

Ομάδα:

***Οι Ευφυείς τουρίστες***

***Ποιος Σκότωσε τον Κύριο Χ;***

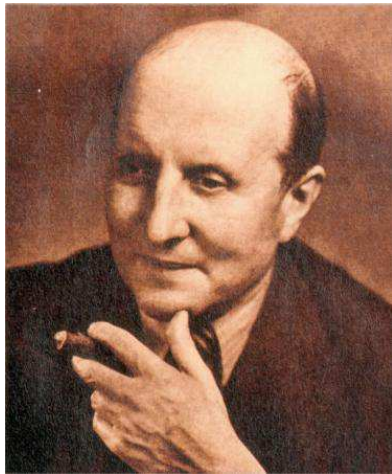
Στις μέρες μας τα μαθηματικά τα συναντάμε  
ακόμα και στην καθημερινή μας ζωή .

Για αυτό επιλέξαμε να ασχοληθούμε με τις  
σημαντικές μαθηματικές στιγμές  
σπουδαίων μαθηματικών τι οποίες και θα  
αναλύσουμε .

## ***Περιεχόμενα:***

- 1) Καραθεοδωρή
- 2) *Ρενε Ντεκαρτ*
- 3) Πιερ ντε Φερμα
- 4) Ισαακ Νευτων
- 5) Πασκαλ
- 6) *Λεοναρντ Οιλερ*
- 7) *Μπέρτραντ Ράσελ*
- 8) Γιόχαν Καρλ Φρίντριχ Γκάους
- 9) Φειδίας
- 10) Εβαρίστ Γκαλουά

# Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή



Ο πατέρας του Καραθεοδωρή, Στέφανος Καραθεοδωρή, ήταν νομικός από την Κωνσταντινούπολη με καταγωγή από το Μποσνοχώρι ή Βύσσα (σήμερα μεταφέρθηκε στη Νέα Βύσσα του Νομού Έβρου) της Δυτικής Θράκης. Εργάστηκε ως διπλωμάτης για την Οθωμανική Αυτοκρατορία, αρχικά ως γραμματέας και κατόπιν ως πρέσβης του Σουλτάνου στις Βρυξέλλες, την Αγία Πετρούπολη και το Βερολίνο. Η μητέρα του Καραθεοδωρή, Δέσποινα το γένος Πετροκοκκίνου, κατάγονταν από τη Χίο.

Η μητέρα του πέθανε όταν ο Κωνσταντίνος ήταν μόλις έξι ετών και ο νεαρός Καραθεοδωρή ανατράφηκε από την γιαγιά του, Ευθαλία Πετροκόκκινου. Μεγάλωσε σε ένα ευρωπαϊκό, επιστημονικό και αριστοκρατικό περιβάλλον, με ζωντανά τα στοιχεία της ελληνορθόδοξης οικογενειακής καταγωγής. Πέρασε τα παιδικά του χρόνια στις Βρυξέλλες, όπου ο πατέρας του ήταν πρέσβης της Υψηλής Πύλης από το 1875, με αποτέλεσμα να έχει ως μητρική γλώσσα τα ελληνικά και τα γαλλικά. Πριν ακόμη μπει στην εφηβεία μιλούσε τουρκικά και γερμανικά.

Από το 1883 έως το 1885 φοίτησε σε σχολεία της Ριβιέρα και του Σαν Ρέμο. Ένα χρόνο φοίτησε σε γυμνάσιο των Βρυξελλών, όπου στο μάθημα της Γεωμετρίας αισθάνθηκε την αγάπη και την κλίση που είχε για τα Μαθηματικά. Το 1886 γράφτηκε στο γυμνάσιο Ατενέ Ρουαγιάλ των Βρυξελλών, από όπου αποφοίτησε το 1891. Στο Βέλγιο τότε γινόταν διαγωνισμός μαθηματικών στον οποίο κλήθηκε η τάξη του να διαγωνιστεί για δύο χρονιές κατά σειρά και ο Καραθεοδωρή πήρε την πρώτη θέση και τις δύο χρονιές.

Στην Αίγυπτο, ο Καραθεοδωρή κατάλαβε πόσο μεγάλη γοητεία και επιρροή ασκούσαν επάνω του τα Μαθηματικά και συνειδητοποίησε πως η δουλειά του μηχανικού δεν ήταν εκείνη που αναζητούσε το ανήσυχο πνεύμα του. Έτσι το 1900, ο 27χρονος πια Καραθεοδωρή, προς μεγάλη έκπληξη των δικών του, αποφάσισε να εγκαταλείψει το επάγγελμα του μηχανικού και να πάει στην Γερμανία για να σπουδάσει Μαθηματικά. Για δύο χρόνια παρακολούθησε μαθήματα Μαθηματικών στο Πανεπιστήμιο του Βερολίνου.

## Τα πρώτα επιστημονικά βήματα

Στο Βερολίνο ο Καραθεοδωρή είχε την τύχη να παρακολουθήσει μαθήματα από μεγάλους μαθηματικούς όπως ο Χέρμαν Σβαρτς, ο Γκέοργκ Φρομπένιους, ο Έρχαρντ Σμιτ και ο Λάζαρος Φουξ. Ο Σμιτ το φθινόπωρο του 1901 έφυγε για το πανεπιστήμιο του Γκέτινγκεν και παρακίνησε τον Καραθεοδωρή να αποφασίσει να εγκατασταθεί κι εκείνος εκεί. Έτσι το 1902, ο Καραθεοδωρή μεταγράφηκε στο Πανεπιστήμιο του Γκέτινγκεν για να κάνει διδακτορική διατριβή υπό την επίβλεψη του Χέρμαν Μινκόβσκι.

Το Γκέτινγκεν εκείνη την εποχή είχε θεωρηθεί σαν το μεγαλύτερο κέντρο των Μαθηματικών και δύο διάσημοι καθηγητές, ο Νταβίντ Χίλμπερτ και ο Φέλιξ Κλάιν, δίδασκαν εκεί. Αυτοί οι δύο σπουδαίοι μαθηματικοί επέδρασαν πολύ στη ζωή και στη σταδιοδρομία του ως μαθηματικού. Ο Καραθεοδωρή αναγορεύτηκε διδάκτορας στο Πανεπιστήμιο του Γκέτινγκεν το 1904 και αμέσως μετά ζήτησε να εργαστεί στην Ελλάδα. Οι αρμόδιοι όμως του απάντησαν ότι είχε ελπίδες να διοριστεί μόνο σαν δάσκαλος σε σχολεία της επαρχίας. Τότε γύρισε στη Γερμανία, όπου τον επόμενο χρόνο (Μάρτιος 1905) αναγορεύτηκε υφηγητής των Μαθηματικών στο Πανεπιστήμιο του Γκέτινγκεν. Στο ίδιο πανεπιστήμιο δίδαξε μέχρι το 1908. Την ίδια χρονιά παντρεύτηκε την τότε 24χρονη Ευφροσύνη, με την οποία απέκτησε δύο παιδιά, τον Στέφανο και τη Δέσποινα.

## **Η επιστημονική αναγνώριση**

Από το 1909 έως το 1920 δίδαξε Μαθηματικά σε διάφορα γερμανικά ακαδημαϊκά ιδρύματα: Αννόβερο, Μπρέσλαου (Βρότσλαβ στην σημερινή Πολωνία), Γκέτινγκεν και Βερολίνο. Η φήμη του ως μαθηματικού τον έφερε σε φιλική και επαγγελματική επαφή με άλλους μεγάλους ομολόγους της εποχής του όπως ο Μαξ Πλανκ, ο Άλμπερτ Αϊνστάιν, ο Σβαρτς, ο Φρομπένιους, ο Σμιτ, ο Ντάβιντ Χίλμπερτ, ο Κλάιν, κ.ά.

Ιδιαίτερη ήταν η σχέση που συνέδεε τον Καραθεοδωρή με τον Άλμπερτ Αϊνστάιν. Οι δύο άνδρες γνωρίστηκαν το 1915 διατήρησαν μια επιστημονική σχέση, στηριγμένη στην αλληλοεκτίμηση και σεβασμό. Τότε άρχισε και το ενδιαφέρον του Καραθεοδωρή για την Θεωρία της Σχετικότητας.

Το 1911, μετά από πρόσκληση του Ελευθέριου Βενιζέλου, ο Καραθεοδωρή συμμετείχε στην επιτροπή επιλογής καθηγητών για το Πανεπιστήμιο Αθηνών. Το 1913 έγινε καθηγητής της Α΄ έδρας της μαθηματικής επιστήμης του Πανεπιστημίου του Γκεντινγκεν, θέση στην οποία παρέμεινε μέχρι το 1918. Το 1920, πάλι με πρόσκληση του Βενιζέλου, ανέλαβε να οργανώσει το Ιώνιο Πανεπιστήμιο στη Σμύρνη. Η απόφαση του Καραθεοδωρή να επιστρέψει στην πατρίδα του προκειμένου να της φανεί χρήσιμος, παρόλο που μεσουρανούσε στη Γερμανία, είναι μάλλον ενδεικτική της αγάπης του για την Ελλάδα.

