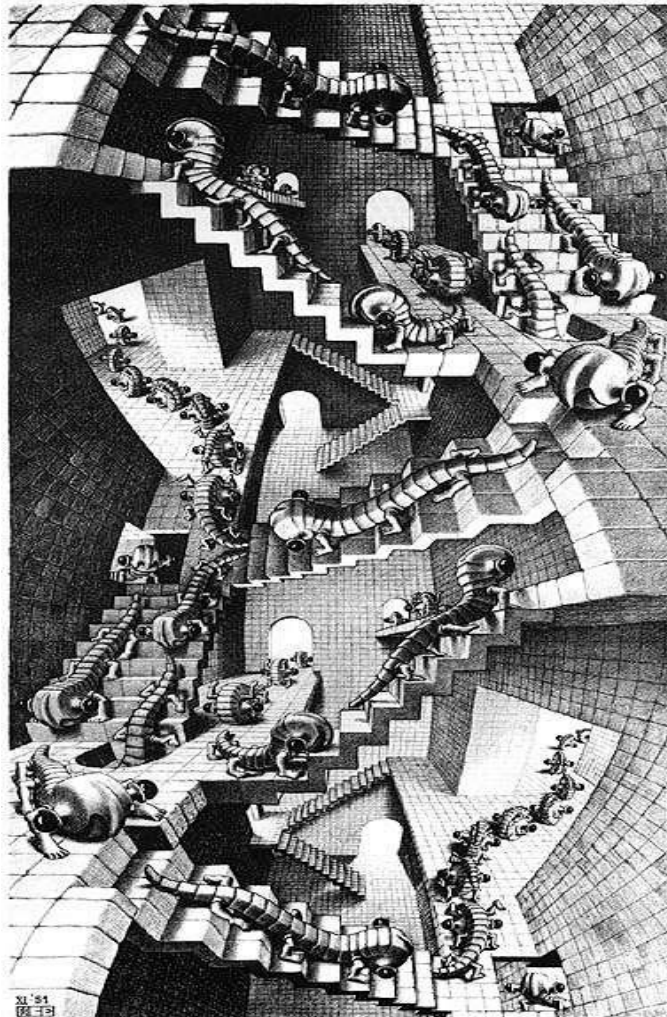
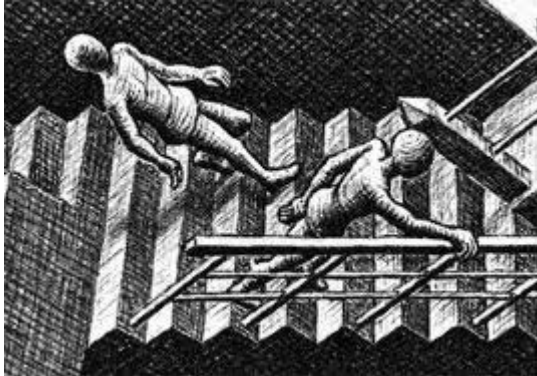
όπου νοσηλεύτηκε για μεγάλο διάστημα. Το 1968 η γυναίκα του τον εγκαταλείπει και φεύγει για την Ελβετία. Το 1970 ξαναμπάνει στο νοσοκομείο για νέα επέμβαση. Στις 27 Μαρτίου 1972 πεθαίνει, σε ηλικία 74 ετών.



Ειδικότερα σε ότι αφορά στο έργο του Escher φάνηκε από νωρίς πως άρχισε να τον ενδιαφέρει η έννοια της "απεικόνισης". Η μεταφορά, σημείο προς σημείο, με τη μεγαλύτερη δυνατή λεπτομέρεια, η φωτογραφική αναπαράσταση του αντικειμένου στο χαρτί. Αν δει κανείς τα πρώτα του έργα (τις στέγες των σπιτιών, τα δέντρα, τα έντομα...), έχει την αίσθηση ότι αντιμάχεται τη φωτογραφία, προσπαθώντας να δείξει ότι το ανθρώπινο μάτι και χέρι συλλαμβάνει λεπτομέρειες που ο φωτογραφικός φακός, της εποχής του έστω, θα άφηνε στη θαμπάδα και την αοριστία. Όσο περνάει ο καιρός ο Escher γίνεται όλο και πιο τολμηρός στις αναζητήσεις και τις έρευνές του. Αν και δεν είναι μαθηματικός, επηρεάζεται από τα μαθηματικά και δουλεύει στηριγμένος στις αρχές της προβολικής γεωμετρίας, ενώ συχνά γοητεύεται από τα πορίσματα και τις προτάσεις της μη-Ευκλείδειας γεωμετρίας. Φλερτάρει γοητευμένος με την έννοια του "αδύνατου" και ενδιαφέρεται γι' αυτό που θα μπορούσαμε να ονομάσουμε "λογική" του



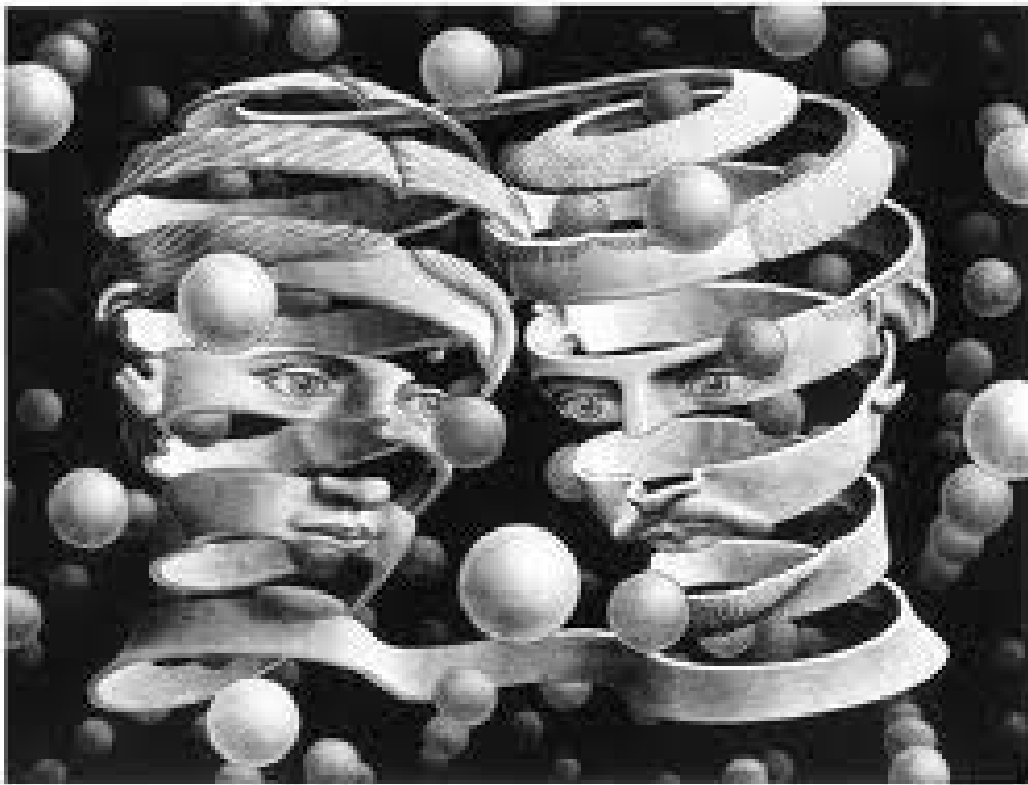
χώρου, όπως δείχνουν οι πολλές μελέτες του για τη διαίρεση της παραστατικής επιφάνειας.

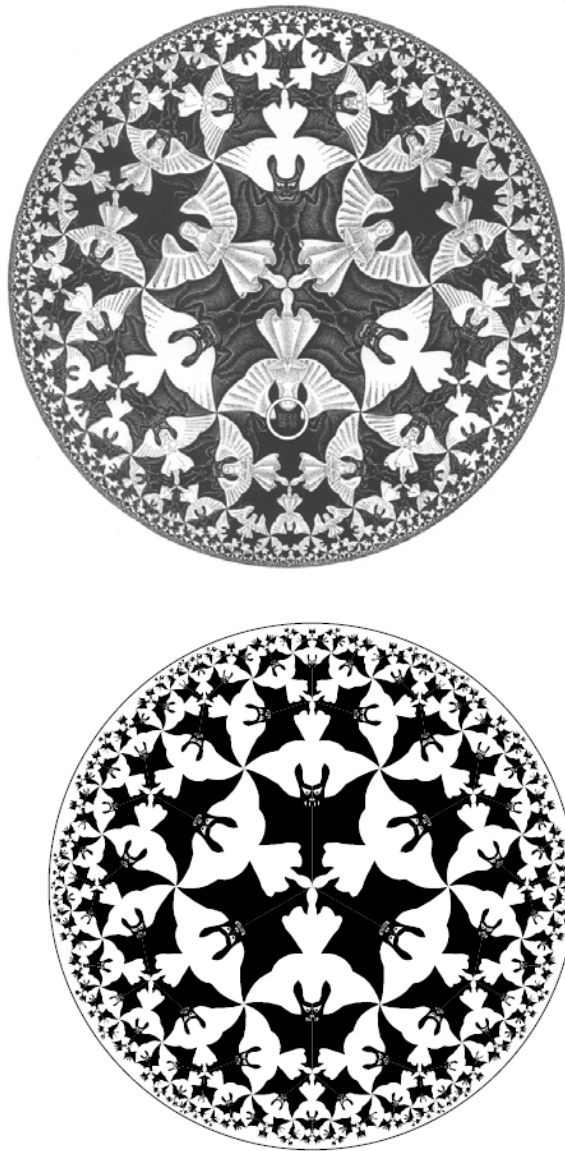


Γενικά έχει σα βάση ένα γεωμετρικό σχέδιο (ένα τρίγωνο, ένα κύκλο, μια σπείρα ή μια σφαίρα, ένα πολύγωνο ή ένα πολυέδρο), χρησιμοποιεί οπτικές

αντιφάσεις και τα χαρακτηριστικά του έχουν να κάνουν με τον άπειρο χρόνο και χώρο, τις συμμετρίες, τους δακτυλίους και τις σπείρες στο χώρο, τις αντανακλώμενες εικόνες, τις αντιστροφές, τις περιστροφές, τις σχετικότητες, τη σύγκρουση μεταξύ του επιπέδου και του χώρου. Γοητεύεται από τη σφαίρα και τις απίστευτες δυνατότητες διάπλασης της εικόνας που καθρεφτίζεται στην κοίλη επιφάνειά της. Παρακολουθεί με προσοχή τις διαφορές προοπτικής καθώς ένα μάτι βλέπει ένα κτίριο από ψηλά και από κάτω την ίδια στιγμή. Διακόπτει την εικόνα ενός προσώπου με ελικοειδείς περιοχές κενού. Πειραματίζεται με τους εγκιβωτισμούς των εικόνων, με τη συμμετρία και την αναστροφή, τον απασχολεί το κάτω και το πάνω. "Παίζει" με την ψευδαίσθηση, την ιδιότητα της ανθρώπινης νόησης να συμπληρώνει τα ελλείποντα μέρη μιας εικόνας. Στις πλακοστρώσεις, για τις οποίες ο Escher έγινε πολύ γνωστός καθώς χρησιμοποιούσε μια ιδιαίτερη τεχνική, τα "πλακίδια". Τα πλακίδια μπορεί να είναι πολυγωνικά, κυρτά ή μη ή να έχουν οποιοδήποτε περίγραμμα. Χρησιμοποιεί διάφορους μετασχηματισμούς συμμετρίας, περιστροφές και μεταθέσεις επαναλαμβάνοντας τις μορφές του και μάλιστα σε κάποια έργα του όλο και σε μικρότερες κλίμακες, για να μεταβιβάσει την αίσθηση του απείρου.

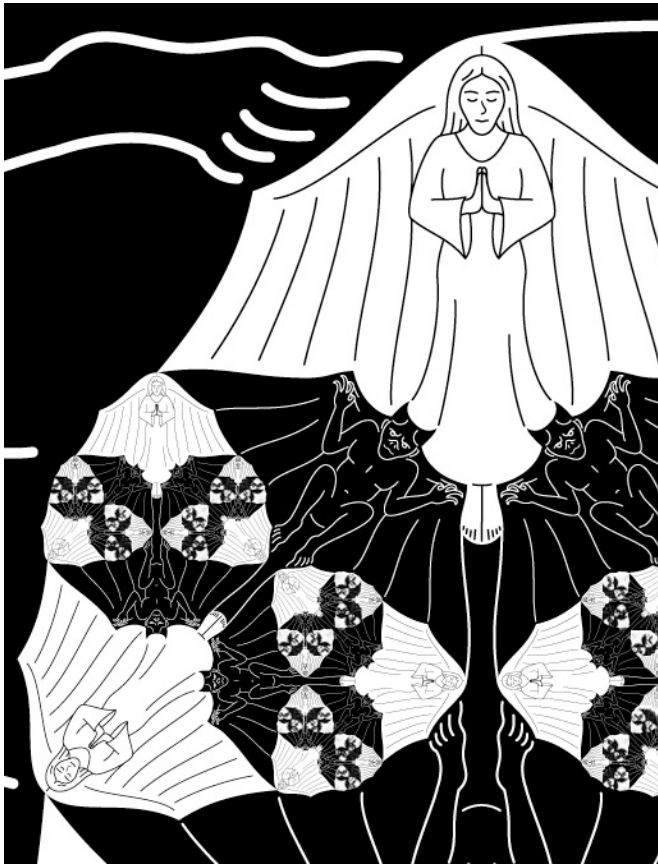




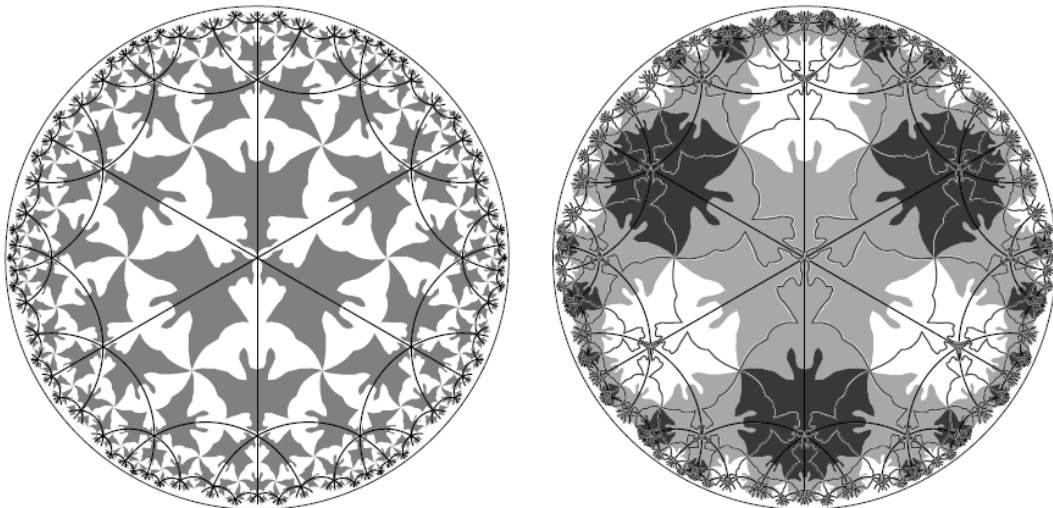


Εικόνα 10. Escher: Circle Limit IV



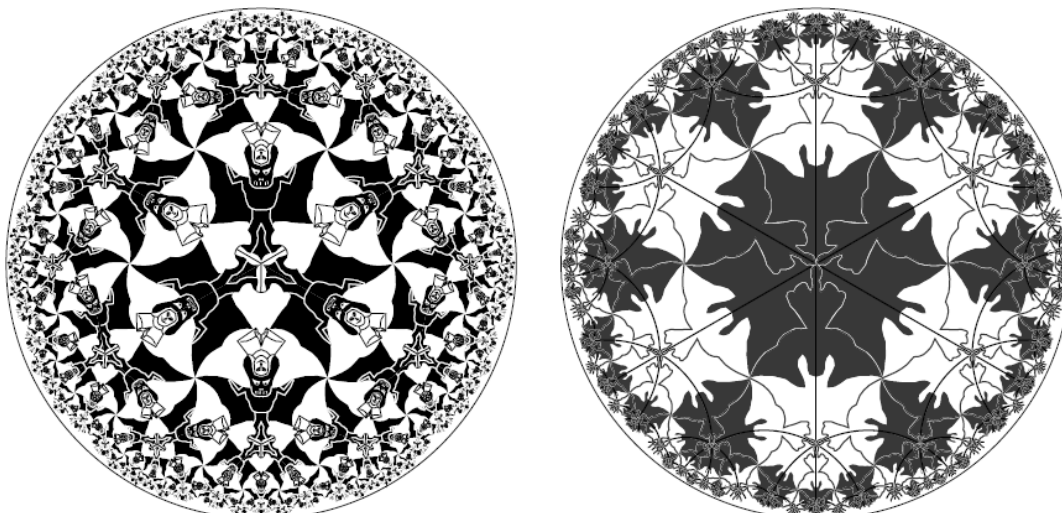


Εικόνα 11. Λεπτομέρεια από το έργο "Angles and Devils" (Escher).



Εικόνα 12. (α) Υπερβολικό Επίπεδο, χωρισμένο σε "τετράγωνα" από τους αμφίπλευρους άξονες συμμετρίας των αγγέλων και των διαβόλων, (β) σχήμα βασισμένο στο σχήμα Circle Limit IV.