Στην Σμύρνη ο Καραθεοδωρή έμεινε μέχρι την κατάρρευση του μικρασιατικού μετώπου τον Αύγουστο του 1922. Όταν οι Τούρκοι εισέβαλαν στην πόλη, ο 49χρονος Καραθεοδωρή κατόρθωσε να διασώσει τη βιβλιοθήκη και πολλά από τα εργαστηριακά όργανα του Ιονίου Πανεπιστημίου και να τα μεταφέρει στο Πανεπιστήμιο Αθηνών. Η δωρεά Καραθεοδωρή βρίσκεται μέχρι τις μέρες μας στο Μουσείο Φυσικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Αθηνών. Το 1922 διορίστηκε καθηγητής στο Πανεπιστήμιο Αθηνών και το 1923 διορίστηκε καθηγητής στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

Μάλλον απογοητευμένος από την μίζερη κατάσταση των ελληνικών πανεπιστημίων, εγκατέλειψε την Ελλάδα το 1924, για να αναλάβει καθηγητική θέση στο Πανεπιστήμιο του Μονάχου, που εκείνο τον καιρό ήταν το δεύτερο μεγαλύτερο πανεπιστήμιο της Γερμανίας και δίδασκαν σ' αυτό κορυφαία ονόματα. Το Νοέμβριο του 1926, έγινε μέλος στη νεοϊδρυθείσα Ακαδημία

Αθηνών για την τάξη των Θετικών Επιστημών. Το 1928, ανταποκρινόμενος σε πρόσκληση από το Πανεπιστήμιο Χάρβαρντ και την Αμερικανική Μαθηματική Εταιρεία, επισκέφθηκε τις ΗΠΑ μαζί με την γυναίκα του για έναν σχεδόν χρόνο, για να δώσει διαλέξεις σε διάφορα αμερικανικά πανεπιστήμια, ανάμεσα στα οποία το Πανεπιστήμιο Πρίνστον, το Πανεπιστήμιο της Πενσυλβάνια, το Πανεπιστήμιο του Τέξας στο Ώστιν και άλλα.

Το 1930, πάλι μετά από πρόσκληση του Ελευθέριου Βενιζέλου, ανέλαβε καθήκοντα κυβερνητικού επιτρόπου στο Πανεπιστήμιο Αθηνών και το Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης για να βοηθήσει στην αναδιοργάνωση του πρώτου και στην οργάνωση του (νεοσύστατου) δεύτερου.

## **Τα τελευταία χρόνια**

Το 1932, επέστρεψε στην έδρα του στο Μόναχο και παρέμεινε στην πόλη αυτή, ακόμα και μέσα στα δύσκολα χρόνια του Β΄ Παγκοσμίου Πολέμου. Το 1945, διάφορα αμερικανικά πανεπιστήμια τον προσκάλεσαν για να εγκατασταθεί και να διδάξει στις ΗΠΑ, αλλά προτίμησε να μείνει στη Γερμανία, αφού ήταν ηλικιωμένος και είχε ήδη χάσει την σύντροφό του.

Τον Δεκέμβριο του 1949 έδωσε την τελευταία του διάλεξη στο Μόναχο. Πέθανε δύο μήνες αργότερα. Η σορός του ενταφιάστηκε στο Κοιμητήριο *Waldfriedhof* του Μονάχου.

## **Το επιστημονικό του έργο**

Ο Καραθεοδωρή άρχισε να συγγράφει επιστημονικές μελέτες ήδη από τον καιρό που εργάζονταν ως μηχανικός στην Αίγυπτο. Οι έρευνες του, τις οποίες δημοσίευσε κυρίως στα γερμανικά, συνθέτουν ένα τεράστιο και πολύπλευρο έργο, το οποίο τον κατατάσσει μεταξύ των μεγαλύτερων μαθηματικών.

Αρχικά ασχολήθηκε με τον Λογισμό των Μεταβολών και η διδακτορική διατριβή του (Γκέτινγκεν, 1904) φέρει τον τίτλο «Περί των ασυνεχών λύσεων στον Λογισμό των Μεταβολών». Στην συνέχεια, καταπιάστηκε με όλους σχεδόν του κλάδους των Μαθηματικών: θεωρία πραγματικών συναρτήσεων, θεωρία μιγαδικών συναρτήσεων, διαφορικές εξισώσεις, θεωρία συνόλων και διαφορική γεωμετρία, σύμμορφες απεικονίσεις κ.ά.

Οι μαθηματικές του αποδείξεις χαρακτηρίζονται από «κομψότητα και απλότητα», αλλά και αυστηρότητα που δίνει απόλυτη ασφάλεια στα συμπεράσματα που προκύπτουν. Με την συμβολή του στον Λογισμό των Μεταβολών βοήθησε στην ανάπτυξη της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας προκαλώντας τον θαυμασμό του ίδιου του Αϊνστάιν:

«Αν θέλετε να μπείτε στον κόπο να μου εξηγήσετε ακόμα και τους κανονικούς μετασχηματισμούς θα βρείτε έναν ευγνώμονα και ευσυνείδητο ακροατή. Αν όμως λύσετε και το πρόβλημα των κλειστών γραμμών του χρόνου, θα σταθώ μπροστά σας με σταυρωμένα χέρια. Πίσω από αυτό υπάρχει κρυμμένο κάτι

που είναι αντάξιο του ιδρώτα των καλύτερων.» — *Επιστολή του Αϊνστάιν προς τον Καραθεοδωρή, 1916*

Η συμβολή του στην Θεωρητική Φυσική ήταν ουσιαστική στην μαθηματική θεμελίωση τομέων της Φυσικής όπως η Θερμοδυναμική, η Γεωμετρική Οπτική, η μηχανική και η Σχετικότητα.

Το 1909 δημοσίευσε μία εργασία με τίτλο «Έρευνα επί των βάσεων της Θερμοδυναμικής» στο περιοδικό *Mathematische Annalen*. Η εργασία αυτή έγινε ευρέως γνωστή στους κύκλους των φυσικών μόνο το 1921 από ένα σχετικό άρθρο του Μαξ Μπορντό (Max Born) στο περιοδικό *Physikalische Zeitschrift*. Στην εργασία του 1909 περιέχεται και η περίφημη *Αρχή Καραθεοδωρή* που λέει ότι

«σε κάθε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας ενός συστήματος υπάρχουν μερικές απείρως γειτονικές καταστάσεις ισορροπίας στις οποίες δεν μπορούμε να φτάσουμε με αδιαβατικές μεταβολές».

Με απλά αξιώματα και υποθέσεις, ο Καραθεοδωρή κατόρθωσε να φτάσει στον ορισμό θεμελιωδών θερμοδυναμικών μεγεθών όπως της εντροπίας, χωρίς καμία αναφορά σε θερμοδυναμικούς κύκλους κ.λπ.

Υπήρξε μέλος των ακαδημιών Βερολίνου (1919), Γκέτινγκεν (1920), Μονάχου (1925), Κολωνίας (1926, Αθηνών (1927) και Ρώμης (1929).

# Ρενε Ντεκαρτ



Ο Καρτέσιος γεννήθηκε το 1596, στην Λα Αι αν Τουραίν, της Γαλλίας. Όταν ήταν ενός έτους η μητέρα του πέθανε από φυματίωση. Ο πατέρας του, δικαστής στο Ανώτατο Δικαστήριο είχε λίγο χρόνο να αφιερώσει στην οικογένειά του. Στην ηλικία των δέκα ετών, εισήλθε στο Ιησουϊτικό Κολλέγιο Ρουαγιάλ Ανρί-Λε-Γκραν στη Λα Φλες. Στη Λα Φλες ο Ντεκάρτ φέρεται ότι ήλθε σε επαφή με τον ερμητικό μυστικισμό, όντας ελευθεροτέκτονας, αλλά αργότερα εγκατέλειψε αυτές τις ενασχολήσεις χάριν της ορθολογικής έρευνας. Μετά την αποφοίτησή του μελέτησε στο

πανεπιστήμιο του Πουατιέ όπου έλαβε το Μπακαλορεά του και Άδεια (εξασκήσεως επαγγέλματος) στη Νομική το 1616, σύμφωνα με την επιθυμία του πατέρα του.

Ο Καρτέσιος δεν άσκησε ποτέ το επάγγελμα και το 1618 εισήλθε στην υπηρεσία του πρίγκηπα Μωρίς του Νασσάου, κυβερνήτη των Ενωμένων Επαρχιών των Κάτω Χωρών. Πρόθεσή του ήταν να δει τον κόσμο και να ανακαλύψει την αλήθεια.

Εκεί συνάντησε τον Ισαάκ Μπήκμαν , ο οποίος έστρεψε το ενδιαφέρον του προς τα Μαθηματικά και τη νέα (τότε) Φυσική. Στις 10 Νοεμβρίου 1619, ταξιδεύοντας προς τη Γερμανία και σκεπτόμενος πώς θα χρησιμοποιήσει τα μαθηματικά για να επιλύσει προβλήματα της φυσικής, ο φιλόσοφος είχε ένα όραμα σε ένα όνειρο, μέσω του οποίου «ανακάλυψε τα θεμέλια μιας θαυμαστής επιστήμης». Σημείο αναφοράς στη ζωή του νεαρού Καρτέσιου, το όραμα έγινε το θεμέλιο πάνω στο οποίο ανέπτυξε την αναλυτική Γεωμετρία. Αφιέρωσε το υπόλοιπο της ζωής του ερευνώντας τη σχέση μαθηματικών και φύσης.

Το 1622 επέστρεψε στη Γαλλία, και για τα επόμενα χρόνια μοίρασε τον χρόνο του ανάμεσα στο Παρίσι και άλλα σημεία της Ευρώπης. Έφθασε στη Λα Αι το 1623, για να πουλήσει όλη την περιουσία του και να επενδύσει τα χρήματά του σε ομόλογα, που του εξασφάλισαν καλό εισόδημα για το υπόλοιπο της ζωής του. Ο Καρτέσιος ήταν παρών στην πολιορκία της Λα Ροσέλ από τον Αρμάν Ζαν ντυ Πλεσί, Καρδινάλιο Ρισελιέ το 1627. Έφυγε για την Ολλανδία το 1628, όπου έζησε αλλάζοντας συχνά τόπο διαμονής έως το 1649.

Το 1633, ο Γαλιλαίος καταδικάστηκε από την Καθολική Εκκλησία και ο Καρτέσιος εγκατέλειψε τα σχέδιά του για την έκδοση του *Πραγματεία επί του Κόσμου*, σύνοψη του έργου του των προηγούμενων τεσσάρων χρόνων.