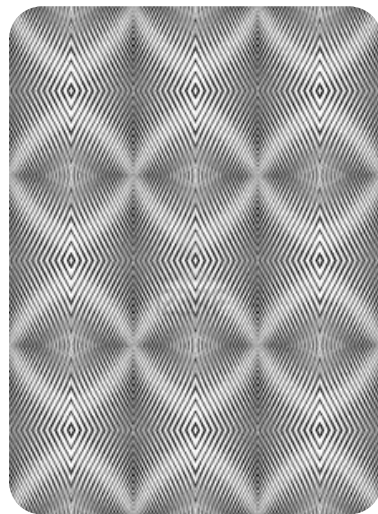
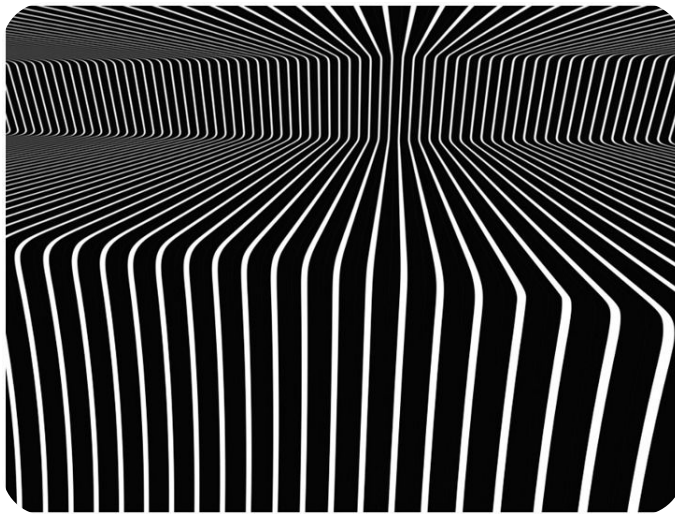
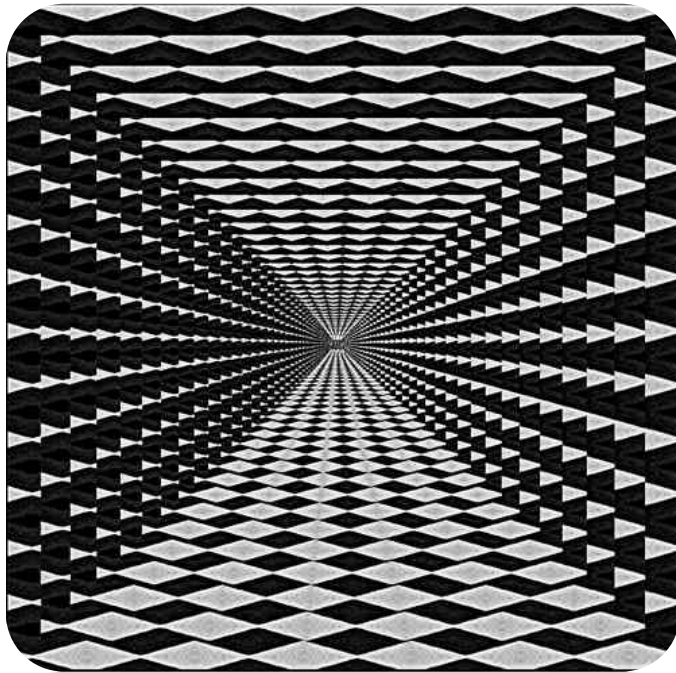


Εικόνα 13. Σχήματα βασισμένα στο σχήμα Circle Limit IV.

Op art

Η Οπ Αρτ ή αλλιώς Οπτική Τέχνη (Op-tical Art) είναι μια μορφή αφηρημένης, γεωμετρικής τέχνης που αναπτύχθηκε στην δεκαετία του 1960 και παρουσιάστηκε για πρώτη φορά στο περιοδικό Time της Νέας Υόρκης τον Οκτώβριο του 1964. Η Οπτική Τέχνη χρησιμοποιεί φαινόμενα οπτικής απάτης και οπτικών ψευδαισθήσεων με σκοπό την πρόκληση του θεατή. Τα έργα της δημιουργούν την ψευδαισθηση της κίνησης και ως πρώτα πρώιμα δείγματα του ρεύματος της Οπ Αρτ θεωρούνται οι πίνακες του Βικτώρ Βαζαρελί, κατά τη δεκαετία του 1930 και συγκεκριμένα έργα όπως η Ζέβρα (1938), μία ασπρόμαυρη σύνθεση που δίνει την αίσθηση μιας τρισδιάστατης εικόνας. Μέσα από τον πίνακα αυτό μπορεί κανείς να καταλάβει τι ακριβώς είναι η Op Art. Με τη χρήση του άσπρου και του μαύρου, δυο άκρως αντίθετων χρωμάτων, με την αλληλοδιαδοχή τους στα συνεχόμενα γεωμετρικά σχήματα και, τέλος, με την αλλαγή στο μέγεθός τους προς το κέντρο δημιουργείται η αίσθηση του βάθους και της κίνησης, κύρια χαρακτηριστικά της Op Art.

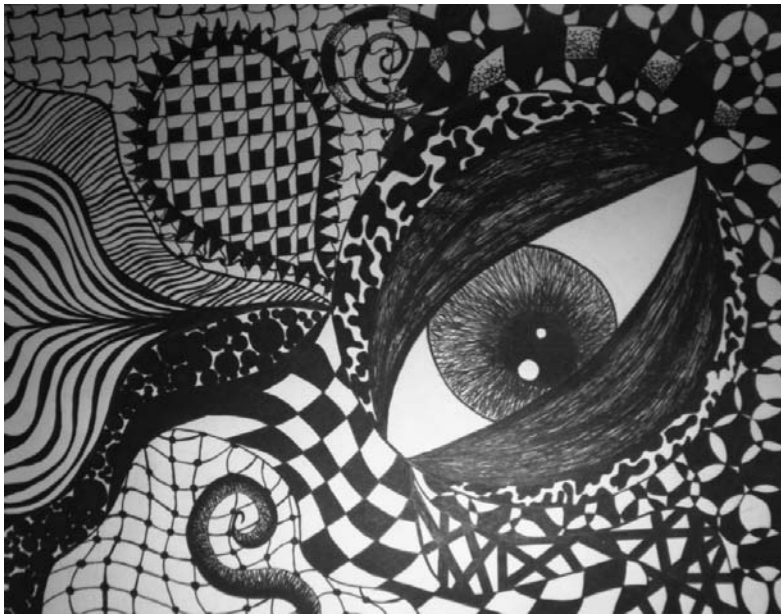




Εικόνα 14. Παραδείγματα Έργων της Op-Art



Από τις τέχνες της κίνησης, η Op Art (Οπτική τέχνη) κατατάσσεται παραδοσιακά στον τομέα της κινητικής τέχνης. Είναι μία τάση βασισμένη στις αναζητήσεις της οπτικής αντίληψης του ανθρώπου, στις έρευνες πάνω στις ιδιότητες του φωτός, στους διάφορους συνδυασμούς των χρωμάτων και σχημάτων στους χρωματισμούς και στα κινούμενα σημεία. Το κίνημα αυτό συνεχίζει τις πρωτοποριακές τάσεις του κονστρουκτιβισμού και του νεοπλαστικισμού και αναζητεί την προσαρμογή στο οπτικό δυναμικό περιβάλλον, που δημιουργεί ο τεχνολογικός πολιτισμός της εποχής μας. Εμφανίστηκε στην δεκαετία του '60 και ο όρος προτάθηκε για πρώτη φορά από τα περιοδικά «Time» και «Life» στα τέλη του 1964 αλλά καθιερώθηκε με την έκθεση ζωγραφικής «The Responsive Eye». Στην Op Art δεν είναι ευδιάκριτη η διαχωριστική γραμμή ανάμεσα στο καλλιτεχνικό ενδιαφέρον για τις ανωμαλίες της αντίληψης και στο επιστημονικό ενδιαφέρον για τη διαισθητική ικανότητα ή την αντιληπτική ευελιξία του ατόμου όταν δέχεται ένα οπτικό ερέθισμα.



Εκφραστές της Op Art

Πολλοί είναι οι εκπρόσωποι της Op Art. Ως πρώτα πρώιμα δείγματα του ρεύματος της Op Art θεωρούνται οι πίνακες του Βικτώρ Βαζαρελί, κατά τη δεκαετία του 1930 και συγκεκριμένα έργα όπως η Ζέβρα (1938), μία



ασπρόμαυρη σύνθεση που δίνει την αίσθηση μιας τρισδιάστατης εικόνας. Επίσης, ο David Hockney ένας από του κυριότερους εκφραστές της Op Art της δεκαετίας του 1960.

Βικτώρ Βαζαρελί

Ο Βικτώρ Βαζαρελί (ουγγρικά: Vásárhelyi Győző, προφέρεται Βάσαρχεγκι) (9 Απριλίου 1906 - 15 Μαρτίου 1997) ήταν Ούγγρος ζωγράφος της μοντέρνας τέχνης και διάσημος καλλιτέχνης κατά τη μεταπολεμική περίοδο. Ανήκε στην παράδοση του Μπάουχαους και του κονστρουκτιβισμού, ενώ ο ίδιος υπήρξε πρόδρομος της «οπτικής τέχνης» (Op Art) και κεντρική φυσιογνωμία των νεωτεριστικών τάσεων που απασχόλησαν την μεταπολεμική ευρωπαϊκή τέχνη.

Από νεαρή ηλικία έδειξε δείγματα της κλίσης του στη ζωγραφική και ο πρώτος του γνωστός πίνακας – ένα βουκολικό τοπίο – χρονολογείται στα 1918, όταν ήταν δώδεκα ετών. Αφού αποφοίτησε από το λύκειο, ξεκίνησε σπουδές ιατρικής στο πανεπιστήμιο της Βουδαπέστης, ωστόσο σύντομα τις εγκατέλειψε προκειμένου να αφοσιωθεί στην τέχνη.

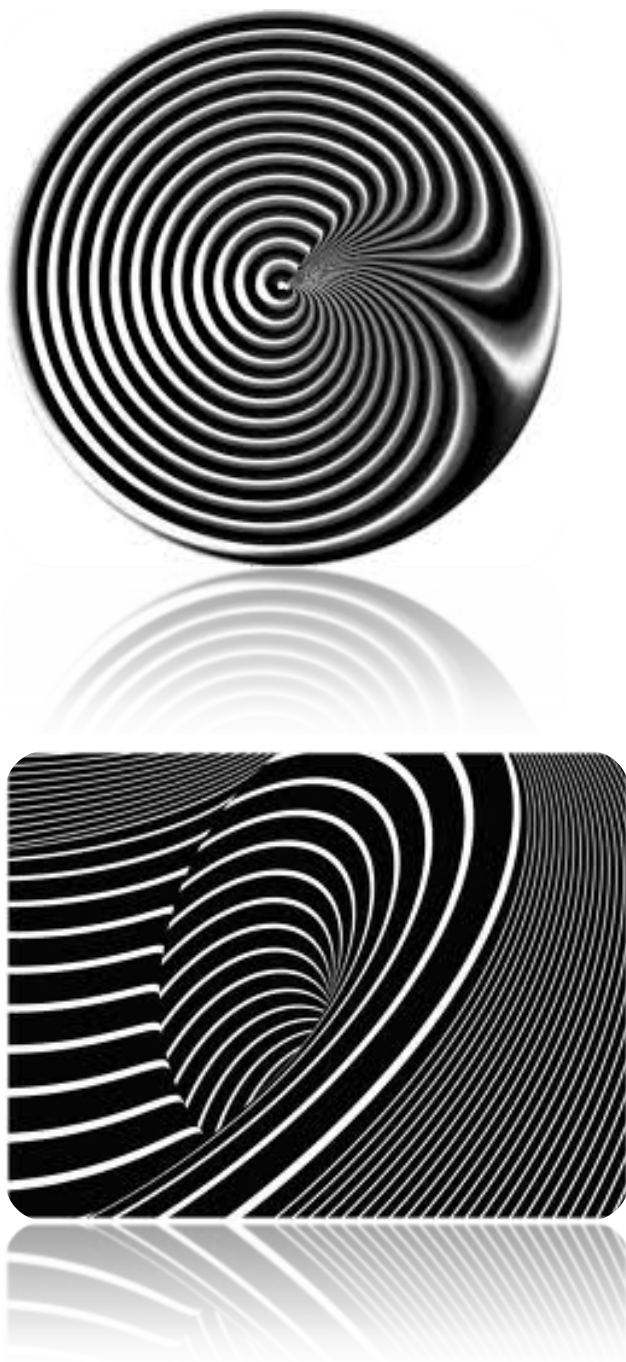
Το 1927 γράφτηκε στην ιδιωτική Ακαδημία Ποντολίνι-Φόλκμαν όπου έλαβε τις πρώτες του ακαδημαϊκές γνώσεις γύρω από τη ζωγραφική και ξεκίνησε να καλλιεργεί συστηματικά το ταλέντο του. Δύο χρόνια αργότερα, μετεγγραφή στη σχολή του Αλεξάντερ Μπόρντυϊκ, ο οποίος αναγνωριζόταν ως πρωτοπόρος της ουγγρικής τέχνης με επιρροές από τα διεθνή κινήματα και εκπρόσωπος του Μπάουχαους στη Βουδαπέστη. Η σχολή, που ονομαζόταν «Mihely» (Εργαστήριο), ήταν βασισμένη στα πρότυπα της σχολής Μπαουχάους της Βαϊμάρης και τα μαθήματα, τα οποία παραδίδονταν στο σπίτι του Μπόρντυϊκ, περιλάμβαναν θεωρία και πρακτική στην αρχιτεκτονική και τη ζωγραφική, με έμφαση στις γραφικές τέχνες και στην τυπογραφία. Εκεί, ο Βαζαρελί ήρθε σε επαφή με τις αρχές του αφηρημένου σχεδίου και άρχισε να απομακρύνεται από τις αντικειμενικές αναπαραστάσεις, όπως φαίνεται χαρακτηριστικά στα έργα Μπλε σπουδή (1930) και Πράσινη σπουδή (1929) εκείνης της περιόδου.

Το 1930 ο Βαζαρελί εγκαταστάθηκε στο Παρίσι, όπου ξεκίνησε να εργάζεται ως σχεδιαστής για λογαριασμό διαφημιστικών εταιριών, διατηρώντας παράλληλα μία απόσταση από τα καλλιτεχνικά δρώμενα της εποχής. Η ενασχόλησή του με το χώρο της διαφήμισης τον απασχόλησε σχεδόν αποκλειστικά κατά τα πρώτα δέκα χρόνια παραμονής του στο Παρίσι. Την ίδια περίοδο, επεξεργάζοταν την ιδέα να ιδρύσει μία σχολή στα πρότυπα του Μπάουχάους, στο Παρίσι, προσαρμόζοντας ορισμένα από τα έργα του στους σκοπούς της διδασκαλίας του. Για μία διετία, από το 1942 ως το 1944, έζησε εκτός Παρισιού και σε καθεστώς απομόνωσης, διάστημα κατά το οποίο αφοσιώθηκε στις γραφιστικές σπουδές του και στη μοντέρνα ζωγραφική, ειδικότερα στο έργο των Πάουλ Κλέε, Αντουάν Πέβονερ και Σοφί Τάουμπερ-Αρπ.

David Hockney

Ο Hockney γεννήθηκε στο Bradford της Αγγλίας, στις 9 Ιουλίου 1937 γεννημένος 9 Ιούλη του 1937. είναι ένας Άγγλος ζωγράφος, συντάκτης, χαράκτης, σκηνογράφος και φωτογράφος. Ζει σε Bridlington, East Riding of Yorkshire, και Kensington, Λονδίνο. Το έργο του διαπνέεται συνολικά από την πίστη του στην κοινωνική λειτουργία της τέχνης και την επιδίωξή του να ενσωματώσει το καλλιτεχνικό έργο στην καθημερινότητα. Ανέπτυξε μία εικαστική προσέγγιση που βασιζόταν στην άμεση οπτική αντίληψη του θεατή, ανεξάρτητα από το καλλιτεχνικό του υπόβαθρο ή την παιδεία του. Συχνά υποστήριζε πως η τέχνη του μέλλοντος θα έπρεπε να είναι προϊόν προγραμματισμού και μαζικής παραγωγής, με βάση το «πλαστικό αλφάβητο» που ο ίδιος επινόησε στη δεκαετία του 1950. Το έργο του Βαζαρελί απέκτησε μία νέα ώθηση στην προσπάθειά του να αναπαραστήσει την κίνηση και το χρόνο στις επίπεδες επιφάνειες που δημιουργούσε. Οι πίνακες του σχεδιάζονταν με τρόπο ώστε να γίνονται πλήρως αντιληπτοί μόνο μέσα από την κίνηση του θεατή, ο οποίος πλέον διαδραμάτιζε το δικό του ρόλο στην κατανόηση του καλλιτεχνικού έργου. Το 1955, με

πρωτοβουλία του Βαζαρελί, διοργανώθηκε η ομαδική έκθεση «κινητικής» τέχνης Le Mouvement (Η Κίνηση), στη γκαλερί της Ντενίζ Ρενέ.



Εικόνα 15. Παραδείγματα της Op Art.

Συμμετρία

Συμμετρία ονομάζεται η ιδιότητα μερικών γεωμετρικών σχημάτων στα οποία σε κάθε σημείο τους υπάρχει αντίστοιχο σημείο που ανήκει στο σχήμα και το μέσο αυτού του ευθύγραμμου τμήματος να ανήκει σε ένα στοιχειώδες γεωμετρικό σχήμα. δηλαδή ένα σημείο, μια ευθεία, ή ένα επίπεδο. Στον τρισδιάστατο ευκλείδειο χώρο υπάρχουν τρία είδη συμμετρίας:

Σφαιρική συμμετρία

Είναι η σημειακή συμμετρία ως προς το σημείο O : Για κάθε σημείο A του σχήματος, στο σχήμα ανήκει και το σημείο B , το οποίο ανήκει στο προεκτεταμένο ευθύγραμμο τμήμα AO έτσι, ώστε $AO=OB$.