Αν και δεν παντρεύτηκε ποτέ, είχε μια κόρη, καρπό της σχέσης του με μια κυρία ονόματι Ελέν. Η Φρανσίν Ντεκάρτ γεννήθηκε το 1635 και βαπτίστηκε στις 7 Αυγούστου του ίδιου έτους. Προς μεγάλη θλίψη του Καρτέσιου, πέθανε το 1640.

Ο φιλόσοφος συνέχισε να εκδίδει έργα σχετικά με τα μαθηματικά και τη φιλοσοφία για το υπόλοιπο της ζωής του. Το 1643, η Καρτεσιανή φιλοσοφία καταδικάστηκε στο πανεπιστήμιο της Ουτρέχτης και ο Καρτέσιος ξεκίνησε τη μακρά αλληλογραφία του με την Ελισάβετ της Βοημίας. Το 1647, του αποδόθηκε σύνταξη από τον Βασιλιά της Γαλλίας.

Ο φιλόσοφος πέθανε στις 11 Φεβρουαρίου, 1650 στη Στοκχόλμη, της Σουηδίας, όπου είχε προσκληθεί ως διδάσκαλος της βασίλισσας Χριστίνας της Σουηδίας. Ως αιτία του θανάτου του φέρεται η πνευμονία, αν και επιστολές που ανακαλύφθηκαν πρόσφατα προς και από τον ιατρό Άικ Πάις (Eike Pies) υποδεικνύουν ότι ο Καρτέσιος πιθανώς δηλητηριάστηκε από τη χρήση αρσενικού.

Το 1667 το Βατικανό έβαλε τα έργα του στον *Κατάλογο Απαγορευμένων Βιβλίων*.

## Έργο

### Η καρτεσιανή μέθοδος γνώσης



Ο Καρτέσιος υποστήριξε ότι η μέθοδος πρέπει να οδηγεί σε μία μοναδική αρχή, για την οποία είμαστε απόλυτα σίγουροι. Χρησιμοποιώντας αυτή τη θεμελιακή αρχή, θα μπορούσαμε σύμφωνα με τον φιλόσοφο να ερμηνεύσουμε τον κόσμο της εμπειρίας σε όλη του την έκταση. Σε τούτη την άποψη θεμελιώνεται πιθανώς η ανατροπή του μεσαιωνικού σχολαστικού



πνεύματος που επεδίωξε και σε ένα βαθμό κατόρθωσε μαζί με τους άλλους διανοητές της εποχής του ο Καρτέσιος.

Πριν, λοιπόν, οποιαδήποτε καταγραφή των επί μέρους στοιχείων του καρτεσιανού δένδρου της γνώσης, χρειάζεται συζήτηση περί της μεθόδου του. Η μέθοδος ήταν το σημείο στο οποίο εστιάστηκαν τα πρώιμα κείμενά του οι *Κανόνες για την Καθοδήγηση του Πνεύματος* και εμφανίστηκαν κυρίως στο *Λόγος περί της Μεθόδου*. Στο δεύτερο μέρος του Λόγου, η μέθοδος παρουσιάζεται να έχει τέσσερις κανόνες: Καταρχήν, δε δεχόμαστε κάτι ως αληθινό, αν δεν υπάρχει εμφανής γνώση της αλήθειάς του, αποφεύγοντας βιασύνες και προκαταλήψεις. Κατόπιν διαιρούμε κάθε μια από τις δυσκολίες σε όσο το δυνατόν περισσότερα μέρη. Τρίτον, κατευθύνουμε τις σκέψεις μας με τρόπο παρατακτικό, ξεκινώντας με τα απλούστερα και τα ευκολότερα γνωστά αντικείμενα, για να καταλήξουμε σταδιακά στη γνώση των συνθέτων και τέλος επανελέγχουμε τη συλλογιστική πορεία μας για να βεβαιωθούμε ότι δεν υπάρχουν παραλείψεις.

Οδηγίες για την ακριβή παρακολούθηση της μεθόδου του δίνει στον πέμπτο *Κανόνα* όπου λέγει: «Θα ακολουθούμε αυτή τη μέθοδο ακριβώς αν αρχικά ανάγουμε τις περίπλοκες και σκοτεινές προτάσεις βαθμιαία σε απλούστερες, και κατόπιν, αρχίζοντας από τη διαίσθηση της απλούστερης όλων, προσπαθήσουμε να φθάσουμε μέσω των ίδιων βημάτων στη γνώση όλων των υπολοίπων». Το παράδειγμα του συγκεκριμένου ιδεολογήματος φαίνεται στον όγδοο *Κανόνα*. Εκεί ο Καρτέσιος εξετάζει το πρόβλημα της ανάκλασης, το σχήμα ενός φακού που εστιάζει τις παράλληλες φωτεινές γραμμές σε ένα ενιαίο σημείο. Το πρώτο βήμα στη λύση του προβλήματος, σύμφωνα με τον φιλόσοφο, είναι να δει ότι ο προσδιορισμός αυτής της γραμμής εξαρτάται από την αναλογία των γωνιών διάθλασης και των γωνιών πρόσπτωσης. Αυτό με τη σειρά του εξαρτάται από τις αλλαγές σε αυτές τις γωνίες που επέρχονται εξαιτίας διαφορών στα χρησιμοποιούμενα μέσα. Όλες αυτές οι αλλαγές με τη σειρά τους εξαρτώνται τελικά από τον τρόπο με τον οποίο διαπερνά η ακτίνα το μέσο. Αυτού του είδους η γνώση προϋποθέτει γνώση της φύσης του φωτός, κ.ο.κ., για να καταλήξει ότι η έσχατη γνώση μας είναι η γνώση του τι είναι το φυσικό φαινόμενο. Αυτή η τελευταία ερώτηση μπορεί, πιθανώς, να απαντηθεί από τη διαίσθηση (ενόραση) μόνο, δηλαδή μια καθαρά ορθολογιστική αντίληψη της αλήθειας μιας πρότασης για την οποία –όπως είπαμε- είμαστε απόλυτα βέβαιοι. Γνωρίζοντας τη φύση της φυσικής δύναμης, μπορούμε αναγωγικά να απαντήσουμε σε όλες τις πιθανές ερωτήσεις ή ζητήματα που μπορεί να προκύψουν. Οι διαδοχικές απαντήσεις συνδέονται αναγωγικά με την πρώτη διαίσθηση.

## Πιερ ντε Φερμά



Ο Φερμά γεννήθηκε στο Μπομόν ντε Λομάνι της περιφέρειας Ταρν-ε-Γκαρόν του Νομού Μέσων Πυρηναίων στη νότια Γαλλία στις 17 Αυγούστου 1601 και ήταν βασικικής καταγωγής. Ο πατέρας του, Ντομινίκ Φερμά, ήταν ευκατάστατος έμπορος δερμάτων και κατείχε το αξίωμα "second consul" στο "παλαιό καθεστώς" της Γαλλίας, κυβερνητική θέση ισοδύναμη με του σημερινού δημάρχου. Ο Ντομινίκ νυμφεύτηκε δύο φορές, αρχικά την Φρανσουάζ Καζενέβ και στην συνέχεια την Κλερ ντε Λον (Claire de Long). Δεν είναι εξακριβωμένο ποια από τις δύο ήταν η μητέρα του Πιέρ, φαίνεται όμως πιθανότερο

να ήταν η Κλερ ντε Λον. Δεν είναι επίσης σαφής η χρονολογία γέννησής του, καθώς έχουν ανευρεθεί στα αρχεία της Μοντωμπάν και της γενέτειράς του δύο εγγραφές με το όνομα "Πιέρ Φερμά", η μία χρονολογούμενη το 1601 και η άλλη το 1607.

Δεν είναι γνωστές πολλές λεπτομέρειες σχετικά με τα πρώτα στάδια της μόρφωσής του. Πιθανόν να έλαβε τη στοιχειώδη εκπαίδευση στο μοναστήρι των Φραγκισκανών "Grandselve" που βρισκόταν στην περιοχή της γενέτειράς του.

Ολοκληρώνοντας τις βασικές σπουδές του γράφτηκε αρχικά στο Πανεπιστήμιο της Τουλούζης και στην συνέχεια στο Πανεπιστήμιο του Μπορντό (περίπου το δεύτερο ήμισυ του 1620). Εκεί άρχισε το 1629 τις πρώτες του έρευνες επί των μαθηματικών, όταν έδωσε σε ένα μαθηματικό ένα αντίγραφο του *Plane Locis* του Απολλωνίου το οποίο είχε αποκαταστήσει. Την ίδια περίοδο, επίσης, συνέγραψε αρκετά κείμενα σχετικά με το μέγιστο και το ελάχιστο των συναρτήσεων, τα οποία έδωσε στον Ετιέν ντ' Εσπανιέ, λάτρη των μαθηματικών και γιο του προέδρου του Κοινοβουλίου του Μπορντό που είχε τα ίδια ενδιαφέροντα με αυτόν και είχε δημιουργήσει ένα μικρό κύκλο με τους Φιλόν (Philon) και (Prades), τους οποίους μνημονεύει ο Φερμά στην αλληλογραφία του.

Από το Μπορντό μετακόμισε στην Ορλεάνη για να σπουδάσει Νομικά στο πανεπιστήμιο της πόλης. Λαμβάνοντας το πτυχίο του αγόρασε τον τίτλο του συμβούλου (conseiller) στο Κοινοβούλιο της πόλης. Το 1631, έχοντας το επάγγελμα του δικηγόρου, το οποίο του εξασφάλιζε κοινωνική άνοδο αλλά και άνοιγε τους δρόμους της πολιτικής εξουσίας, και κυβερνητικό αξίωμα άλλαξε το όνομά του από Πιέρ Φερμά σε Πιέρ ντε Φερμά. Το ίδιο έτος νυμφεύτηκε στο Μπομόν την τέταρτη εξαδέλφη του Λουίζ ντε Λον, με την οποία απέκτησαν πέντε παιδιά: τον Κλεμάν-Σαμυέλ, τον Ζαν, την Κλερ, την Λουίζ και την Κατρίν. Η οικογένεια Φερμά απολάμβανε μεγάλης εκτίμησης στην πόλη και, καθώς ο πεθερός του, ως ένας από τους παλαιότερους νομοθέτες ανήκε στην Αριστοκρατία, εντάχθηκε σε αυτήν και η οικογένεια Φερμά.<sup>[8]</sup>

Ο Φερμά χειριζόταν άψογα, εκτός από τα γαλλικά, τα λατινικά, τα Αρχαία ελληνικά, τα ισπανικά, τα ιταλικά και πιθανόν και την βασκική διάλεκτο. Για το λόγο αυτό ήταν περιζήτητος για την απόδοση των κλασικών ελληνικών κειμένων. Παρά την ενασχόλησή του με τη μαθηματική επιστήμη, κράτησε για τον εαυτό του τον τίτλο του "ερασιτέχνη", ενώ παράλληλα κατάφερε να πετύχει την επιθυμητή αναγνώρισή του. Το γεγονός αυτό οδήγησε σε διαμάχες με συγχρόνους του μαθηματικούς, όπως ο Ρενέ Ντεκάρτ (Καρτέσιος), ενώ είχε αναπτύξει φιλία με τον Μπλεζ Πασκάλ

Ο Φερμά απεβίωσε στις 12 Ιανουαρίου 1665 στην πόλη Καστρ

## Το έργο του

*Κύριο λήμμα: Το τελευταίο θεώρημα του Φερμά*

Η πρωτοπόρος εργασία του Φερμά στην Αναλυτική Γεωμετρία κυκλοφόρησε σε χειρόγραφο μορφή το 1636, πριν ο Ντεκάρτ κυκλοφορήσει την περίφημη *Γεωμετρία* του. Το χειρόγραφο εκδόθηκε μετά τον θάνατο του Φερμά, το 1679, σε συμπίλημα υπό τον τίτλο "Varia opera mathematica" υπό τον τίτλο *Ad Locos Planos et Solidos Isagoge*. Στο έργο του *A Methodus ad disquirendam maximam et minima and in De tangentibus linearum curvarum* ο Φερμά αναπτύσσει μια μέθοδο προσδιορισμού των ελαχίστων, μεγίστων και εφαπτομένων σε καμπύλες ποικίλων συναρτήσεων, ισοδύναμη με αυτή του διαφορικού λογισμού. Με αυτές τις εργασίες ο Φερμά επινοεί μια τεχνική για τον εντοπισμό του κέντρου βάρους πολλών επίπεδων και στερεών σωμάτων και οδήγησε σε περισσότερες αναλύσεις επί των ολοκληρωμάτων.

Σημαντική συμβολή είχε επίσης στον ολοκληρωτικό λογισμό, όπου με ευφυές τέχνασμα κατόρθωσε να επινοήσει τύπο υπολογισμού του ολοκληρώματος ανάγοντάς το σε άθροισμα όρων γεωμετρικής προόδου. Ο τύπος αυτός πιθανότατα χρησίμευσε τόσο στον Νεύτωνα όσο και στον Λάιμπνιτς οι οποίοι, ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο, παρουσίασαν το θεμελιώδες θεώρημα του ολοκληρωτικού λογισμού.<sup>[12]</sup>

Στη Θεωρία αριθμών ο Φερμά μελέτησε την ειδική περίπτωση της διοφαντικής εξίσωσης που αποκλήθηκε "εξίσωση του Πελ":

$$x^2 - ny^2 = 1$$

τους τέλειους αριθμούς, τους "φιλικούς" (amicable) αριθμούς και τους αριθμούς που θα γίνουν αργότερα γνωστοί ως "αριθμοί του Φερμά":

$$F_n = 2^{2^n} + 1$$

όπου n είναι μη αρνητικός ακέραιος

Ενώ ερευνούσε τους τέλειους αριθμούς, επινόησε και το αντίστοιχο θεώρημα. Επινόησε επίσης μέθοδο παραγοντοποίησης (μέθοδος παραγοντοποίησης Φερμά) και την τεχνική της "κατάβασης εις άπειρο", μια ειδική περίπτωση της

απαγωγής σε άτοπο, την οποία χρησιμοποίησε για να αποδείξει το Τελευταίο Θεώρημα για  $n=4$ .

Αν και ο ίδιος ισχυριζόταν ότι είχε αποδείξει όλα του τα θεωρήματα, ελάχιστες καταγραφές αυτών των αποδείξεων. Πολλοί μαθηματικοί, ανάμεσά τους και ο Καρλ Φρίντριχ Γκάους αμφέβαλλαν για αρκετούς από τους ισχυρισμούς του, ειδικά αν λάμβανε κανείς υπόψη τόσο τη δυσκολία ορισμένων από τα προβλήματα που αντιμετώπισε όσο και τα περιορισμένα μαθηματικά "εργαλεία" που ήταν γνωστά στην εποχή του.

Το περίφημο θεώρημά του ανακαλύφθηκε από τον γιο του στα περιθώρια μιας έκδοσης του Διόφαντου, με την παρατήρηση ότι το περιθώριο ήταν πολύ μικρό για να χωρέσει και την απόδειξή του. Το θεώρημα αποδείχθηκε μόλις το 1994, με μαθηματικές τεχνικές άγνωστες στον Φερμά.

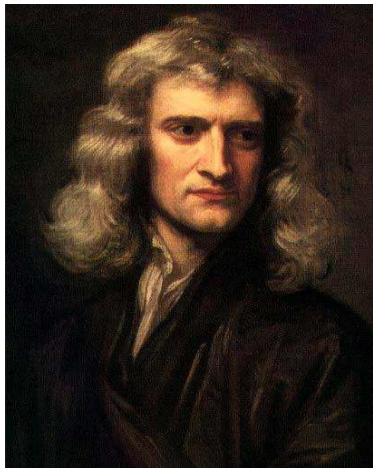
Μολονότι μελέτησε πολύ προσεκτικά και εμπνεύστηκε από την εργασία του Διόφαντου, ο Φερμά δημιούργησε τη δική του "σχολή" επί του θέματος. Ο Διόφαντος ήταν ικανοποιημένος αν έβρισκε μια μόνο λύση στις εξισώσεις του, ακόμη κι αν αυτή ήταν κλασματική (και άρα μη επιθυμητή). Ο Φερμά ενδιαφέρθηκε μόνο για τις ακέραιες λύσεις στις διοφαντικές εξισώσεις του και ερεύνησε όλες τις πιθανές γενικές λύσεις. Συχνά αποδείκνυε ότι ορισμένες εξισώσεις δεν είχαν λύση, κάτι που προκάλούσε σύγχυση στους συγχρόνους του.

Μέσω της αλληλογραφίας του με τον Πασκάλ, έθεσαν, το 1664, τα βασικά θεμέλια της θεωρίας των πιθανοτήτων. Από αυτή τη σύντομη αλλά πολύ παραγωγική συνεργασία επί του προβλήματος των ακρότατων, θεωρούνται σήμερα συνδημιουργοί της θεωρίας των πιθανοτήτων. Στον Φερμά επίσης αποδίδεται και η πρώτος ακριβής υπολογισμός πιθανότητας: Ένας επαγγελματίας παίκτης τον ρώτησε γιατί αν στοιχημάτιζε πως σε τέσσερις ρίψεις ενός ζαριού θα ερχόταν μια φορά τουλάχιστον το 6 κέρδιζε σε βάθος χρόνου, ενώ αν στοιχημάτιζε ότι θα έρχονταν τουλάχιστον μια φορά "εξάρες" σε 24 ταυτόχρονες ρίψεις δύο ζαριών έχανε. Ο Φερμά απέδειξε ότι αυτός ήταν ο κανόνας βάσει των μαθηματικών.

## **Αποτίμηση του έργου του**

Μαζί με τον Ρενέ Ντεκάρτ ο Φερμά θεωρείται ένας από τους δύο κορυφαίους μαθηματικούς του πρώτου ημίσεος του 17ου αιώνα. Σύμφωνα με τον συγγραφέα Πίτερ Μπερνστάιν στο βιβλίο του *Against the Gods* . ο Φερμά ήταν μαθηματικός σπάνιας νοητικής δύναμης: Αναδείχτηκε σε θεμελιωτή της Αναλυτικής Γεωμετρίας, συνέβαλε στην αρχική διαμόρφωση του ολοκληρωτικού λογισμού έκανε έρευνες επί του "βάρους της Γης" και εργάστηκε επί της Οπτικής και της διάθλασης του φωτός. Στην εκτεταμένη αλληλογραφία του με τον Πασκάλ θέτουν από κοινού τη βάση της θεωρίας πιθανοτήτων. Όμως, το σημαντικότερο επίτευγμά του σημειώνεται στη θεωρία των αριθμών.

# Ισαακ Νεύτων



Ο Σερ Ισαάκ Νεύτων ( 4 Ιανουαρίου 1643 – 31 Μαρτίου 1727 ) ήταν Άγγλος φυσικός, μαθηματικός, αστρονόμος, φιλόσοφος, αλχημιστής και θεολόγος. Θεωρείται πατέρας της Κλασικής Φυσικής, καθώς ξεκινώντας από τις παρατηρήσεις του Γαλιλαίου αλλά και τους νόμους του Κέπλερ για την κίνηση των πλανητών διατύπωσε τους τρεις μνημειώδεις νόμους της κίνησης και τον περισπούδαστο «νόμο της βαρύτητας» (που ο θρύλος αναφέρει πως αναζήτησε μετά από πτώση μήλου από μια μηλιά). Μεγάλης ιστορικής σημασίας υπήρξαν ακόμη οι μελέτες του σχετικά με τη φύση του

φωτός καθώς επίσης και η καθοριστική συμβολή του στη θεμελίωση των σύγχρονων μαθηματικών και συγκεκριμένα του διαφορικού και ολοκληρωτικού λογισμού. Δεν είχε κοινοπολιτειακή υπηκοότητα, αλλά είχε αποκτήσει τον τίτλο του Εταίρου της Βασιλικής Εταιρείας, που δίνονταν σε πολίτες ή μόνιμους κατοίκους της Κοινοπολιτείας των Εθνών. Είχε διατελέσει πρόεδρος της Βασιλικής Εταιρείας.