Αξονική συμμετρία

Συμμετρία ως προς τον άξονα ε : Για κάθε σημείο A του σχήματος, στο σχήμα ανήκει και το σημείο B που βρίσκεται σε τέτοιο σημείο, ώστε να απέχει από την ευθεία ε απόσταση ίδια με το A και το ευθύγραμμο τμήμα AB να τέμνεται από την ευθεία ε .

Κατοπτρική συμμετρία

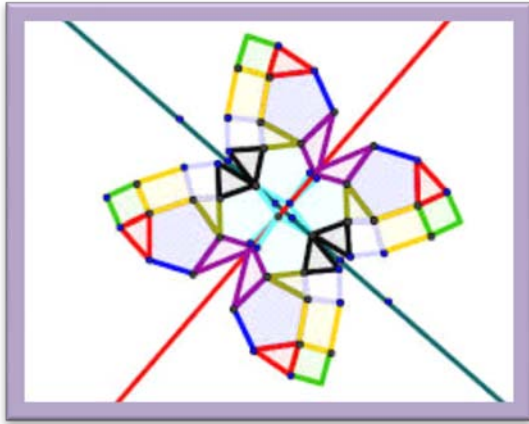
Συμμετρία ως προς επίπεδο Π : Για κάθε σημείο A του σχήματος, στο σχήμα ανήκει και το σημείο B που βρίσκεται σε τέτοιο σημείο, ώστε να απέχει από το επίπεδο Π απόσταση ίδια με το A και το ευθύγραμμο τμήμα AB να τέμνεται κάθετα από το επίπεδο Π . Η κατοπτρική συμμετρία εμφανίζεται στους καθρέφτες.

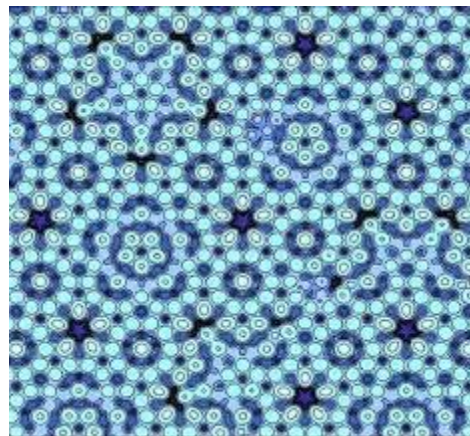
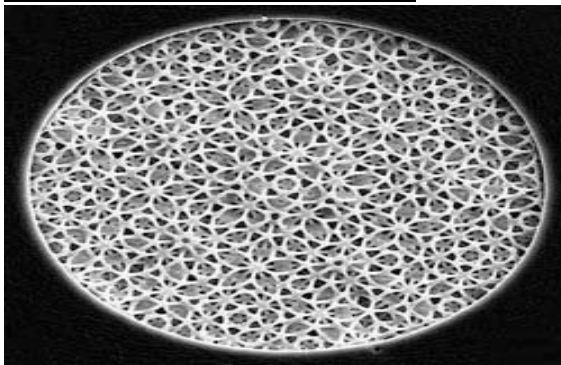
Συμμετρία κλίμακας

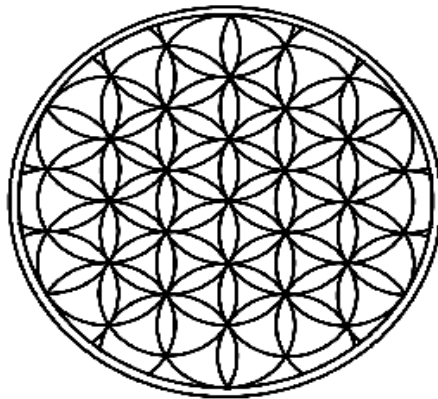
Η συμμετρία υπό κλίμακα εμφανίζεται στις αυτοόμοιες δομές, τα φράκταλ. Οι δομές αυτές αναπαράγουν τον εαυτό τους στο χώρο, με ελάχιστη διαφοροποίηση σε σχήμα από το αρχικό μοτίβο αλλά σε άλλο μέγεθος, καθώς εξελίσσονται.



Συμμετρικά Σχήματα



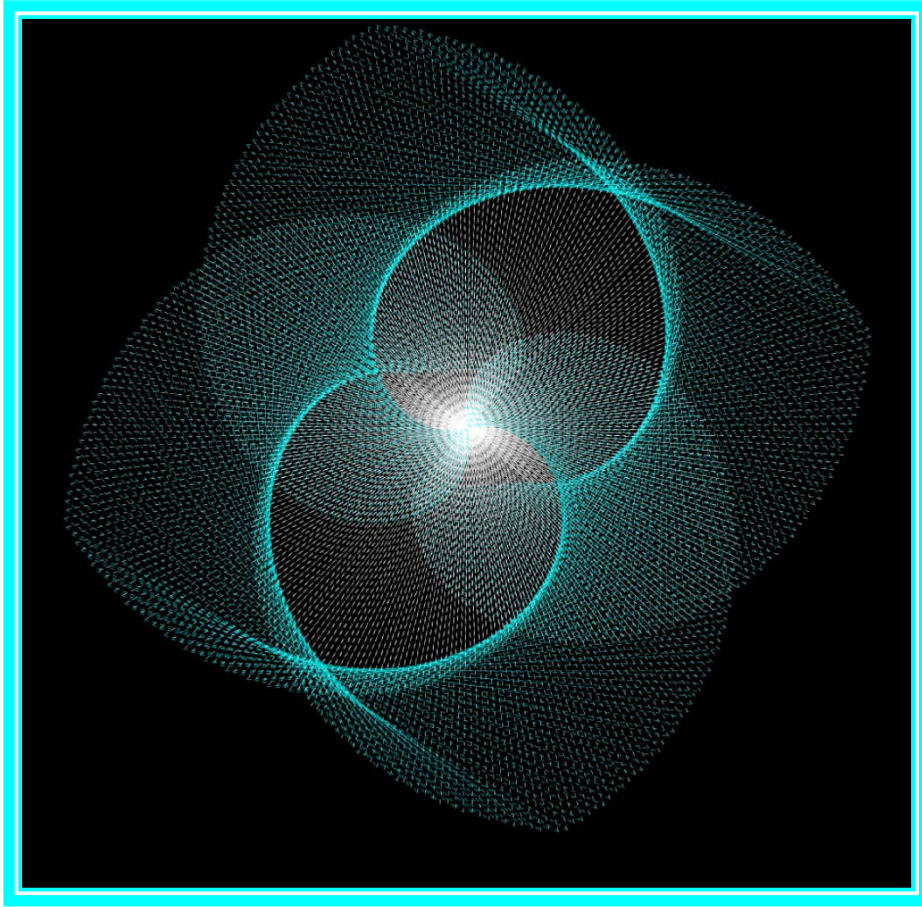




Με τη βοήθεια των μαθηματικών μας γνώσεων κατασκευάσαμε σχήματα που βασίζονται στη συμμετρία.

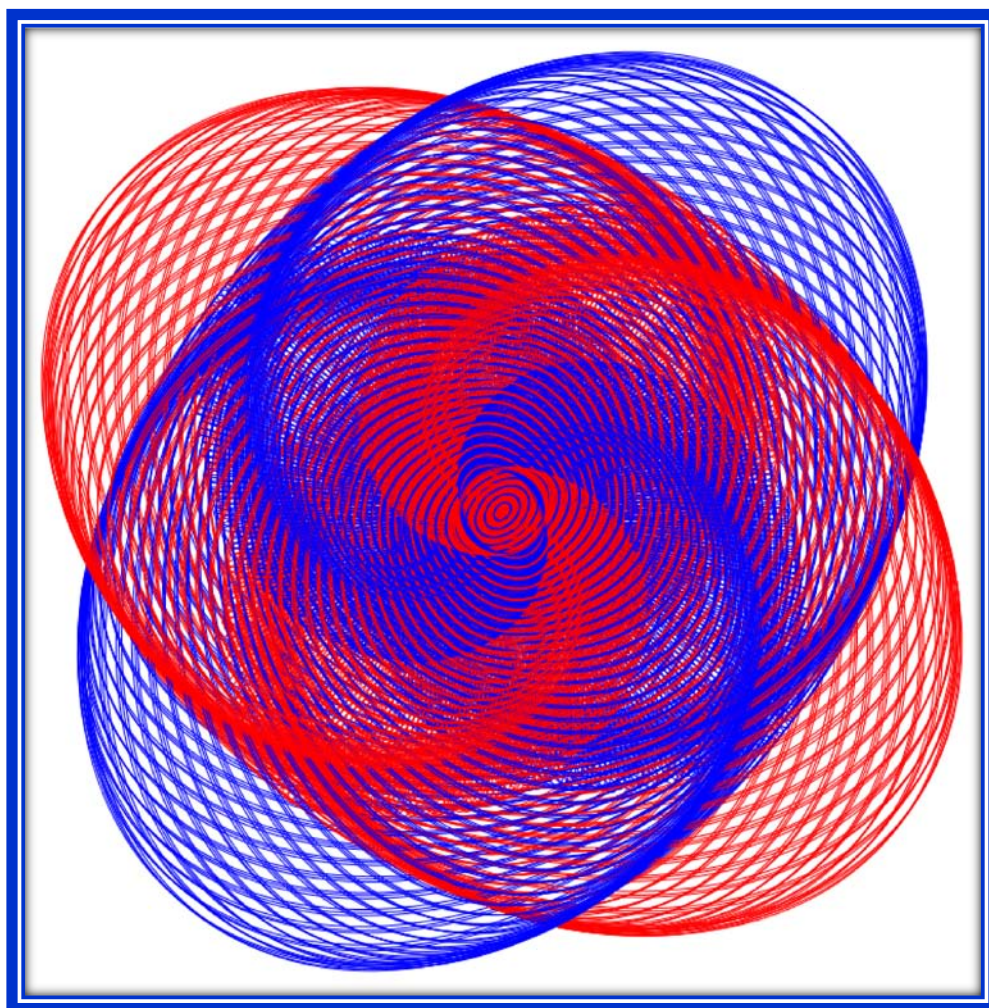
Στα πρώτα μας σχήματα συνδυάσαμε διάφορες κωνικές τομές² πχ κύκλους, ελλείψεις κτλ. Έπειτα θέσαμε τις κωνικές αυτές τομές σε κυκλική και αύξουσα κίνηση, δημιουργώντας έτσι ένα μοτίβο σχημάτων.

² Κωνική τομή ονομάζεται μία καμπύλη που προκύπτει από την τομή κώνου και επιπέδου, ή ακριβέστερα, από την τομή ενός επιπέδου με δύο ίσες ορθές άπειρες κωνικές επιφάνειες που έχουν κοινό άξονα και συνδέονται στην κορυφή τους.



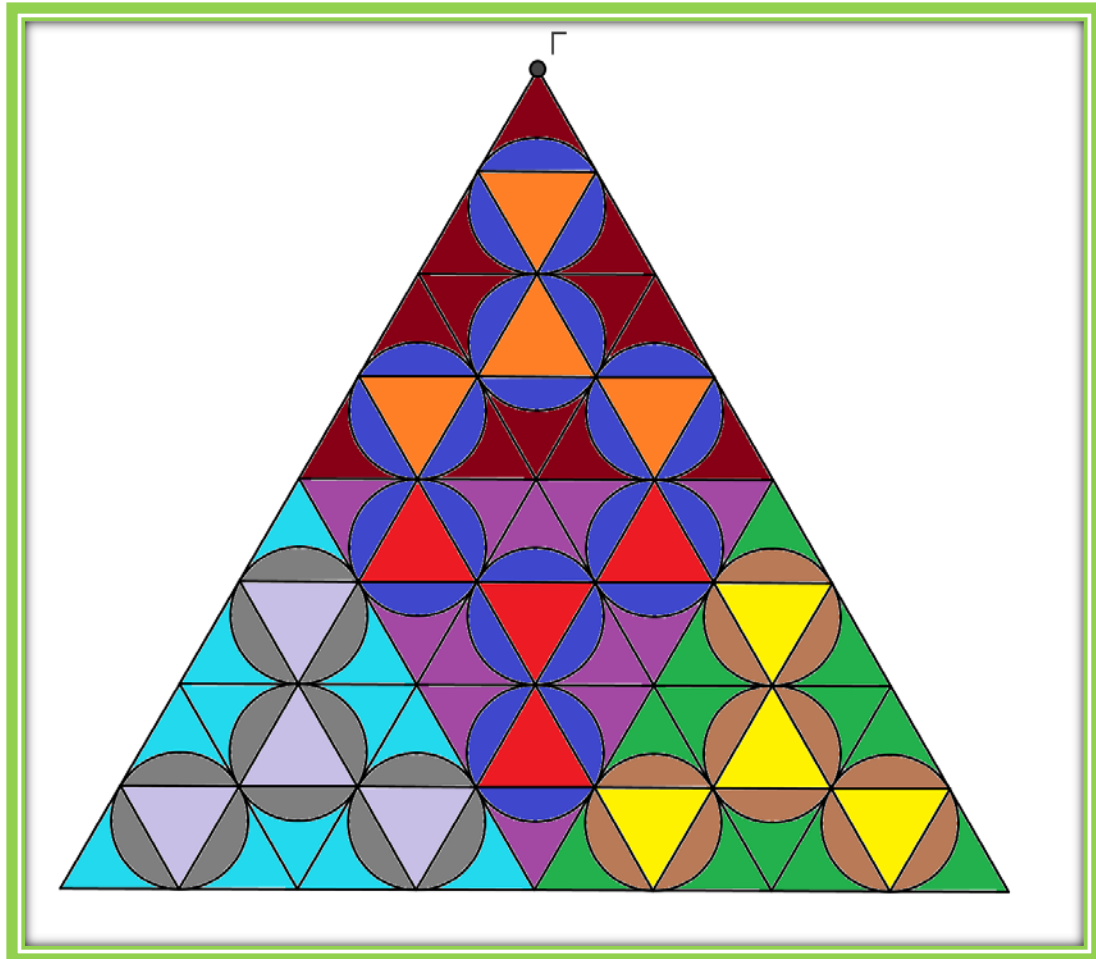
1ο ΣΧΗΜΑ

Στο πρώτο μας σχήμα δημιουργήσαμε αρχικά έναν κύκλο, του οποίου η ακτίνα αυξομειωνότανε. Έπειτα θέσαμε σημεία πάνω στον κύκλο (τις εστίες από τις ελλείψεις), τα οποία μπορούν να κινούνται πάνω συν περιφέρεια του κύκλου.



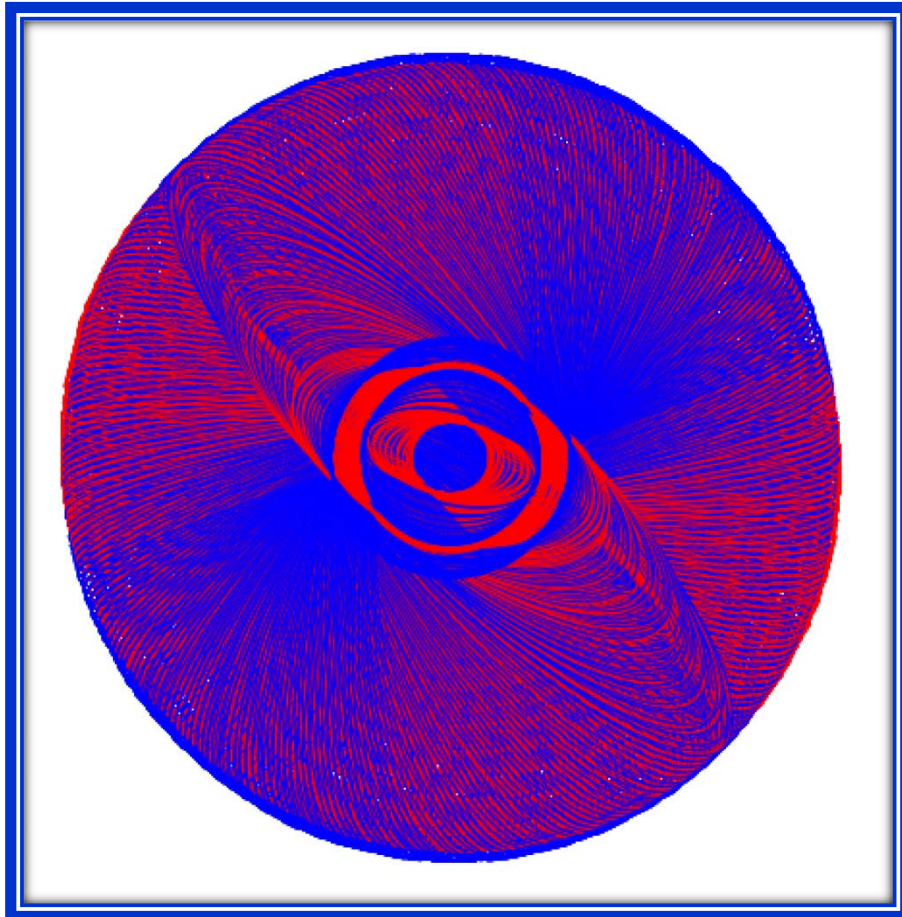
2ο ΣΧΗΜΑ

Στο δεύτερό μας σχήμα σχεδιάσαμε τρίγωνα και κύκλους συμμετρικά προς τον εαυτό τους ξανά και ξανά.