## 450-1642: Η πολιτικοκοινωνική κατάσταση στην Αγγλία δύο αιώνες πριν τον Νεύτωνα

Στα 1450, τον καιρό που γεννιόταν η τυπογραφία, έπεφτε η Βυζαντινή αυτοκρατορία και ο Ρεγκιομοντάνους σήμαινε την αναγέννηση της θετικής επιστήμης στην Κεντρική Ευρώπη, στην Αγγλία ξεκινούσε ένας αιματηρός εμφύλιος, που έμελλε να διαρκέσει πάνω από τριάντα χρόνια, ο πόλεμος των Δύο Ρόδων (1451–1485). Οι συνέπειες του εμφύλιου αυτού οδήγησαν έμμεσα τη χώρα σε μία από τις ενδοξότερες περιόδους της ιστορίας της.

Συγκεκριμένα, όταν ο οίκος του Λάνκαστερ επικράτησε οριστικά επί του οίκου Γιορκ, η ως τότε ισχυρή αγγλική αριστοκρατία είχε ατονήσει ανεπανόρθωτα από τις απώλειες της αναμέτρησης τόσο, ώστε ο Ερρίκος Ζ΄, που ανήλθε στο θρόνο το 1485, είχε την άνεση να κυβερνήσει εποικοδομητικά τη χώρα χωρίς να φθείρεται από εσωτερικές αντιπαλότητες. Ήταν η απαρχή της δυναστείας των Τυδώρ (1485-1603). Το κατοπινό μεγαλείο της Αγγλίας θεμελιώθηκε κατά τη διάρκεια της απολυταρχίας τους: η χώρα αναδεικνύεται ως το σπουδαιότερο ναυτικό και αποικιακό κράτος του κόσμου, η Εκκλησία της ανεξαρτητοποιείται από την Εκκλησία της Ρώμης, οι τέχνες και τα γράμματα, δίπλα στα άλλα, αναγεννώνται και ακμάζουν.

Μετά από μία τέτοια υποδομή ενός και μισού σχεδόν αιώνα και ενώ η δυναστεία των Στιούαρτ βρισκόταν για τέσσερις δεκαετίες στο θρόνο, για πρώτη φορά μετά από την αποδυνάμωση της αριστοκρατίας στον πόλεμο των Δύο Ρόδων, ο λαός της Αγγλίας διεκδικούσε πλέον συνειδητά και σθεναρά τη διαμόρφωση κοινοβουλευτικού πολιτεύματος.

Σε αυτήν την πολιτικά ανήσυχη και μεταβατική περίοδο, την ημέρα των Χριστουγέννων του 1642, στο χωριό Γούλσθορπ, κοντά στο Γκράντχαμ του Λίνκολνσαϊρ, γεννήθηκε ο Νεύτων.

## **1642-1661: Παιδικά χρόνια**

Όταν γεννήθηκε, ο πατέρας του είχε ήδη πεθάνει. Τα τρία πρώτα χρόνια της ζωής του μένει μαζί με τη μητέρα και τη γιαγιά του. Κατόπιν η μητέρα του, Χάννα, παντρεύεται για δεύτερη φορά και φεύγει από το σπίτι, αφήνοντας το μικρό Ισαάκ στα χέρια της μητέρας της. Όταν ο πατριός πεθαίνει επίσης, μετά από οκτώ χρόνια, η μητέρα γυρίζει στο χωριό με τα τρία ετεροθαλή αδέρφια του, δύο κορίτσια και ένα αγόρι. Είναι γνωστό ότι ο Νεύτων, ως νεαρός, κρατούσε ένα «αμαρτιολόγιο», έναν κατάλογο δηλαδή όπου σημείωνε τις αμαρτίες που πίστευε ότι διέπραττε. Μέσα εκεί αναφέρεται στη μητέρα του και στον πατριό του και έτσι γνωρίζουμε ότι ένιωθε ζήλια και μνησικακία για το γεγονός ότι εκείνη τον άφησε από μικρό για να ξαναπαντρευτεί. Πιστεύεται γενικά ότι η προσωπικότητά του, που διαμορφώθηκε αργότερα σε στρυφνή και αντικοινωνική, αναμφισβήτητα επηρεάστηκε από το ότι δεν είχε γνωρίσει τον πατέρα του και το ότι η μητέρα του τον άφησε μόνο του στη μικρή εκείνη ηλικία.

Τις πρώτες σπουδές του τις ολοκλήρωσε στο κοντινό Γκράντχαμ . Όταν η μητέρα του πείστηκε ότι ο πρωτότοκος γιος της δεν επρόκειτο να αφοσιωθεί στο γεωργικό τρόπο ζωής για τον οποίο τον προόριζε, αποφάσισε να τον αφήσει να προετοιμαστεί για περαιτέρω σπουδές στο πανεπιστήμιο. Έτσι, στις 5 Ιουνίου του 1661, ο νεαρός Νεύτων εισάγεται στο Κολλέγιο Τρίνιτι του Καίμπριτζ. Λαμβάνει το πρώτο πτυχίο του το 1665 και με υποτροφία, μετά από τρία χρόνια (1668) ολοκληρώνει το μεταπτυχιακό του. Στο μεταξύ εκλέγεται μέλος της πανεπιστημιακής κοινότητας και αρχίζει έτσι επίσημα την ερευνητική σταδιοδρομία του.

## **1661-1669: Σπουδές στο Καίμπριτζ και οι πρώτες έρευνες**

Η παιδεία που έλαβε στο Γκράντχαμ, αν και βασιζόταν κυρίως στην αρχαία ελληνική και λατινική γραμματεία, συνδυασμένη με το ανήσυχο εφηβικό του πνεύμα, τον ώθησε να ασχοληθεί, εκτός από το διάβασμα, και με την ευρεσιτεχνία. Ανάμεσα σε άλλα είχε κατασκευάσει ηλιακά ρολόγια, τα οποία είχε τοποθετήσει σε καίρια σημεία στο διαμέρισμά του και, επίσης, είχε καταφέρει να σηκώσει ένα χαρταετό στον οποίο είχε εφαρμόσει ένα αναμμένο φανάρι, ένα εγχείρημα που λέγεται ότι τρομοκράτησε τους ανθρώπους της περιοχής του. Οπωσδήποτε, τέτοιου είδους δραστηριότητες μαρτυρούσαν ότι τον μικρό Ισαάκ διακατείχε οξεία ερευνητική διάθεση.

Για τον κοινωνικό κύκλο του Νεύτωνα κατά την περίοδο της φοίτησής του στο Καίμπριτζ, λίγα πράγματα είναι γνωστά. Οπωσδήποτε, ένας φίλος του ήταν ο συγγατοικός του Γουίκινς , ο οποίος εκτέλεσε κάποτε και χρέη γραφέα του.

Από αναφορές του ίδιου του Νεύτωνα διαπιστώνουμε πως, πέρα από τη μελέτη, πολύ λίγα άλλα πράγματα τον ενδιέφεραν.

Σε αντίθεση με τη σύγχρονη φήμη του Καίμπριτζ, τον καιρό που ο Νεύτων ήταν εκεί, το ίδρυμα διένυε περίοδο σημαντικής ύφεσης, για λόγους που οφείλονταν κατά μείζονα λόγο στην πολιτική αστάθεια που επικρατούσε στη χώρα. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα αφενός την αποστασιοποίηση του νέου φοιτητή από τους συμφοιτητές του, οι οποίοι στην πλειοψηφία τους επιδίδονταν σε ανούσιες παραπανεπιστημιακές ασχολίες, και αφετέρου την έλλειψη μεθοδικής και έγκυρης καθοδήγησης από τους διδασκάλους του, πολλοί από τους οποίους ήταν διορισμένοι στο ίδρυμα χάριν του πολιτικού ή θρησκευτικού καθεστώτος και ελάχιστη σχέση είχαν με τα επιστημονικά δρώμενα.<sup>4</sup>

Αυτή η κατάσταση, ωστόσο, δεν φαίνεται να εμπόδισε το νεαρό Νεύτωνα να ασχοληθεί με τις επιστήμες με τον πιο ενεργητικό και δημιουργικό τρόπο. Βρίσκοντας το δρόμο μόνος του, πειραματίστηκε αρχικά σε θέματα οπτικής — πολλές φορές με ακραίο τρόπο — ενώ παράλληλα μελετούσε τους παλαιότερους συγγραφείς, όπως οπτική από τον Κέπλερ, φιλοσοφία από τον Αριστοτέλη, τον Γαλιλαίο και τον Ντεκάρτ και, φυσικά, τα μαθηματικά έργα αυτών και άλλων.

Από τα τελευταία είμαστε σε θέση να ξεχωρίσουμε εκείνα που είχαν τη σημαντικότερη επίδραση στο έργο του ίδιου του Νεύτωνα. Τα Στοιχεία του Ευκλείδη ήταν η πρώτη επαφή του με τη γεωμετρία και γνωρίζουμε ότι, αν και αρχικά ήταν μία ρηχή επαφή και τα υποβίβασε σε σχέση με τη γεωμετρία του Ντεκάρτ, με τον καιρό τού εμφύσησε τη μαθηματική αυστηρότητα και τουλάχιστον του δίδαξε τις κλασικές διαδικασίες της μαθηματικής απόδειξης.