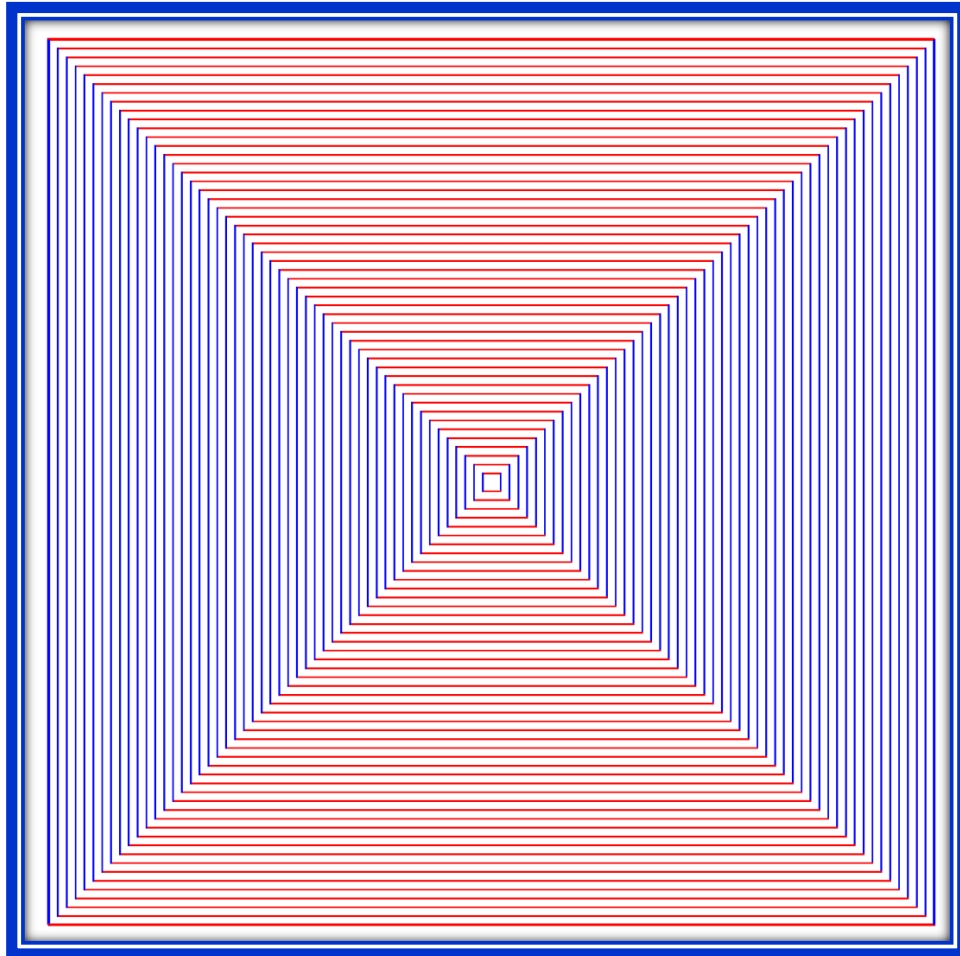
3ο ΣΧΗΜΑ

Στο τρίτο μας σχήμα δημιουργήσαμε αρχικά ομόκεντρους κύκλους, των οποίων η ακτίνα αυξομειωνότανε. Ακόμη θέσαμε δύο συνευθειακά σημεία σε κάθε κύκλο και τα αντιστοιχήσαμε ως εστίες για κάθε διαφορετική έλλειψη.



4ο ΣΧΗΜΑ

Στο τέταρτο μας σχήμα δημιουργήσαμε έναν κύκλο, του οποίου η ακτίνα αυξομειωνότανε. Τοποθετήσαμε 4 σημεία, τα οποία σημεία δημιουργούσαν ευθείες κάθετες. Ενώσαμε τα σημεία (αποτελέσαν τις πλευρές του τετραγώνου) και τα θέσαμε σε κίνηση πάνω στην περιφέρεια του κύκλου.



Πλακοστρώσεις

Γνωρίζουμε από τη Γεωμετρία πως τα πολύγωνα είναι κλειστές τεθλασμένες γραμμές που ορίζουν μια κυρτή πολυγωνική επιφάνεια (δηλαδή είναι μονοδιάστατα γεωμετρικά αντικείμενα). Συχνά όμως για απλότητα, όταν λέμε πολύγωνο, εννοούμε κυρτές πολυγωνικές επιφάνειες που είναι διοδιάστατα γεωμετρικά αντικείμενα. Οι πλακοστρώσεις είναι ένα γεωμετρικό παιχνίδι με τους παραπάνω τρεις περιορισμούς. Στις πλακοστρώσεις με πολύγωνα προστίθεται και ένας τέταρτος: Τα κομματάκια που χρησιμοποιούμε είναι κυρτά πολύγωνα. Το πρόβλημα λοιπόν είναι να «γεμίσουμε» το επίπεδο χωρίς κενά και επικαλύψεις, με τα πλακάκια – κομματάκια που μας δίνονται. Θα δούμε ότι αυτό δεν είναι πάντα εφικτό.

Διάκριση Πλακοστρώσεων

Για να μελετήσουμε καλύτερα τις πλακοστρώσεις με πολύγωνα, τις διακρίνουμε καταρχήν στις ακόλουθες δύο κατηγορίες:

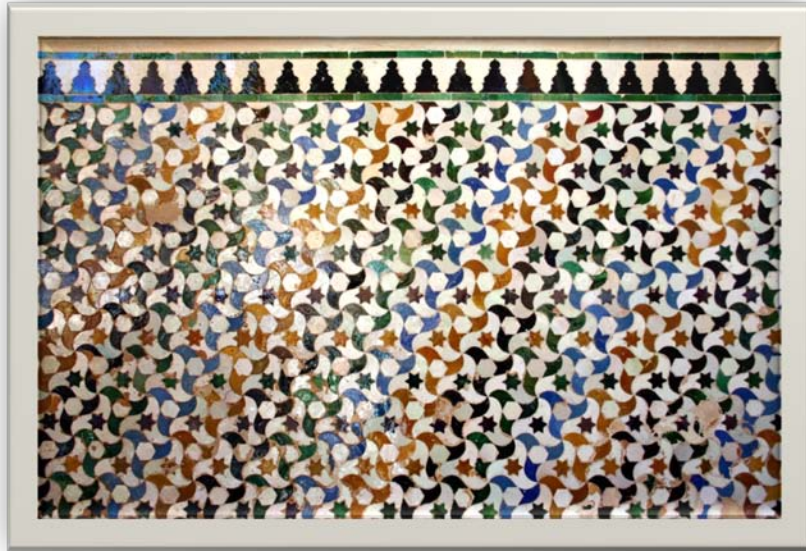
- ❖ Απλές: είναι οι πλακοστρώσεις, όπου χρησιμοποιούμε μόνο ένα πολύγωνο (και αντίγραφά του).
- ❖ Μικτές: λέγονται οι πλακοστρώσεις που παράγονται από περισσότερα από ένα είδους κυρτών πολυγώνων. Σίγουρα παρουσιάζουν μεγαλύτερη ποικιλία μορφών από τις απλές και έχουν προτιμηθεί ανά τους αιώνες στις διακοσμήσεις κτιρίων.

Ωστόσο, υπάρχει ένας ακόμη διαχωρισμός των πλακοστρώσεων σε περιοδικές και μη περιοδικές.

- ❖ Περιοδικές λέγονται οι πλακοστρώσεις που επαναλαμβάνονται. Μπορούν δηλαδή να μετακινηθούν κατάλληλα και να ταυτιστούν με την αρχική τους θέση. Έτσι μία πλακοστρώση τετραγώνων, ενωμένων πλευρά με πλευρά είναι περιοδική, αφού αν την μετακινήσουμε κατά μία πλευρά δεξιά ή αριστερά η εικόνα της δεν θα αλλάξει. Τα σημεία της που ήταν κόμβοι, θα παραμείνουν κόμβοι και στη νέα πλακοστρώση.

- ❖ Μη περιοδικές λέγονται οι πλακοστρώσεις που δεν είναι περιοδικές. Όσο δηλαδή και να τις μετατοπίζουμε δεν μπορούν να επανέλθουν στην αρχική τους θέση.





Εικόνα 16. Πλακοστρώσεις παλάτι Alhambra.

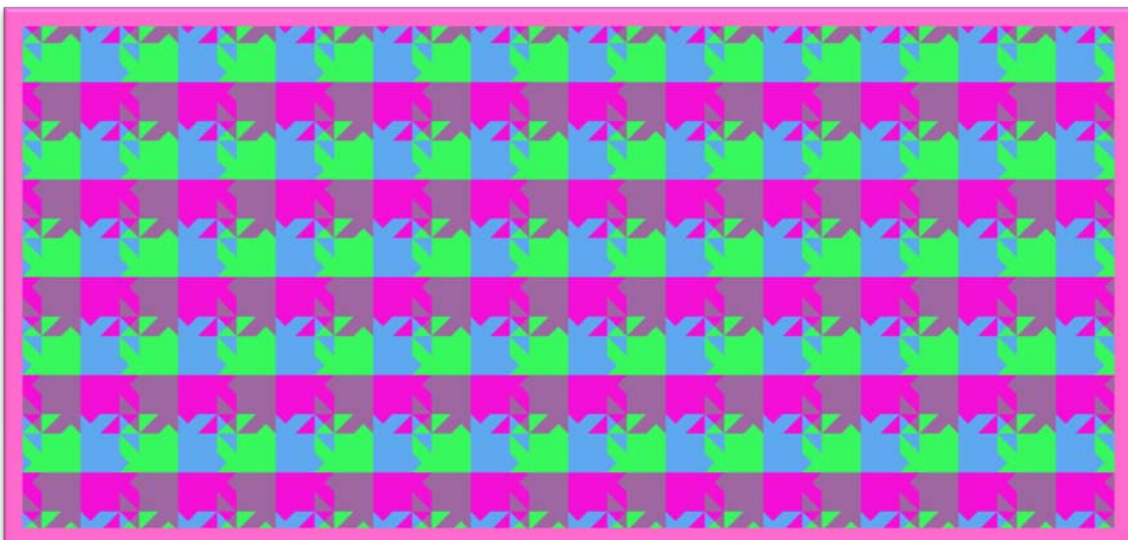
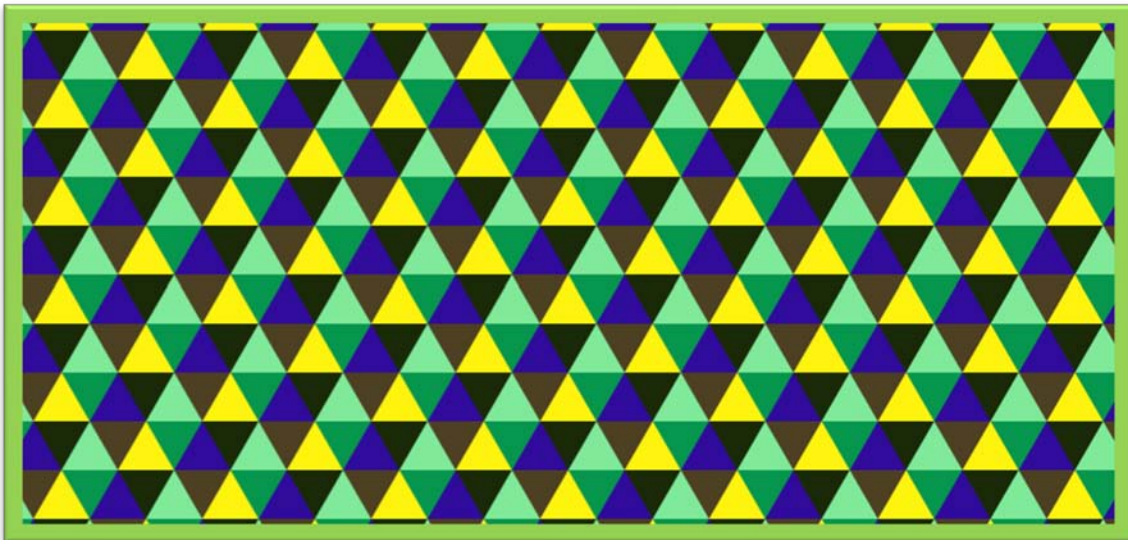
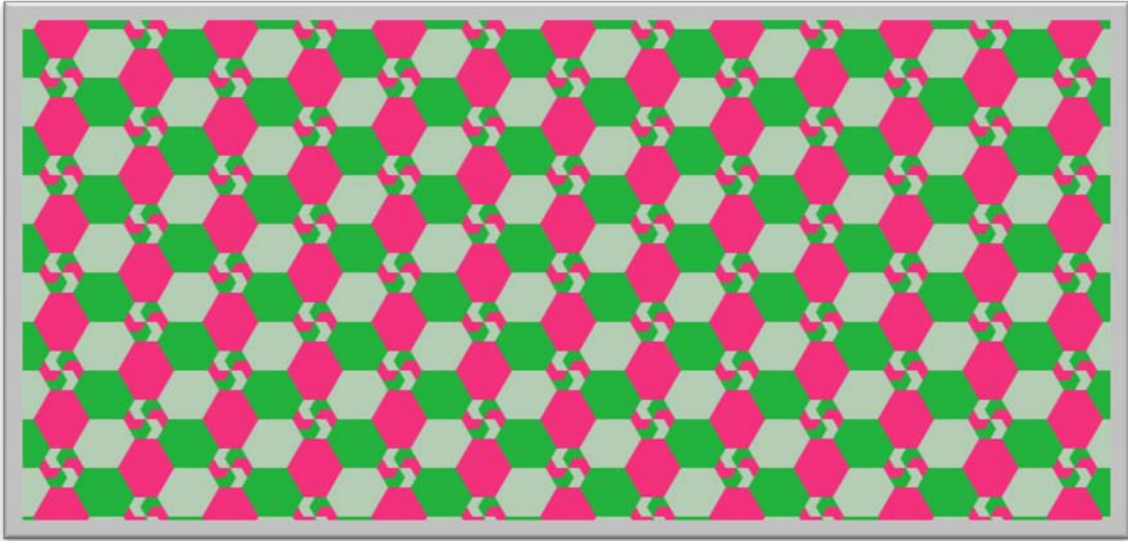


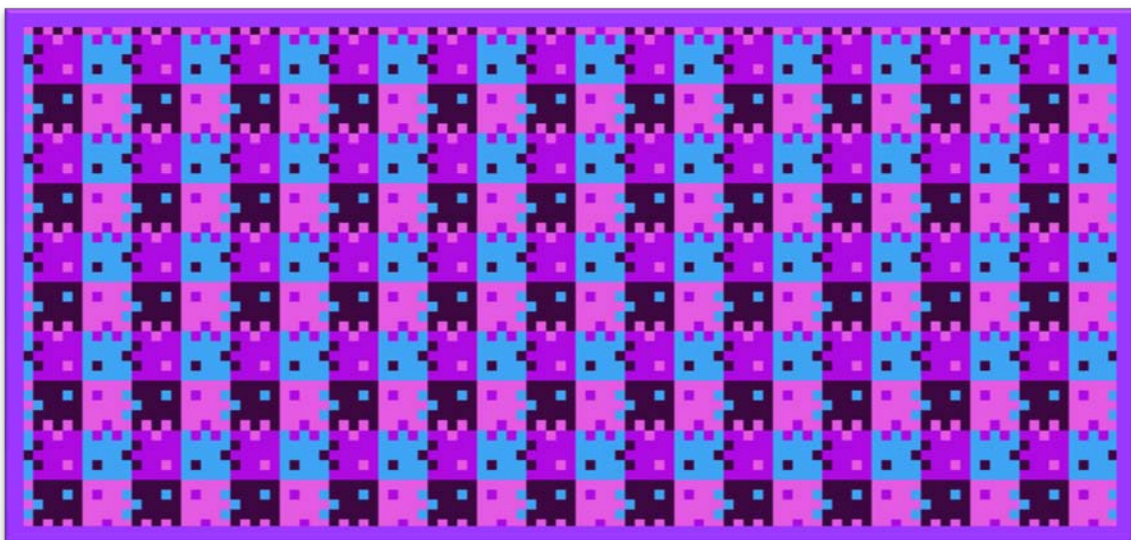
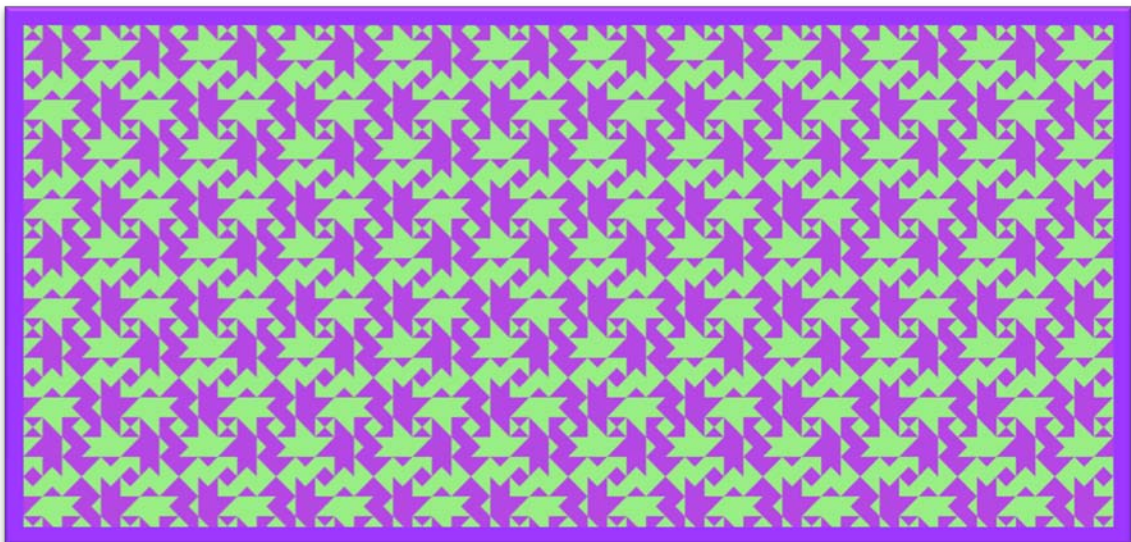
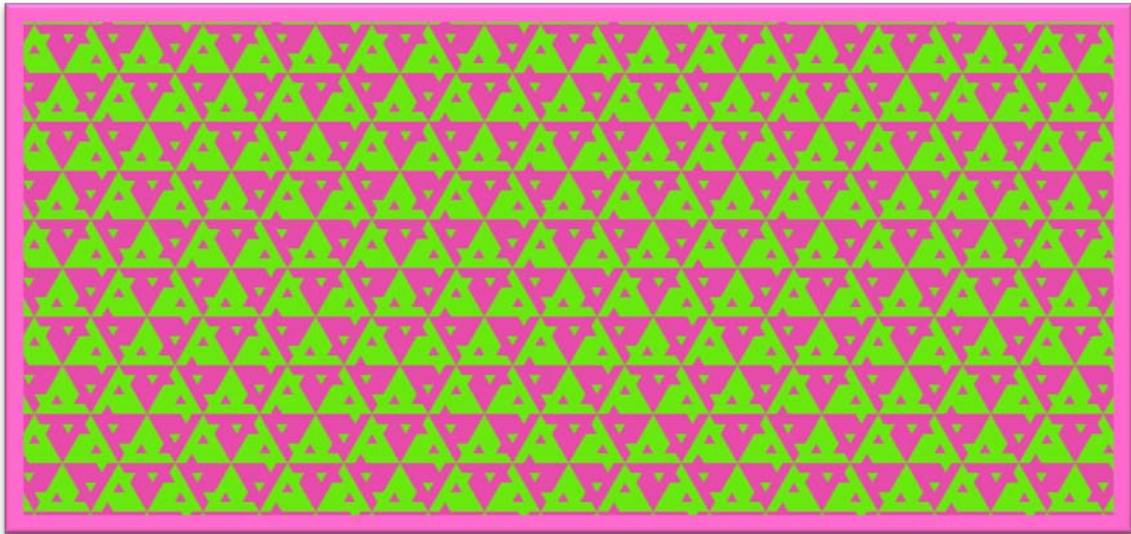
Εικόνα 17. Πλακοστρώσεις παλάτι Alhambra.