Ένα από τα πρώτα βιβλία που περιήλθαν στα χέρια του ήταν και το *Clavis Mathematicæ* (1631) του Γουίλιαμ Ότρεντ. Το βιβλίο είχε γραφτεί για διδακτικούς σκοπούς, περιείχε στοιχειώδη θέματα αριθμητικής και άλγεβρας και — το κυριότερο — διαπνεόταν από την μη παραδοσιακή πεποίθηση ότι η άλγεβρα ήταν ένα «εργαλείο ανακάλυψης», που δεν χρειαζόταν να υποστηρίζεται από τη γεωμετρία.

Η πεποίθηση αυτή ενισχύθηκε ακόμη περισσότερο από τον Ντεκάρτ, ο οποίος δίδασκε ότι η άλγεβρα μπορεί κατά μία έννοια αυτή να στηρίξει τη γεωμετρία. Εκτός από το φιλοσοφικό έργο του Ντεκάρτ, το μοναδικό του καθαρά μαθηματικό σύγγραμμα, η «Γεωμετρία» (1637), υπήρξε σταθμός στις μελέτες του Νεύτωνα. Πέρα από την καινοφανή αλγεβρική προσέγγιση καθαυτή σε γεωμετρικά ζητήματα, η «Γεωμετρία» αποτέλεσε επίσης το κίνητρο για την επινόηση του διαφορικού λογισμού. Συγκεκριμένα, η άποψη του Ντεκάρτ ότι από την εξίσωση μίας καμπύλης μπορούμε δυνητικά να έχουμε οποιαδήποτε πληροφορία για την καμπύλη, παρότρυνε τον Νεύτωνα να γενικεύσει τις αποσπασματικές μεθόδους του Γάλλου φιλοσόφου σε «αναλυτικούς» αλγόριθμους που να έχουν εφαρμογή σε κάθε καμπύλη.

Στην ανάπτυξη τέτοιων αλγόριθμων από τη σκοπιά του ολοκληρωτικού λογισμού, ο Νεύτων βασίστηκε στο έργο του Τζον Γουόλις, ο οποίος υπήρξε

μαθητής του Ότρεντ. Στο *Arithmetica Infinitorum* (1655) ο Γουόλις ασχολείται με το γνωστό πρόβλημα του τετραγωνισμού του κύκλου. Ορμώμενος από τη μελέτη αυτή, ο Νεύτων ασχολήθηκε με το γενικότερο πρόβλημα τετραγωνισμού καμπύλης, το οποίο σήμερα μπορούμε να χαρακτηρίσουμε ως εύρεση του εμβαδού κάτω από καμπύλη. Ακόμη βασίστηκε στο βιβλίο αυτό όταν ανακάλυπτε το γενικευμένο διωνυμικό θεώρημα. Τέλος, από τον Γουόλις ο Νεύτων διάβασε και το *Tractatus Duo* (1659), μία γεωμετρική μελέτη επάνω στην κυκλοειδή, την κισσοειδή και άλλες καμπύλες.

Ο Φρανς Βαν Σούτεν (Frans Van Schooten), Ολλανδός μαθηματικός, χωρίς να έχει παραγάγει αξιόλογο πρωτότυπο έργο, συνεισέφερε ωστόσο πολύ στις σπουδές του Νεύτωνα, εκδίδοντας και σχολιάζοντας με επιμέλεια σύγχρονους μαθηματικούς της εποχής, όπως τον Φρανσουά Βιέτ (François Viète) στο *Opera Mathematicæ* (1946), και τη *Γεωμετρία* του Ντεκάρτ (1659-61), όπου συμπεριέλαβε, μεταξύ άλλων, έργα των Πιέρ ντε Φερμά, Κρίστιαν Χούχενς και του Χέντρικ φαν Χόιρετ. Ο τελευταίος, ειδικά, δίνοντας μία γενική λύση επάνω στο πρόβλημα της «ευθυγράμμισης καμπύλης» (δηλαδή της εύρεσης του μήκους καμπύλης), έδωσε στον Νεύτωνα το ερέθισμα να ερευνήσει την ακριβή σχέση των πράξεων της παραγωγίσιμης και της ολοκλήρωσης, ή, όπως ο ίδιος αργότερα τα ονόμασε, τη σχέση μεταξύ της *ευθείας* και της *αντίστροφης «μεθόδου των ροών»*.

Όπως αναφέρει ο Γουάιτσαϊντ στην έκδοση των μαθηματικών έργων του Νεύτωνα, για να κάνει δημιουργική δουλειά ένας μαθηματικός «χρειάζεται επαρκή συμβολισμό, ικανή γνώση της μαθηματικής δομής και της φύσης της αξιωματικής απόδειξης, άριστο έλεγχο του πυρήνα των σύγχρονων μαθηματικών και κάποια προδιάθεση για μελλοντική πρόοδο», ανάγκες που όσον αφορά τα παραπάνω έργα, ικανοποιήθηκαν σε μεγάλο βαθμό για τον Νεύτωνα.<sup>5</sup>

Τις χρονιές 1665 και 1666, όταν έπληττε την Ευρώπη η πανούκλα και το πανεπιστήμιο στο Καίμπριτζ παρέμεινε αναγκαστικά κλειστό για προφανείς προληπτικούς λόγους, ο Νεύτων γύρισε στο Γούλσθορπ. Κατά την παραμονή στη γενέτειρά του η μελέτη του πάνω στα έργα άλλων επιστημόνων άρχισε ήδη να αποδίδει καρπούς. Την περίοδο εκείνη έκανε, ή είχε τουλάχιστον εμπνευστεί, σημαντικότερες ανακαλύψεις για τα μαθηματικά και όχι μόνο: η θεωρία χρωμάτων, βασισμένη στα πειράματα που για καιρό διεξήγαγε, το γενικευμένο διωνυμικό θεώρημα, και βέβαια, ο απειροστικός λογισμός. Επρόκειτο για μία πολύ δυνατή ώθηση για την επιστήμη που «οδήγησε τα μοντέρνα μαθηματικά υψηλότερα από το επίπεδο της ελληνικής γεωμετρίας».<sup>6</sup> Ήταν τόσο σημαντικές οι επιστημονικές ανακαλύψεις αυτές, που τα έτη 1665 και 1666 για τον Νεύτωνα αναφέρονται στη βιβλιογραφία ως «Anni Mirabiles». Ο ίδιος λέει για τις χρονιές αυτές: «Στις δυο χρονιές 1665 και 1666 της πανούκλας... ενδιαφερόμουν για τα Μαθηματικά και τη Φιλοσοφία πιο πολύ παρά οποιαδήποτε άλλη φορά από τότε».

## **1669-1696: Καθηγητής στη Λουκασιανή Έδρα του Τρίνιτι**



# Πασκαλ



Γεννήθηκε στο Κλερμόν-Φεράν το 1623. Ο Μπλεζ Πασκάλ ήταν έναν παιδί θαύμα. Η μητέρα του πέθανε όταν ήταν τριών μόλις χρονών, και λίγο αργότερα, ο πατέρας του Πασκάλ, Ετιέν Πασκάλ, ένας πλούσιος φοροεισπράκτορας και παθιασμένος ερασιτέχνης μαθηματικός, μετακόμισε από το Κλερμόν, στο Παρίσι, όπου προσωπικά επέβλεψε την κατ' οίκον εκπαίδευση του υιού του. Ο Ετιέν είχε κάποιες παράξενες απόψεις. Αποφάσισε πως ο γιος του Μπλεζ, δεν έπρεπε να διδαχτεί μαθηματικά πριν από τα 15 του χρόνια, και γι' αυτό τον λόγο απομάκρυνε κάθε είδους μαθηματικό εγχειρίδιο από το σπίτι στο οποίο διέμεναν. Όμως το μόνο που κατάφερε

με όλη αυτή την κίνηση ήταν να εξάψει την περιέργεια του νεαρού Μπλεζ για το απαγορευμένο αντικείμενο. Έτσι ο Πασκάλ άρχισε να μελετά γεωμετρία σε ηλικία δώδεκα ετών. Ανακάλυψε μόνος του ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου ισούται με δύο ορθές γωνίες και όταν ο πατέρας του, Ετιέν, είδε τα επιτεύγματα του γιου του, εντυπωσιάστηκε τόσο ώστε να αποφασίσει να άρει την απόφασή του, και να επιτρέψει στο γιο τη μελέτη μαθηματικών κειμένων, αρχίζοντας με το κλασικό έργο "Στοιχεία" του Ευκλείδη. Άρχισε επίσης να πηγαίνει, τον προφανώς χαρισματικό Μπλεζ στις συναντήσεις της Ακαδημίας του Μερσέν, μια από τις πολλές ημιεπίσημες ομάδες μαθηματικών και επιστημόνων στο Παρίσι, οι οποίες οδήγησαν στη ίδρυση της Βασιλικής Ακαδημίας Επιστημών το 1666. Στα 16 του χρόνια ανέπτυξε σε μια πραγματεία περί κωνικών τομών το θεώρημα που φέρει το όνομά του.

## Οι εφευρέσεις και ανακαλύψεις

Από το 1641 και για περίπου 3 χρόνια εργάστηκε για την κατασκευή μιας αριθμομηχανής που μπορούσε να κάνει πρόσθεση και αφαίρεση που ονομάστηκε «Πασκαλίνα». Παρόλη την ενασχόλησή του, δεν πέτυχε ως επιχειρηματίας αριθμομηχανών: η μηχανή του δεν έκανε μεγάλες πωλήσεις και, τελικά, σταμάτησε να παράγεται. Το 1647 ανακάλυψε την αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων και τη χρήση τού βαρομέτρου για τη μέτρηση του υψομέτρου. Με την εργασία του *Traité du triangle arithmétique*, που δημοσιεύτηκε το 1654, έθεσε τις βάσεις για τη Συνδυαστική και το Λογισμό των Πιθανοτήτων. Επίσης μια από τις πιο γνωστές μαθηματικές μελέτες του είναι αυτό που ονομάζουμε "τρίγωνο του Πασκάλ" ή απλούστερα "αριθμητικό τρίγωνο". Το εν λόγω τρίγωνο σχηματίζεται ως εξής: Αρχικά γράφουμε τον αριθμό 1. Κάτω από τον αριθμό 1, δεξιά και αριστερά του, τοποθετούμε πάλι τον αριθμό 1. Στην τρίτη σειρά, τοποθετούμε στα άκρα τον αριθμό 1 αυξάνοντας την απόσταση όμως μεταξύ των αριθμών. Στο μέσο τους γράφουμε τον αριθμό που προκύπτει από το άθροισμα των παρακείμενων

αριθμών της προηγούμενης σειράς, δηλαδή  $1+1=2$ . Με τον ίδιο τρόπο συμπληρώνουμε και τις επόμενες σειρές. Από μία σύγχρονη οπτική, το Τρίγωνο του Πασκάλ φαίνεται να είναι μαθηματικώς απλό και το ίδιο ισχύει και για πολλές ενδιαφέρουσες ιδιότητες που όπως ανακάλυψε ο Πασκάλ συσχετίζουν τους αριθμούς του τριγώνου. Η σπουδαιότητα του τριγώνου όμως διαφαίνεται και αλλού: Εντούτοις αποδείχτηκε ότι το τρίγωνο είναι ιδιαίτερα σημαντικό στη στοιχειώδη άλγεβρα και στη θεωρία πιθανοτήτων, καθώς τα στοιχεία κάθε γραμμής δίνουν τους περίφημους δυωνυμικούς συντελεστές οι οποίοι εμφανίζονται στο ανάπτυγμα της έκφρασης  $(a+b)^n$ . Αξίζει να προσθέσουμε πως αν και ο Πασκάλ ήταν πολύ έξυπνος, δεν απέκτησε ποτέ ακαδημαϊκή καριέρα σε κάποιο πανεπιστήμιο.

## Θεολογική και φιλοσοφική ενασχόληση

Στα 20 του, ο Πασκάλ αρρώστησε και ουσιαστικά ποτέ δεν ανέκτησε τις δυνάμεις του. Στα τελευταία του χρόνια, φαίνεται να μειώθηκε το ενδιαφέρον του για τα μαθηματικά και εστίασε περισσότερο την προσοχή του σε συγγραφή θρησκευτικών συγγραμμάτων. Το 1654 είχε ο Πασκάλ την εμπειρία ενός μυστικιστικού οράματος, οπότε αποσύρθηκε στο μοναστήρι *Port Royal* και αφοσιώθηκε, παράλληλα με τις μαθηματικές εργασίες του, σε θεολογικές και φιλοσοφικές μελέτες. Το σύγγραμμά του «Επαρχιακές επιστολές για την ηθική διδασκαλία των Ιησουιτών» (1656-57), με το οποίο παίρνει θέση στην αντιδικία μεταξύ της κορυφής της καθολικής εκκλησίας και του θρησκευτικού κινήματος του Γιανσενισμού, αποτελεί λογοτεχνικό αποκορύφωμα της γαλλικής πρόζας εκείνης της εποχής. Το έργο του για την υποστήριξη του Χριστιανισμού, *Pensées*, στο οποίο ο Πασκάλ εργαζόταν από το 1654 και με το οποίο προσπάθησε να μεταφέρει τους νόμους της Λογικής στη χριστιανική θρησκεία, έμεινε ανολοκλήρωτο, πιθανόν λόγω της σταδιακά επιδεινούμενης υγείας τού μεγάλου φιλοσόφου. Άλλοι βέβαια εκτιμούν (Μπέρτραντ Ράσελ) ότι το εγχείρημα αυτό απέτυχε λόγω των αδιεξόδων που συνάντησε ο Πασκάλ στην επιχειρηματολογία του.

Ο Πασκάλ εναντιώθηκε στη δυϊστική αντίληψη του Καρτέσιου για την επιστήμη και τον κόσμο και θεωρούσε ότι η άπειρη απόσταση μεταξύ θεού και ανθρώπου μπορεί να ξεπεραστεί μόνο με θεϊκή χάρη.

Πέθανε στο Παρίσι το 1662.

## Έργα του Μπλεζ Πασκάλ στα Ελληνικά

- *Pensées*
  - Σκέψεις. Μετάφρ. Π.Αντωνόπουλος. «Αναγνωστίδης», χχ.
  - Στοχασμοί. Προλεγόμενα-Μετάφρ.-Σχόλια Νίκος Ματσούκας. «Πουρναράς», Θεσσαλονίκη 1999<sup>2</sup> (1η έκδοση, 1986)
  - Σκέψεις. Μετάφρ. Κωστής Παπαγιώργης, Επιμ. Δημήτρης Αρμάος. 2η έκδοση, "Καστανιώτης", Αθήνα 2008 (2000<sup>1</sup>)
- Η τέχνη της πειθούς. Μετάφρ. Δημήτρης Κουσουρής, Εισαγωγή Τεύκρος Μιχαηλίδης. εκδ."Ροές", Αθήνα 2005.

- Τα πάθη του έρωτα. Μετάφρ. Αλέξανδρος Βέλιος. 2η έκδοση, εκδ. «Ροές», Αθήνα 2007 (1998<sup>1</sup>)
- Η αθλιότητα του ανθρώπου και άλλες σκέψεις. Μετάφρ. Γιούλη Τσίρου, εκδ. «Το Ποντίκι», Αθ. 2009

## Λεοναρντ Οίλερ



Γεννήθηκε στη Βασιλεία της Ελβετίας στις 15 Απριλίου 1707 και ήταν γιος ιερέα. Σπούδασε γεωμετρία στο πανεπιστήμιο της Βασιλείας. Σε ηλικία 20 ετών πήγε στην Αγία Πετρούπολη της Ρωσίας, όπου εργάστηκε για την οργάνωση της Ακαδημίας Επιστημών, έπειτα από πρόσκληση της αυτοκράτειρας Αικατερίνης Α΄. Διορίστηκε καθηγητής της Φυσικής Φιλοσοφίας στο πανεπιστήμιο της Αγίας Πετρούπολης. Το 1744 τον προσκάλεσε ο Φρειδερίκος Β΄ της Πρωσίας στο Βερολίνο, για να αναλάβει διευθυντής του τμήματος των μαθηματικών της εκεί Ακαδημίας. Είναι χαρακτηριστικός ο λόγος που είπε στο Γάλλο άθεο φιλόσοφο Ντενί

Ντιντερό, όταν η Τσαρίνα της Ρωσίας Μεγάλη Αικατερίνη είχε καλέσει τον Όιλερ στην Αυλή της, σε μία προσπάθεια να σταματήσει την αθυροστομία του Ντιντερό. Ο Ελβετός είπε στο Γάλλο: «Κύριε,  $(\alpha + \beta) / \nu = \chi$ , άρα ο Θεός υπάρχει. Απαντήστε!». Έτσι, ο Ντιντερό αποχώρησε ηττημένος.

Τα τελευταία 17 χρόνια της ζωής του ο διάσημος μαθηματικός ήταν σχεδόν τυφλός. Αυτό, όμως, δεν τον εμπόδισε να εργάζεται. Η εκπληκτική μνήμη του σε συνδυασμό με τη διανοητική του διαύγεια, τού ήταν αρκετές για να πραγματοποιεί προφορικά τους υπολογισμούς του, τους οποίους υπαγόρευε στη γραμματέα του. Μάλιστα, την περίοδο της τύφλωσής του παρήγαγε το μισό από το συνολικό του έργο.

Πέθανε στις 18 Σεπτεμβρίου 1783. Ο μαθηματικός και φιλόσοφος Ντε Κοντορσέ είπε στον επικήδειο: «Ο Όιλερ σταμάτησε να ζει και να υπολογίζει».

## Έργο

Διακρίθηκε στα ανώτερα μαθηματικά και κυρίως στο διαφορικό και ολοκληρωτικό λογισμό. Οι σπουδαιότερες εργασίες του αναφέρονται στην ανάλυση των ισοπεριμέτρων, στη συσχέτιση των κυκλικών και των εκθετικών συναρτήσεων, στη θεωρία της περιστροφής σώματος γύρω από σταθερό σημείο, στην αναλυτική γεωμετρία (την οποία συμπλήρωσε και τελειοποίησε), στη θεωρία των αριθμών κ.τ.λ. Ακόμη υπήρξε ο εισηγητής της συντομογραφίας και του συμβολισμού (τριγωνομετρία), κάνοντας πρώτος τη χρήση του συμβόλου  $e$  για τον προσδιορισμό της βάσης των φυσικών λογαρίθμων. Πολλοί μαθηματικοί όροι φέρουν το όνομά του, όπως η σταθερά του Όιλερ, ο αριθμός του Όιλερ (το γνωστό  $e$ ), οι μεταβλητές, η γραμμή και η εξίσωση του Όιλερ κ.ά. Από τα έργα του σπουδαιότερα είναι: *Η μηχανή ή η επιστήμη της κίνησης* (1736), *Θεωρία των κινήσεων πλανητών και κομητών* (1744), *Εισαγωγή στην ανάλυση των απείρων μικρών* (1748, 2 τόμοι), *Γενικές αρχές του διαφορικού λογισμού* (1755), *Γενικές αρχές του ολοκληρωτικού*

λογισμού (1768 - 1774), *Εγχειρίδιο άλγεβρας* (1770), *Θεωρία των κινήσεων της Σελήνης* (1772). Τα έργα του σήμερα ξεπερνούν τους 75 τόμους συνολικά.