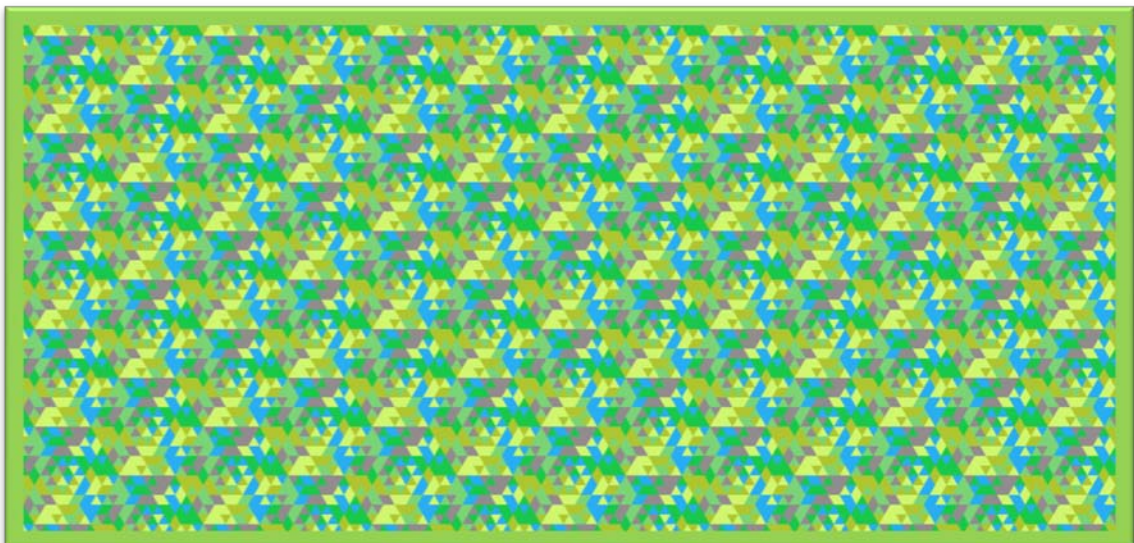
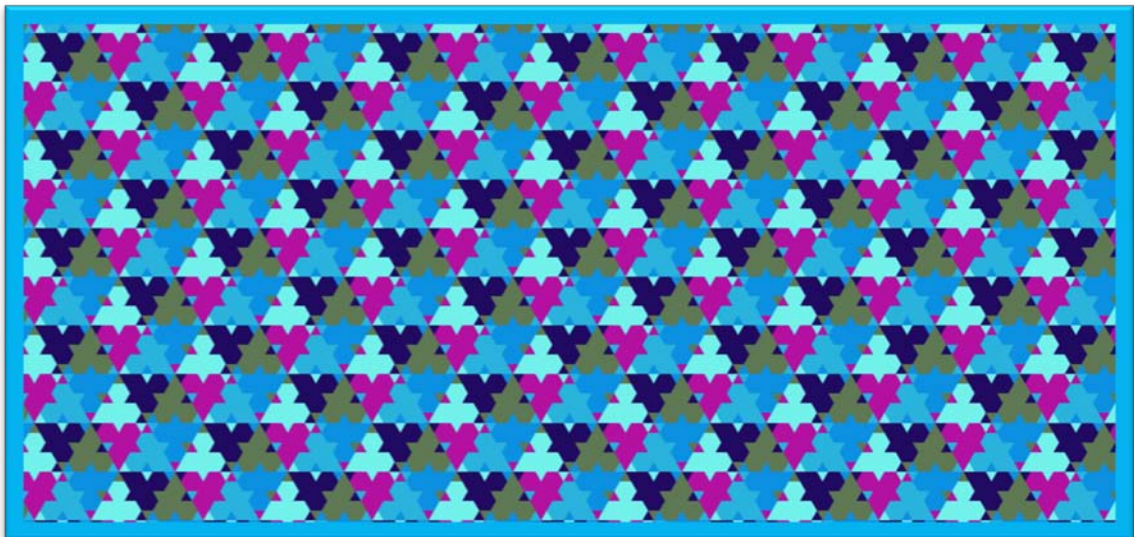
Ψηφιακή Τέχνη

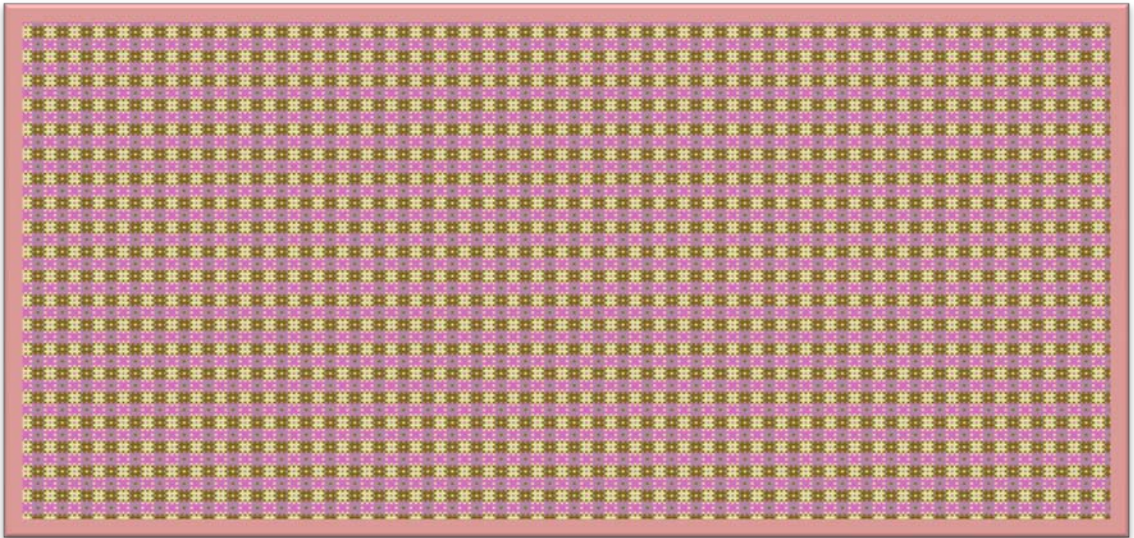
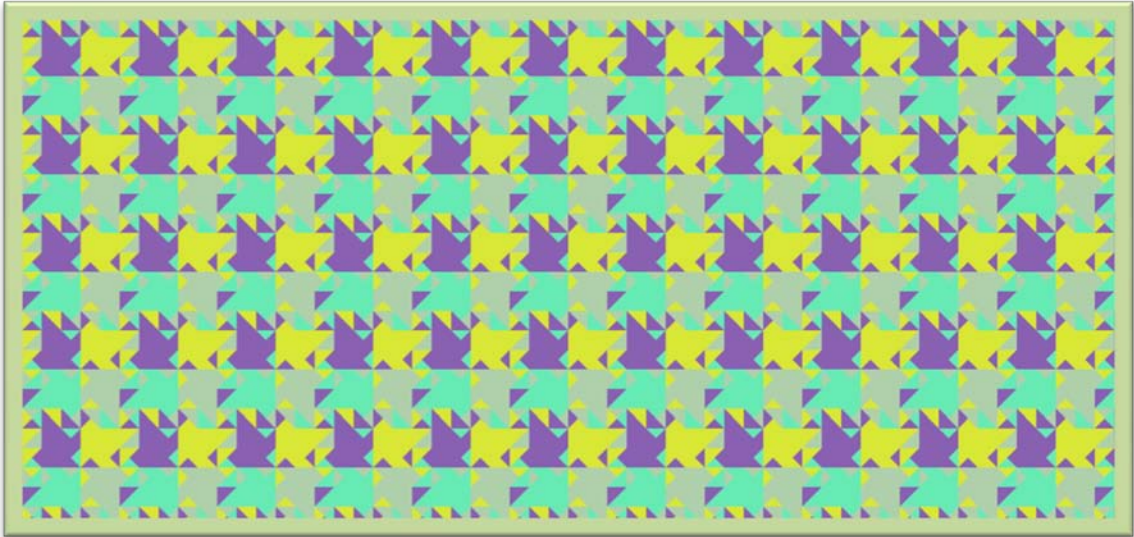
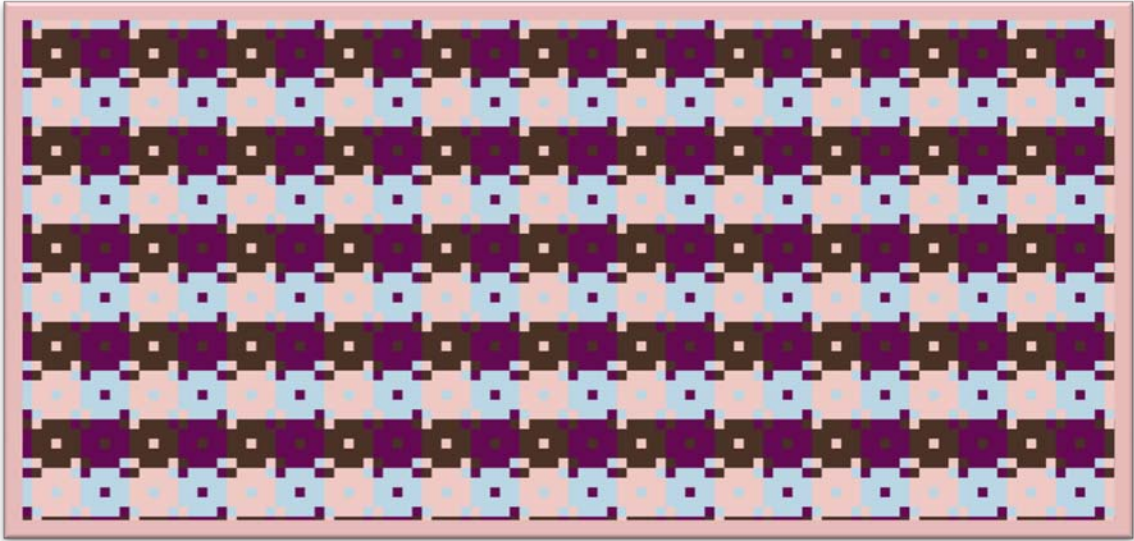
Με τη χρήση του λογισμικού TESSELATION KIT κατασκευάσαμε τις δικές μας πλακοστρώσεις με γεωμετρικά μοτίβα.

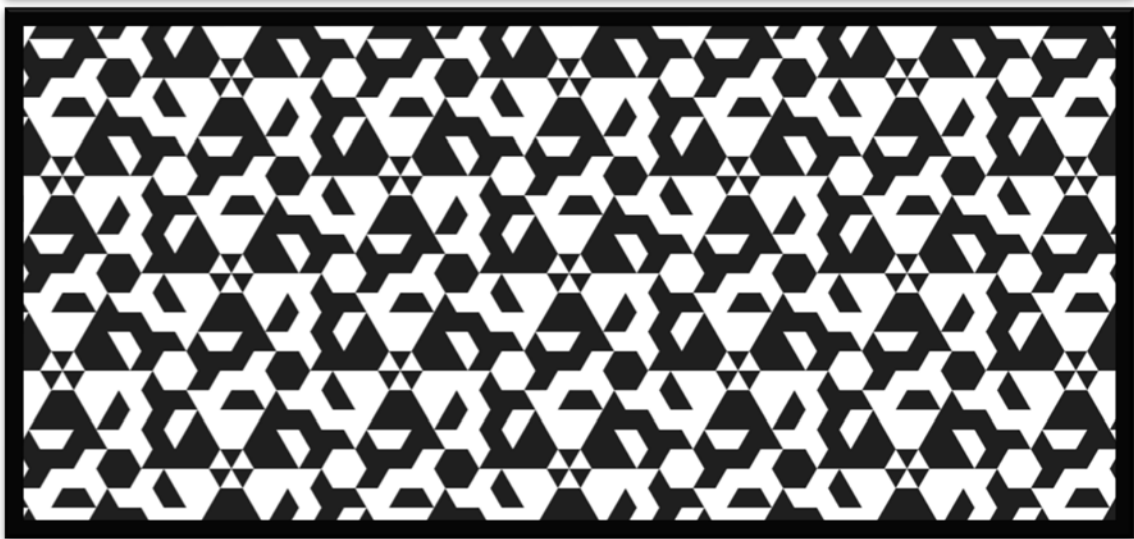
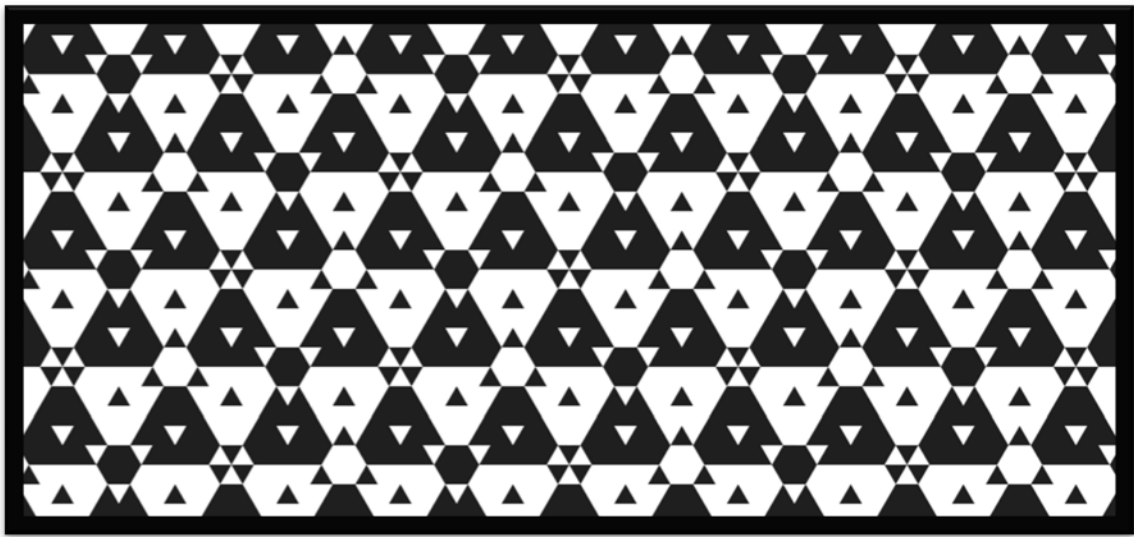
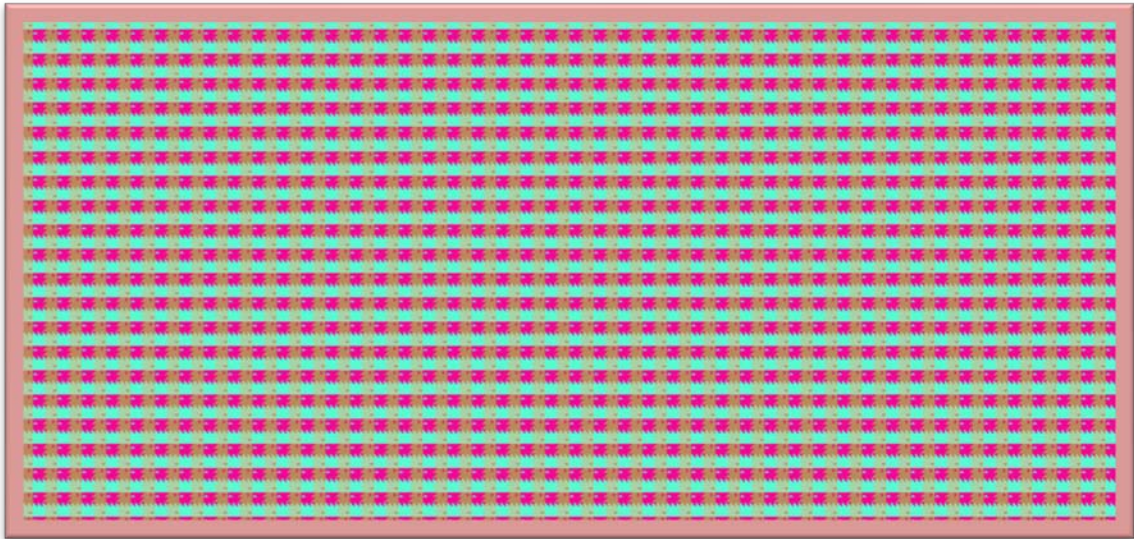


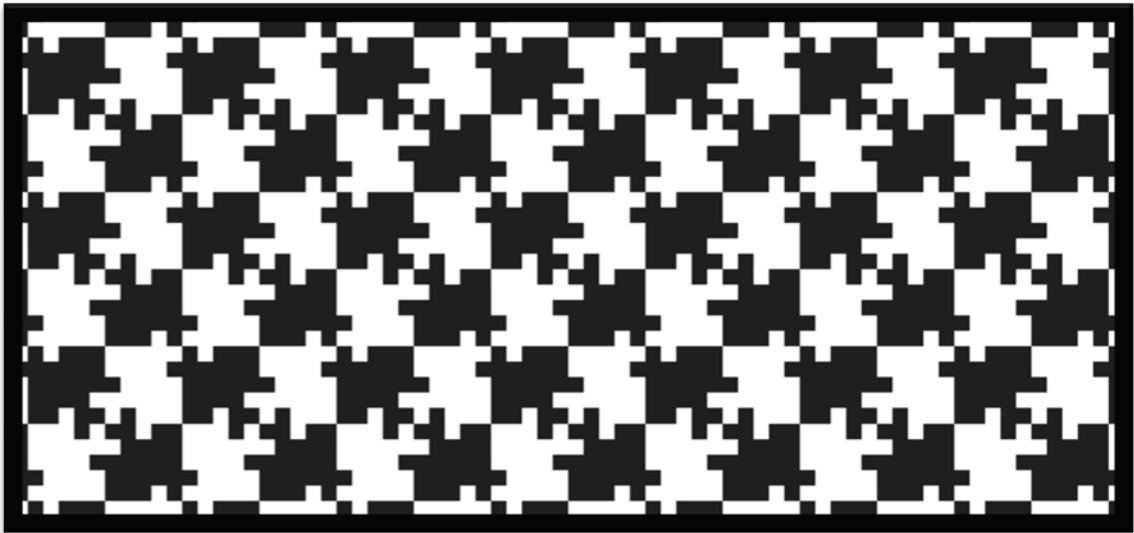
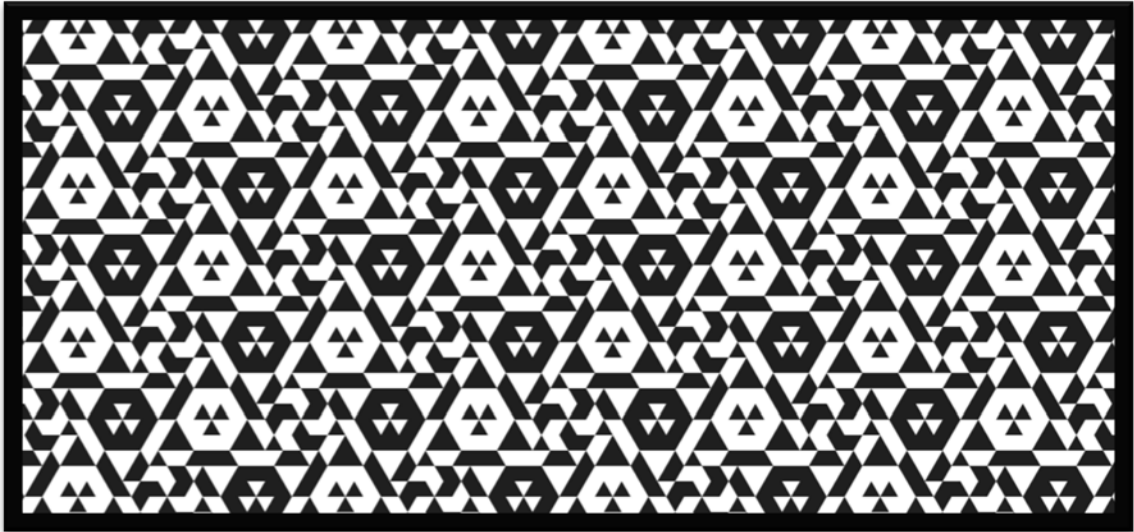












Fractal

Με τον διεθνή όρο φράκταλ στα Μαθηματικά, τη Φυσική αλλά και σε πολλές επιστήμες ονομάζεται ένα γεωμετρικό σχήμα που επαναλαμβάνεται αυτούσιο σε άπειρο βαθμό μεγέθυνσης, κι έτσι συχνά αναφέρεται σαν "απείρως περίπλοκο". Το φράκταλ παρουσιάζεται ως "μαγική εικόνα" που όσες φορές και να μεγεθυνθεί οποιοδήποτε τμήμα του θα συνεχίσει να παρουσιάζει ένα εξίσου περίπλοκο σχέδιο με μερική ή ολική επανάληψη του αρχικού. Χαρακτηριστικό επομένως των φράκταλ είναι η λεγόμενη *αυτο-ομοιότητα* σε κάποιες δομές τους, η οποία εμφανίζεται σε διαφορετικά επίπεδα μεγέθυνσης.



Το σύνορο του συνόλου Μάντελμπροτ έχει κι αυτό φράκταλ δομή.

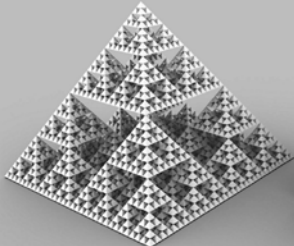
Τα φράκταλ σε πολλές περιπτώσεις μπορεί να προκύψουν από τύπο που δηλώνει αριθμητική, μαθηματική ή λογική επαναληπτική διαδικασία ή συνδυασμό αυτών. Η πιο χαρακτηριστική ιδιότητα των φράκταλ είναι ότι είναι γενικά περίπλοκα ως προς τη μορφή τους, δηλαδή εμφανίζουν ανωμαλίες στη μορφή σε σχέση με τα συμβατικά γεωμετρικά σχήματα. Κατά συνέπεια δεν είναι αντικείμενα τα οποία μπορούν να οριστούν με τη βοήθεια της ευκλείδειας γεωμετρίας. Αυτό υποδεικνύεται από το ότι τα φράκταλ, όπως έχει αναφερθεί παραπάνω, έχουν λεπτομέρειες, οι οποίες όμως γίνονται ορατές μόνο μετά από μεγέθυνσή τους σε κάποιο κλίμακα.




Ένα μέρος του συνόλου Μάντελμπροτ, του πιο γνωστού φράκταλ.




Για να γίνει αντιληπτός αυτός ο διαχωρισμός των φράκταλ σε σχέση με την ευκλείδεια γεωμετρία, αναφέρουμε ότι, αν μεγεθύνουμε κάποιο αντικείμενο το οποίο μπορεί να οριστεί με την ευκλείδεια γεωμετρία, παραδείγματος χάριν την περιφέρεια μιας έλλειψης, αυτή μετά από αλληπάλληλες μεγεθύνσεις θα εμφανίζεται απλά ως ευθύγραμμο τμήμα. Η συμβατική ιδέα της καμπυλότητας η οποία αντιπροσωπεύει το αντίστροφο της ακτίνας ενός προσεγγίζοντος κύκλου, δεν μπορεί ωφέλιμα να ισχύσει στα φράκταλ επειδή αυτή εξαφανίζεται κατά τη μεγέθυνση. Αντίθετα, σε ένα φράκταλ, θα εμφανίζονται κατόπιν μεγεθύνσεων λεπτομέρειες που δεν ήταν ορατές σε μικρότερη κλίμακα μεγέθυνσης.



Το 1967 ο Μπενουά Μάντελμπροτ έθεσε την φαινομενικά απλοϊκή ερώτηση: «πόσο μεγάλη είναι η ακτογραμμή της Βρετανίας;». Υστερα από σύντομη σκέψη διαπιστώνει κανείς ότι η ερώτηση δεν είναι τόσο απλοϊκή όσο φαίνεται εξ αρχής, αφού η απάντηση εξαρτάται από την κλίμακα του χάρτη που χρησιμοποιούμε για να μετρήσουμε την ακτογραμμή! Όσο πιο πολλές λεπτομέρειες έχει ο χάρτης τόσο πιο μεγάλη τιμή για την ακτογραμμή προκύπτει. Ο λόγος αυτής της παράξενης ιδιότητας είναι ότι η ακτογραμμή είναι ένα γεωμετρικό αντικείμενο *μορφοκλασματικής* μορφής ή, όπως συνήθως λέγεται, *φράκταλ*. Ο Μάντελμπροτ είναι εκείνος που εισήγαγε τόσο τον όρο όσο και τη θεωρία των φράκταλ στην επιστήμη, και για τον λόγο αυτόν θεωρείται ένας από τους σπουδαιότερους μαθηματικούς των τελευταίων 50 ετών. Ο θάνατός του πριν από λίγες ημέρες αποτελεί καλή ευκαιρία για να γνωρίσουν το έργο του ακόμη και εκείνοι που δεν έχουν σχέση με τα μαθηματικά ή τις εφαρμογές τους. **Μετρώντας τα σύννεφα**



Στη Γεωμετρία του σχολείου μαθαίνουμε για τις γραμμές, τους κύκλους, τα τετράγωνα, τους κύβους, τους κυλίνδρους και τις σφαίρες. Στη φύση όμως γύρω μας επικρατούν άλλου είδους σχήματα: τα σύννεφα, οι κεραυνοί, οι παγοκρύσταλλοι, τα σφουγγάρια και οι ακτογραμμές παρουσιάζουν μια πολυπλοκότητα που δεν μοιάζει καθόλου με τα απλά γεωμετρικά αντικείμενα της «κλασικής» Γεωμετρίας. Μερικοί μαθηματικοί στα τέλη του 19ου και στις αρχές του 20ου αιώνα είχαν επιχειρήσει να περιγράψουν μαθηματικά το σχήμα και τις ιδιότητες μιας άλλης κατηγορίας γεωμετρικών αντικειμένων, που χαρακτηρίζονται από μια ιδιότητα που ονομάζεται *αυτο-ομοιότητα*. Τα αντικείμενα αυτού του είδους παρουσιάζουν την ίδια εικόνα όταν παίρνει κανείς ένα κομμάτι τους και το μεγεθύνει, έτσι ώστε να έχει τις ίδιες διαστάσεις με το αρχικό. Οι «καθιερωμένοι» μαθηματικοί εκείνης της εποχής αντιμετώπισαν με απαξίωση αυτές τις ιδέες, επειδή θεώρησαν ότι δεν έχουν κανενός είδους εφαρμογή στην καθημερινή ζωή. Ένας από τους «αιρετικούς» μάλιστα εκείνης της εποχής, ο Γάλλος Πολ Λεβί, αναγκάστηκε από τους συναδέλφους του στην Πολυτεχνική Σχολή στο Παρίσι να μη δίνει θέματα για διδακτορικό σε μεταπτυχιακούς φοιτητές, επειδή η κρατούσα αντίληψη ήταν ότι με τέτοιες ιδέες δεν θα έβρισκαν στη συνέχεια δουλειά.



Ο πρώτος μαθηματικός που πρότεινε την ιδέα ότι η γεωμετρία των αυτο-όμοιων σχημάτων έχει εφαρμογή στη φύση ήταν ο Μάντελμπροτ. Όπως γράφει στο πιο γνωστό βιβλίο του, *Η μορφοκλασματική Γεωμετρία της Φύσης*, «Τα σύννεφα δεν είναι σφαίρες, τα βουνά δεν είναι κώνοι, οι ακτογραμμές δεν είναι κύκλοι και το γάβγισμα δεν είναι ομαλό ούτε η αστραπή ταξιδεύει σε ευθεία γραμμή». Στην αρχή οι ιδέες του αντιμετωπίστηκαν με δυσπιστία από το επιστημονικό κατεστημένο, όχι μόνο επειδή ανέτρεπαν παράδοση 23 αιώνων, από την εποχή που ο Ευκλείδης είχε θέσει τα θεμέλια της Γεωμετρίας, αλλά και επειδή από τη θέση του στο κέντρο Τόμας Γουότσον δεν είχε εύκολη επαφή με φοιτητές, προπτυχιακούς και μεταπτυχιακούς. Στη συνέχεια όμως η εφαρμογή τους σε προβλήματα που εμφανίζονταν σε πολλούς διαφορετικούς κλάδους των επιστημών, από τη Βιολογία και τη Γεωλογία ως τα Οικονομικά και την Αστρονομία, συντέλεσε ώστε το έργο του να αναγνωριστεί παγκοσμίως και οι μέθοδοί του να χρησιμοποιούνται ευρύτατα πρακτικά σε όλες τις επιστήμες που στηρίζονται σε μαθηματικούς υπολογισμούς.

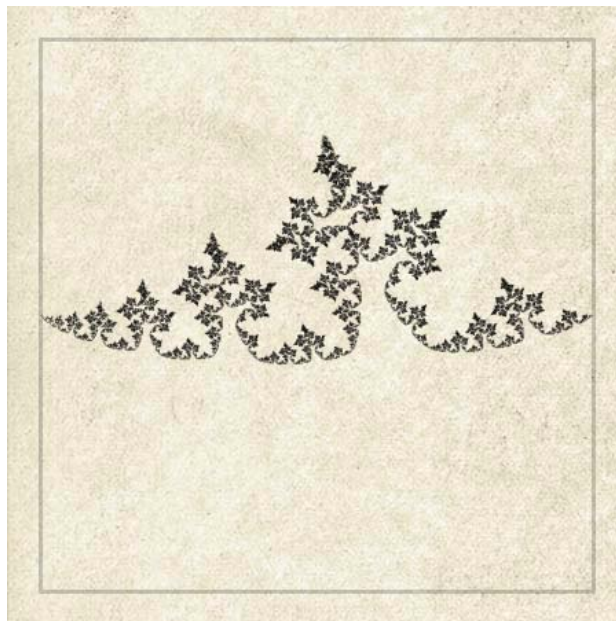


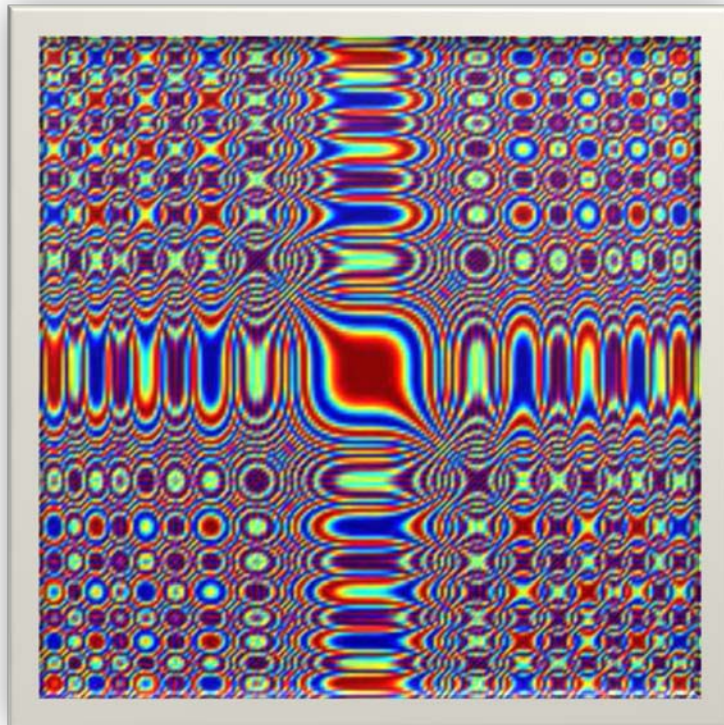
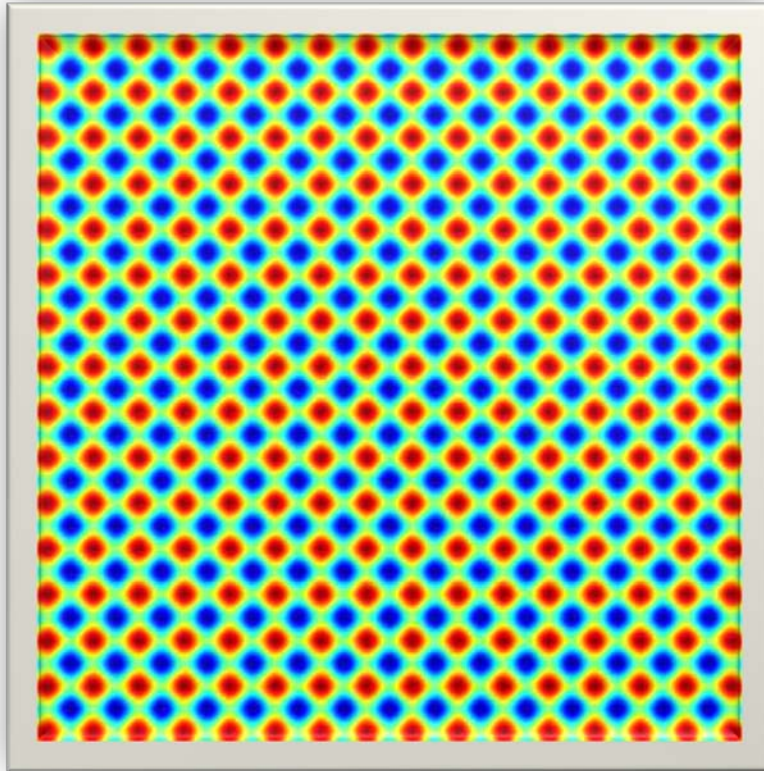

Η πιο γνωστή εφαρμογή των φράκταλ στο ευρύ κοινό είναι η μαθηματική περιγραφή διάφορων αντικειμένων ή σχημάτων της καθημερινής ζωής που παρουσιάζουν αυτοομοιότητα, όπως για παράδειγμα είναι ένα φύλλο φτέρης, ένα δέντρο ή ένα σφουγγάρι. Η ενδιαφέρουσα μάλιστα ιδιότητα αυτών των γεωμετρικών σχημάτων να έχουν γεωμετρική διάσταση κλασματική και όχι ακέραια έδωσε την ιδέα στον Μάντελμπροτ το 1975 να επινοήσει τον όρο φράκταλ. Για παράδειγμα, το μορφοκλασματικό σύνολο που μοιάζει με φύλλο φτέρης έχει διάσταση 1,8, που το κατατάσσει μεταξύ της γραμμής, που έχει γεωμετρική διάσταση 1, και της επιφάνειας, που έχει γεωμετρική διάσταση 2. Είναι δηλαδή κάτι «ανάμεσα» σε γραμμή και επιφάνεια, χωρίς να είναι κανένα από τα δύο!

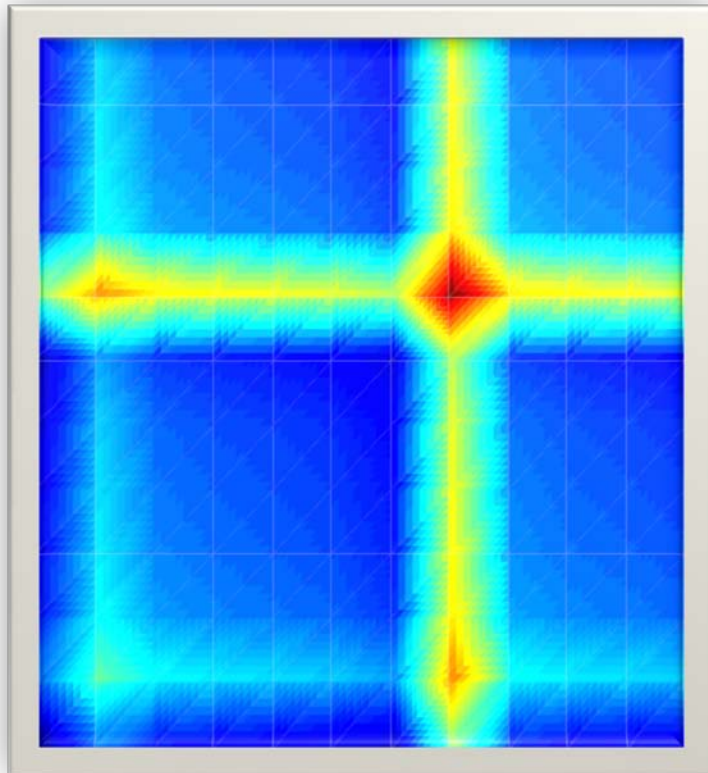
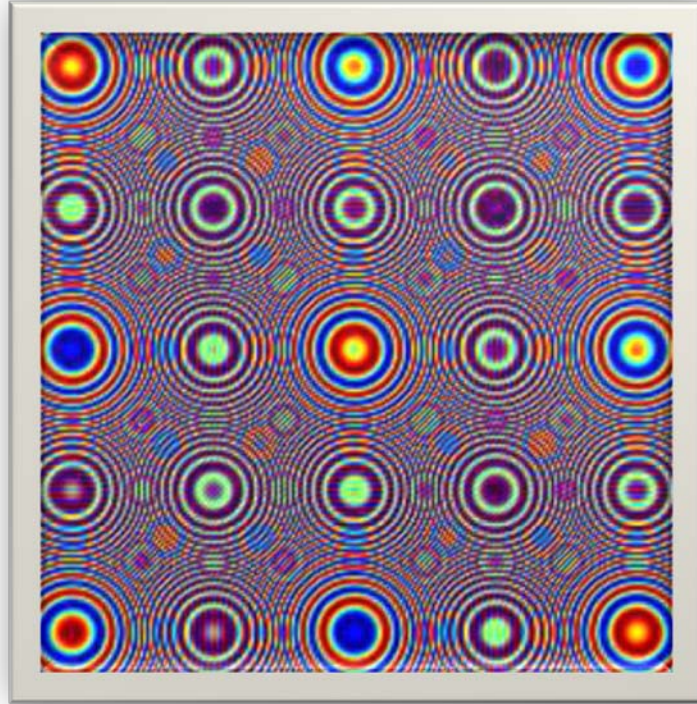


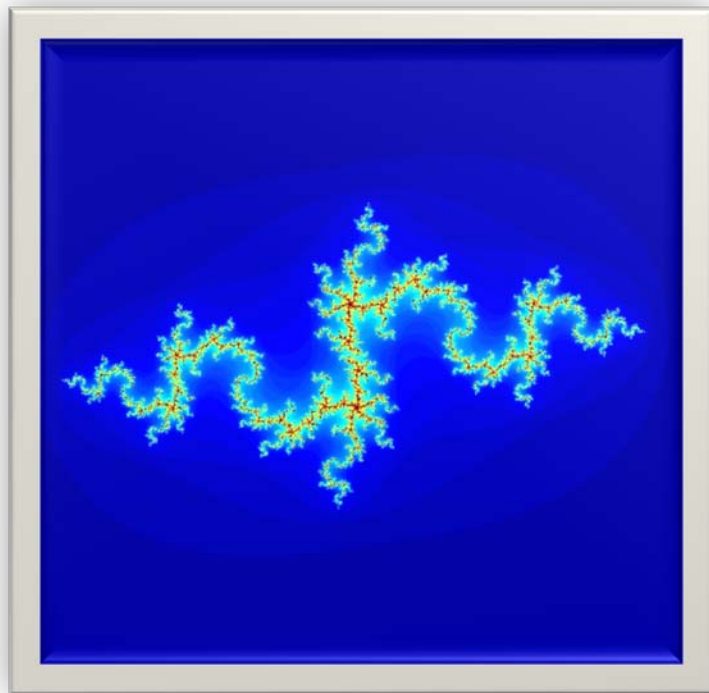
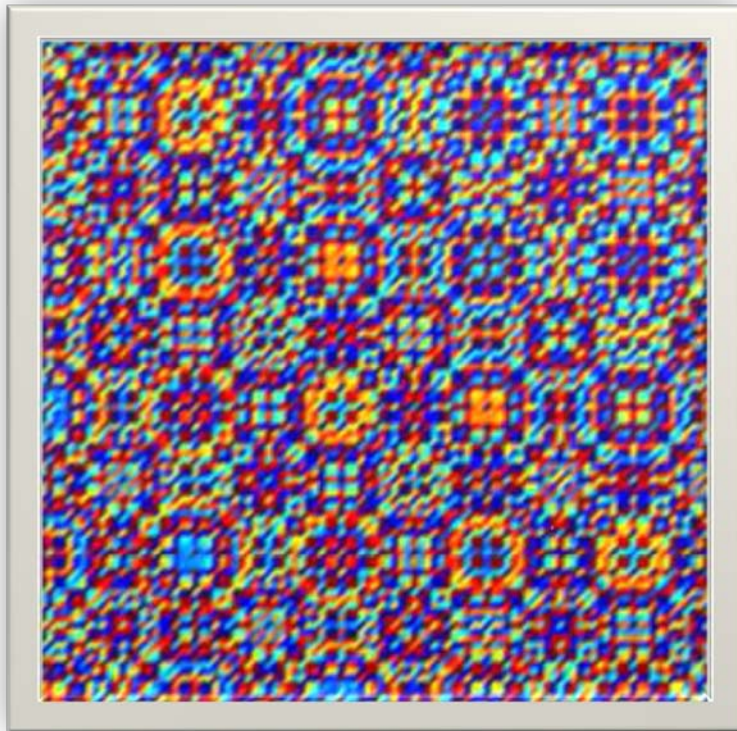
Fractal Δημιουργίες

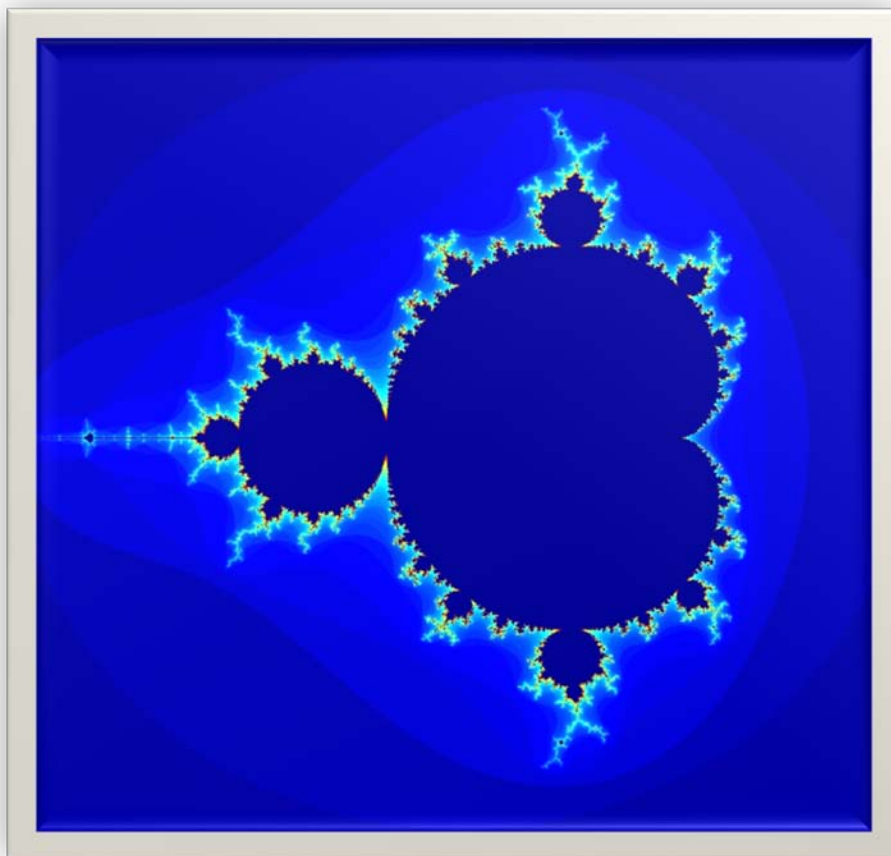
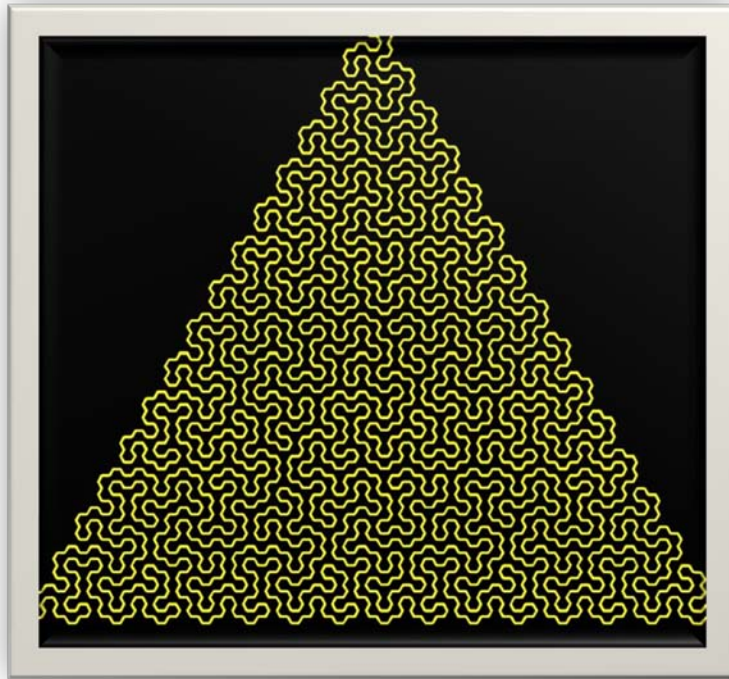
Δημιουργήσαμε σχήματα φράκταλ με τη χρήση του λογισμικού Fractal Machine, Mandelbrot Set Generator, Fractal Maker και με κατάλληλους κώδικες στο MatLab.

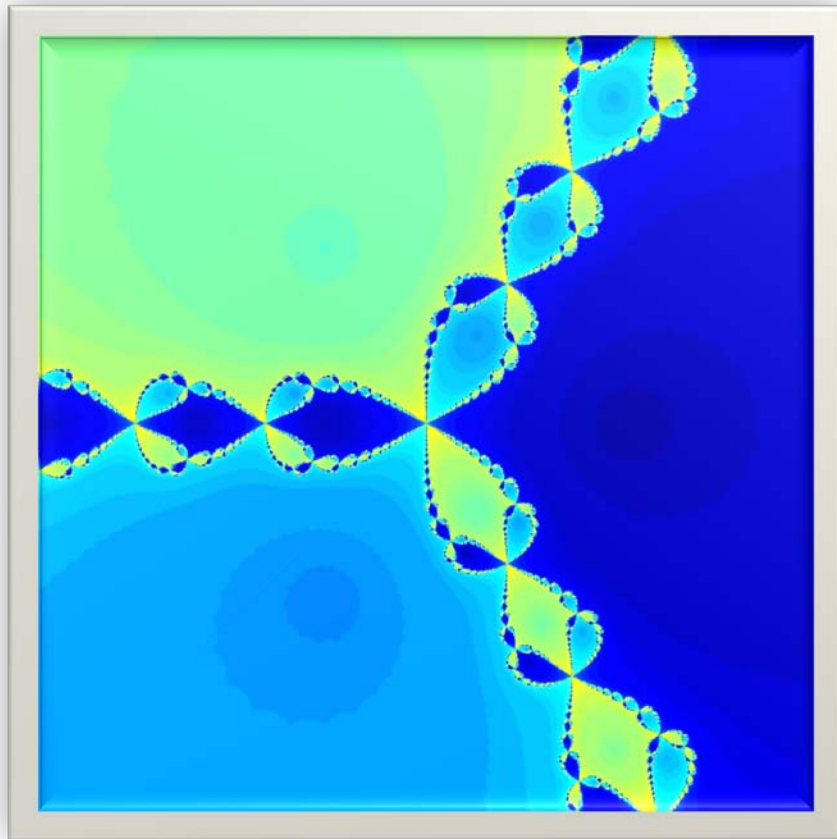








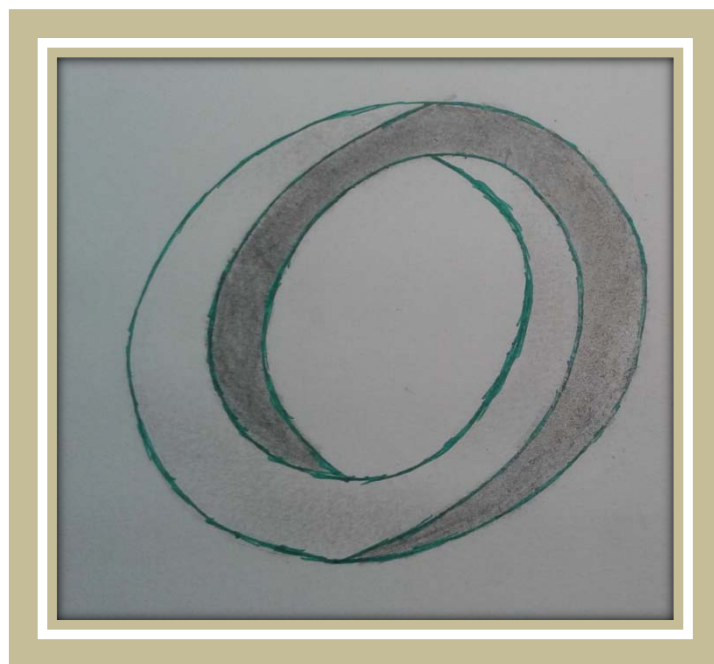
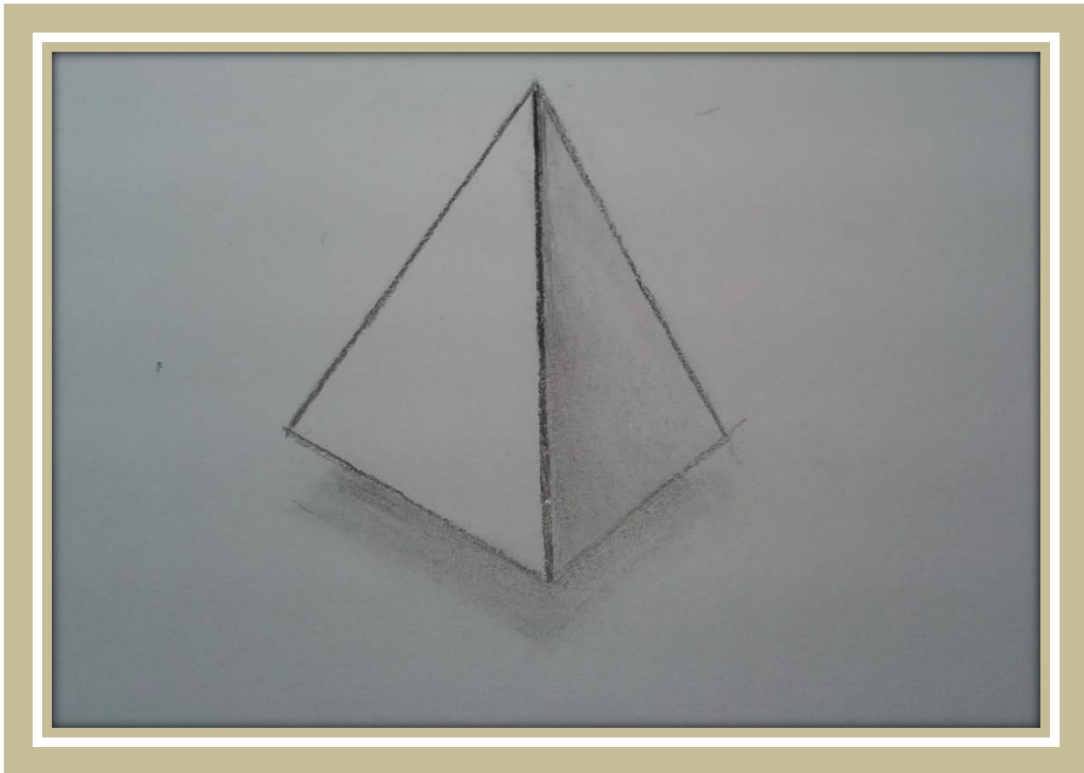


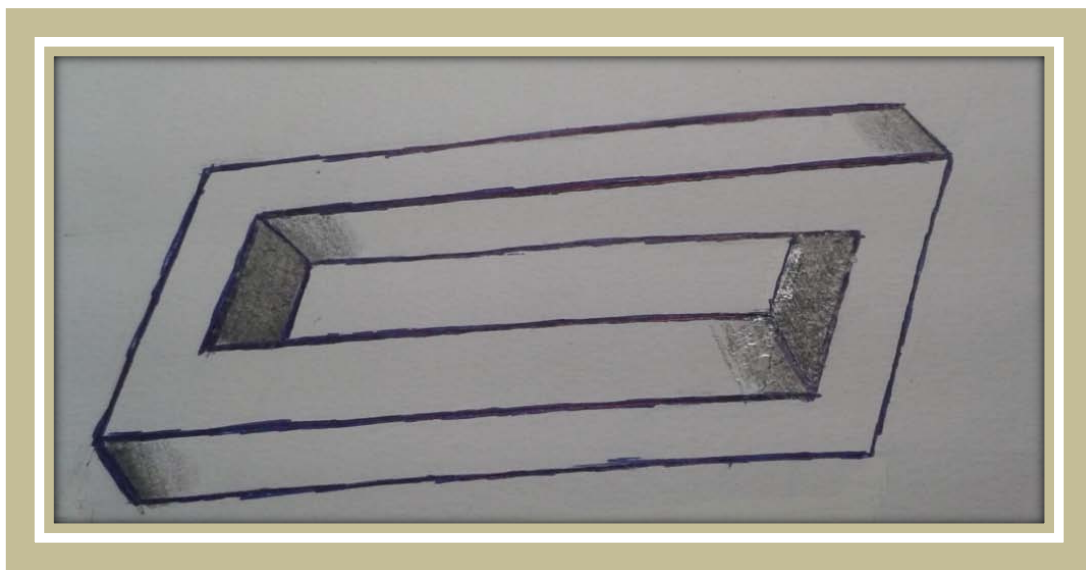
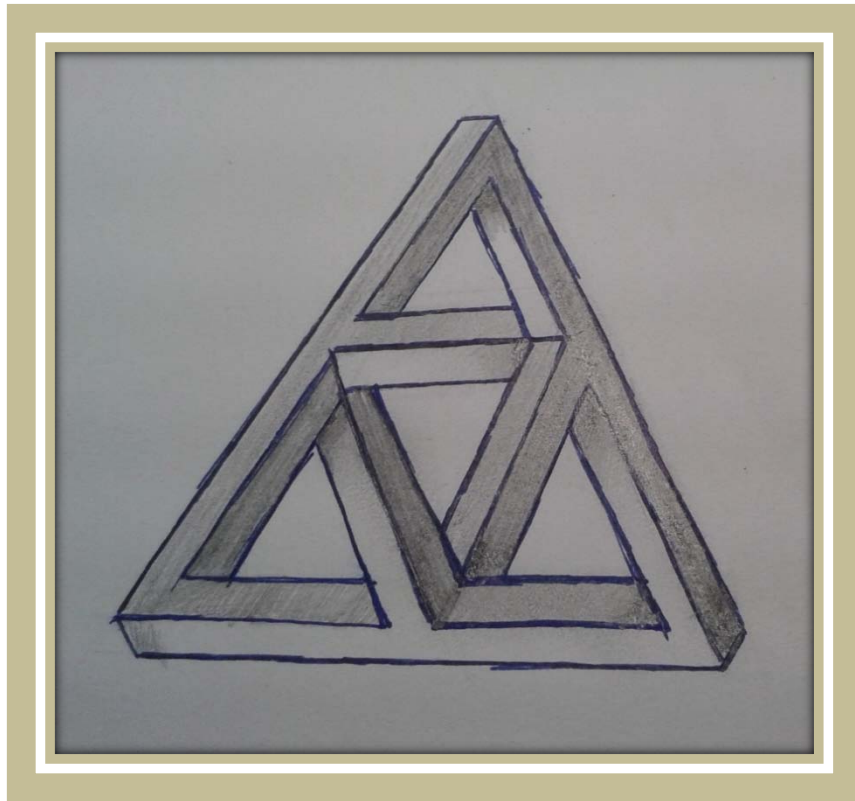


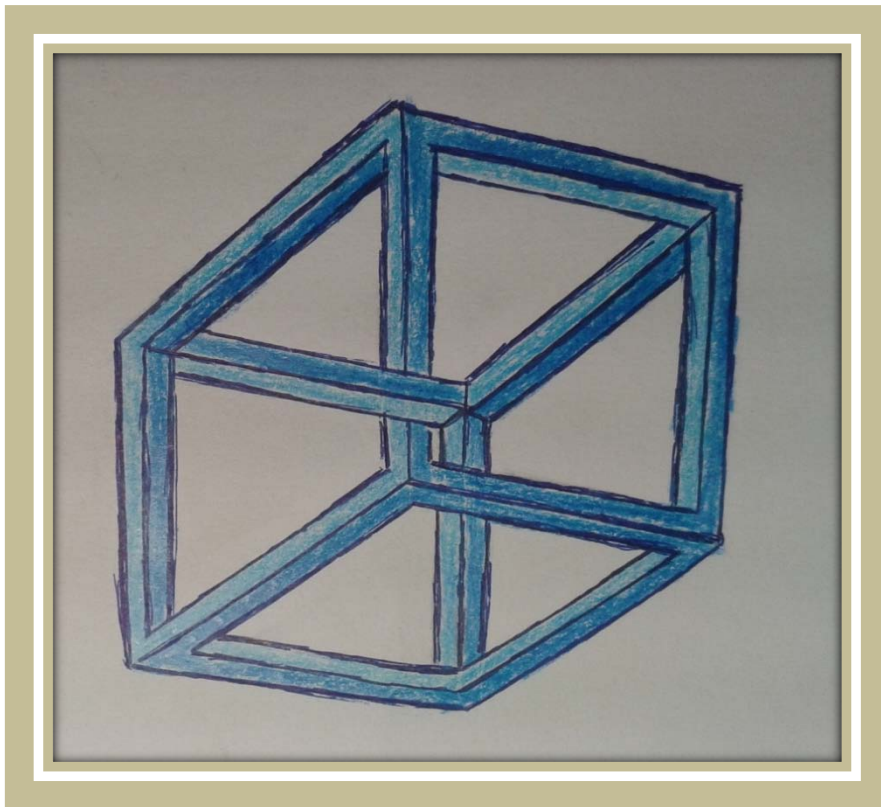
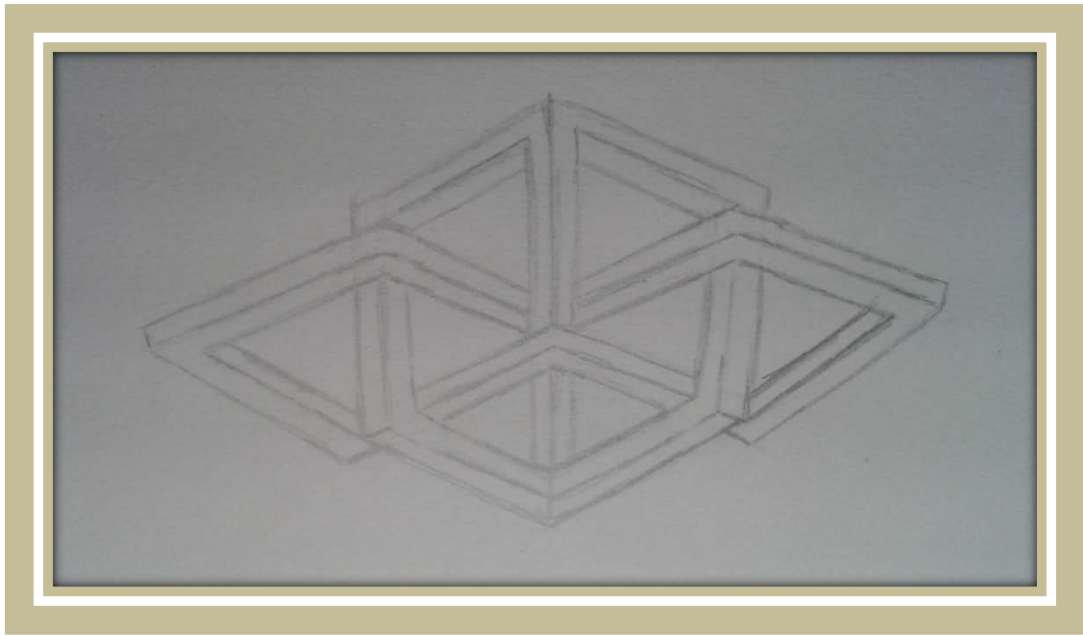
Δημιουργώντας με Προοπτική

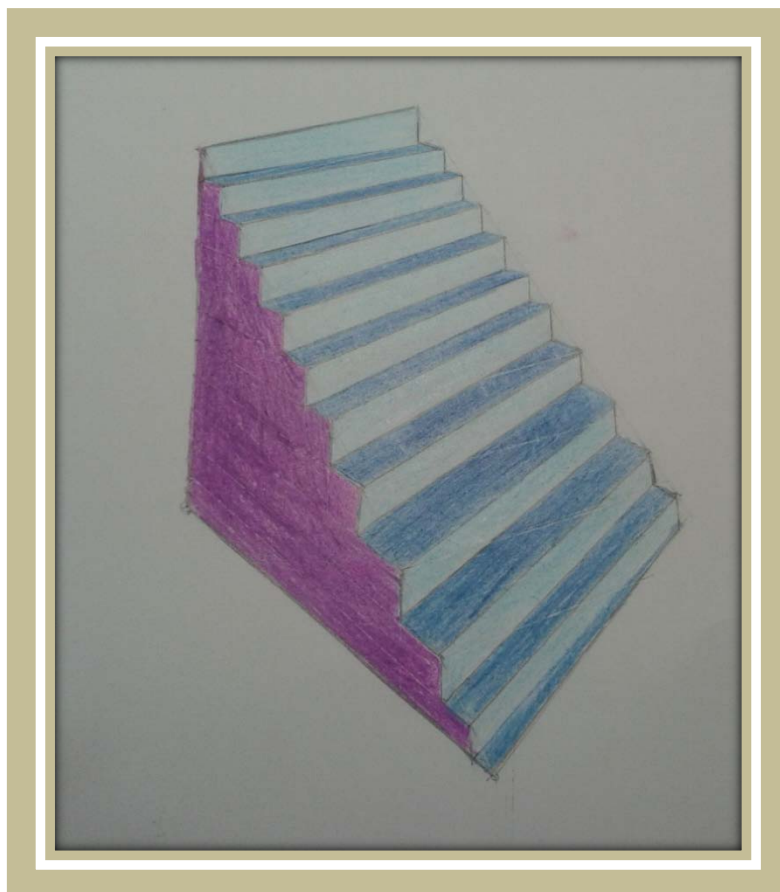
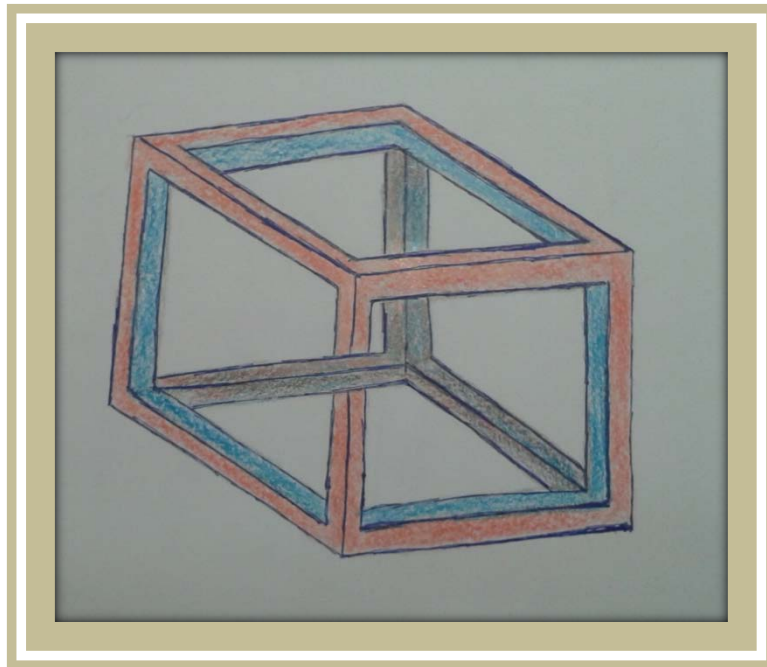
Δημιουργώντας με προοπτική...

Illusions...









Βιβλιογραφία

1. Douglas Dunham, **The Symmetry of “Circle Limit IV” and Related Patterns**, Department of Computer Science University of Minnesota, <http://www.d.umn.edu/~ddunham/>
2. http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A5%CF%80%CE%B5%CF%81%CE%B2%CE%BF%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CE%AE_%CE%B3%CE%B5%CF%89%CE%BC%CE%B5%CF%84%CF%81%CE%AF%CE%B1
3. <http://www.lettres.gr/letter/material/Escher.pdf>
4. http://en.wikipedia.org/wiki/Op_art
5. Ερωτικό: Ένας τρούλος που δεν υπάρχει!
http://3otiko.blogspot.com/2012/12/blog-post_1135.html#ixzz31ITgpTyο.
6. http://www.livepedia.gr/index.php?title=%CE%9F%CF%80_%CE%B1%CF%81%CF%84
7. <http://www.tanea.gr/life-style/article/5010144/op-art/>
8. http://en.wikipedia.org/wiki/David_Hockney
9. http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9F%CF%80_%CE%91%CF%81%CF%84
10. http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%92%CE%B9%CE%BA%CF%84%CF%8E%CF%81_%CE%92%CE%B1%CE%B6%CE%B1%CF%81%CE%B5%CE%BB%CE%AF
11. Γιαμαρέλου, Μ., Νείρος, Α., Παπαπαναγιώτου, Ε., 2014, Προγραμματίζοντας με τα Μαθηματικά: η περίπτωση της αναμόρφωσης εικόνων, *Πρακτικά Εργασιών 8ου Πανελληνίου Συνεδρίου Καθηγητών Πληροφορικής, Βόλος, 28-30 Μαρτίου 2014*
12. Alexeev, V. (2007). *Mathematical paintings and sculptures*. Retrieved 29 January 2014 from: <http://mathpaint.blogspot.gr/2007/03/anamorphic-art.html>.
13. Βασιλείου, Ε. (2012). *Γεωμετρία για τη διδακτική*. Αθήνα: Πανεπιστήμιο Αθηνών.

14. Massarelli, N. (2010). Mathematics Behind Anamorphic Art. *Proceedings of the National Conference On Undergraduate Research*: 540-548.
15. Spickler, D., & Bergner, J. (2011). *Cylinder Reflections The Mathematics Behind the Images*. Salisbury University. Retrieved 20 December 2013 from: <http://facultyfp.salisbury.edu/despickler/personal/Resources/TechnologyWorkshops/ScienceNight2011/ScienceNightSU.pdf>
16. Kimberly Rausch The Mathematics behind Anamorphic Art, Bridges 2012: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture.
17. TESSELATION KIT, <http://sciencevmagic.net/>.
18. <https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A0%CF%8D%CE%BB%CE%B7:%CE%9A%CF%8D%CF%81%CE%B9%CE%B1>
19. https://www.google.gr/imghp?hl=el&tab=wi&ei=22tnU_3hFNKv4QSG5IGoBA&ved=0CAQQqi4oAg
20. <http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A6%CF%81%CE%AC%CE%BA%CF%84%CE%B1%CE%BB>
21. <http://www.tovima.gr/science/article/?aid=362800>
22. <http://www.easyfractalgenerator.com/mandelbrot-set-generator.aspx>
23. http://www.dangries.com/Flash/FractalMakerExp/FractalMaker_exp.html