Θεωρείται μάλιστα ο "πατέρας" του γνωστού παιχνιδιού σουντόκου, αφού ο ίδιος διατύπωσε πρώτος τους κανόνες του.

Για την ακρίβεια, το έργο του αποτελείται από 75 τόμους, συνολικά 45000 σελίδες μαθηματικών! Επίσης υπάρχουν 4000 χειρόγραφα (αλληλογραφία με διάσημους σύγχρονους του μαθηματικούς)

# Γιόχαν Καρλ Φρίντριχ Γκάους



Ο **Γιόχαν Καρλ Φρίντριχ Γκάους** , (30 Απριλίου 1777 – 23 Φεβρουαρίου 1855) ήταν Γερμανός μαθηματικός που συνεισέφερε σε πολλά ερευνητικά πεδία της επιστήμης του, όπως η θεωρία αριθμών, η στατιστική, η μαθηματική ανάλυση, η διαφορική γεωμετρία, αλλά και συναφών επιστημών, όπως η γεωδαισία, η αστρονομία και η φυσική (ηλεκτροστατική, οπτική, γεωμαγνητισμός). Αποκλήθηκε «ο πρίγκιψ των μαθηματικών»<sup>[1]</sup> και ο «μεγαλύτερος μαθηματικός μετά τον Αρχιμήδη και τον Ευκλείδη». Ο Γκάους υπήρξε ίσως ο σημαντικότερος Γερμανός μαθηματικός όλων των εποχών και ένας από τους δύο ή τρεις

σπουδαιότερους των νεότερων χρόνων (μετά την αρχαιότητα).

Ο Γκάους ήταν αυτό που αποκαλείται «παιδί-θαύμα» και υπάρχουν αρκετές ιστορίες για τις εκπληκτικές του ικανότητες ως νηπίου, ενώ οι πρώτες μεγάλες μαθηματικές ανακαλύψεις του χρονολογούνται από την εφηβεία του. Σε ηλικία 21 ετών είχε ολοκληρώσει το κύριο έργο του στα καθαρά μαθηματικά, το *Disquisitiones Arithmeticae*, (= «*Αριθμητικές Έρευνες*», 1798, εκδόθηκε το 1801). Αυτό το έργο διαδραμάτισε θεμελιώδη ρόλο στην εδραίωση της θεωρίας αριθμών ως αυτοδύναμου κλάδου των μαθηματικών και τη σημάδεψε μέχρι τις μέρες μας.

Ο Γκάους γεννήθηκε στο Μπράουνσβαϊγκ , στο τότε δουκάτο Brunswick-Lüneburg και σήμερα μέρος της Κάτω Σαξονίας, στη Γερμανία. Οι γονείς του ήταν φτωχοί εργάτες και δεν είχαν άλλα παιδιά. Οι ιστορίες για την πρώιμη ιδιοφυΐα του ως μικρό παιδί είναι όλες αναπόδεικτες. Σύμφωνα με μία, το ταλέντο του πρωτοεμφανίσθηκε σε ηλικία τριών ετών, όταν διόρθωσε χωρίς χαρτί και μολύβι ένα λάθος που είχε κάνει ο πατέρας του στο χαρτί ενώ έκανε υπολογισμούς για τα οικονομικά της οικογένειας.

Η γνωστότερη ίσως ιστορία αφορά την απόπειρα του δασκάλου του στο δημοτικό, του J.G. Büttner, να απασχολήσει τους μαθητές του σε μια κενή ώρα βάζοντάς τους να προσθέσουν όλους τους ακεραίους από το 1 ως το 100. Ο μικρός Γκάους βρήκε το σωστό άθροισμα σε λιγότερο από 1 λεπτό, εκπλήσσοντας τόσο τον δάσκαλο όσο και τον βοηθό του Martin Bartels. Ο Γκάους αντιλήφθηκε ότι η πρόσθεση κατά ζεύγη από τις δύο άκρες αυτής της σειράς των αριθμών έδινε πάντα το ίδιο άθροισμα:  $1 + 100 = 101$ ,  $2 + 99 = 101$ ,  $3 + 98 = 101$ , κ.ο.κ., οπότε για ένα ολικό άθροισμα  $50 \times 101 = 5050$  (βλ. αριθμητική σειρά). Ο J. Rotman πάντως γράφει στο βιβλίο του *A first course in Abstract Algebra* ότι πιστεύει πως αυτό το περιστατικό δεν συνέβη ποτέ.

Ο πατέρας του Γκάους τον προέτρεπε να ακολουθήσει το επάγγελμά του και να γίνει χτίστης ξύλινων σπιτιών. Δεν συμφωνούσε να μάθει ο Καρλ μαθηματικά και επιστήμες. Σε αυτή την προσπάθεια, ο Γκάους είχε κυρίως την υποστήριξη της μητέρας του και μετά του Δούκα του Brunswick-Lüneburg,

που του έδωσε μια υποτροφία για να σπουδάσει στο Collegium Carolinum (το σημερινό Πολυτεχνείο του Μπράουνσβαϊγκ), όπως και έγινε, από το 1792 ως το 1795. Στη συνέχεια, σπούδασε στο Πανεπιστήμιο του Γκέτινγκεν από το 1795 ως το 1798. Κατά τη διάρκεια των σπουδών του, ο Γκάους πέτυχε να ανακαλύψει εκ νέου και από μόνος του πολλά ήδη γνωστά σημαντικά θεωρήματα. Η πρώτη του νέα ανακάλυψη ήταν το 1796, όταν απέδειξε ότι οποιοδήποτε κανονικό πολύγωνο του οποίου ο αριθμός πλευρών είναι πρώτος αριθμός Φερμά (και, συνεπώς, και όλα τα πολύγωνα με αριθμό πλευρών γινόμενο ξεχωριστών πρώτων αριθμών Φερμά και μιας δυνάμεως του 2) μπορεί να κατασκευασθεί με κανόνα και διαβήτη. Αυτή ήταν μια σημαντική ανακάλυψη σε ένα βασικό πεδίο των μαθηματικών. Τα προβλήματα «κατασκευής» απασχολούσαν τους μαθηματικούς από την Αρχαία Ελλάδα και η ανακάλυψη αυτή τελικώς οδήγησε τον Γκάους να επιλέξει μια σταδιοδρομία στα μαθηματικά αντί για τη φιλολογία. Ευχαριστήθηκε τόσο από αυτή την ανακάλυψη, ώστε ζήτησε να χαραχθεί πάνω στον τάφο του ένα κανονικό δεκαεπτάγωνο. Ο τεχνίτης αρνήθηκε, δηλώνοντας ότι η δύσκολη αυτή κατασκευή θα φαινόταν σχεδόν σαν ένας κύκλος.

Την ίδια χρονιά (1796) ο Γκάους έκανε πολλές συνεισφορές στη θεωρία αριθμών, όπως το θεώρημα των πρώτων αριθμών, που έθεσε ως εικασία στις 31 Μαΐου και προσφέρει μια καλή κατανόηση του πώς κατανέμονται οι πρώτοι αριθμοί ανάμεσα στους ακέραιους. Ο Γκάους ανακάλυψε επίσης ότι κάθε φυσικός αριθμός μπορεί να εκφραστεί ως το άθροισμα ενός, δύο ή τριών τριγωνικών αριθμών (στις 10 Ιουλίου) και τότε έγραψε στο ημερολόγιό του την περίφημη από τον Αρχιμήδη λέξη «εύρηκα!» και « $num = \Delta + \Delta + \Delta$ ». Την 1η Οκτωβρίου δημοσίευσε ένα αποτέλεσμα για τον αριθμό των λύσεων πολυωνύμων με συντελεστές σε πεπερασμένα πεδία (αυτό οδήγησε τελικώς στις Εικασίες του Weil 150 χρόνια μετά).

# Φειδίας

Ο Φειδίας (περ. 490 π.χ. - 430 π.χ.) ήταν Έλληνας γλύπτης, ζωγράφος και



αρχιτέκτονας, ο οποίος έζησε τον 5ο αιώνα π.χ. και θεωρείται ευρέως ως ένας από τους σημαντικότερους γλύπτες της Κλασικής εποχής. Το Άγαλμα του Ολυμπίου Διός στην Ολυμπία, το οποίο φιλοτέχνησε ο Φειδίας, ήταν ένα από τα Επτά θαύματα του αρχαίου κόσμου. Ο Φειδίας σχεδίασε επίσης τα αγάλματα της θεάς Αθηνάς που βρίσκονταν στην Ακρόπολη των Αθηνών, δηλαδή την *Αθηνά Παρθένο*, που βρισκόταν μέσα στον Παρθενώνα, και την *Αθηνά Προμάχο*, ένα κολοσσιαίο χάλκινο άγαλμα που βρισκόταν ανάμεσα στο Ερεχθείο και τα Προπύλαια<sup>[1]</sup>.

## Η ζωή και το έργο του

Ο Φειδίας γεννήθηκε στην Αθήνα στο τέλος του 5ου αιώνα π.χ. και ήταν γιος του Χαρμίδα. Γεννημένος από εύπορους γονείς και προικισμένος με πρώιμο ταλέντο αρχικά ασχολήθηκε με τη ζωγραφική και νωρίς στράφηκε στη γλυπτική, μαθητεύοντας κοντά στον Αθηναίο γλύπτη Ηγία και τον Αργείο Αγελάδα. Δεν αποκλείεται να σύχναζε επίσης στο εργαστήριο του γλύπτη Ευήνορα, πατέρα του φίλου του ζωγράφου Παράσσιου. Η δράση του αρχίζει γύρω στο 465 π.χ. όταν στην πολιτική σκηνή της Αθήνας επικρατεί ο Κίμων, γιος του νικητή στη Μάχη του Μαραθώνα Μιλτιάδη. Τα πρώτα έργα του Φειδία ήταν αφιερωμένα εις μνήμην της νίκης των Ελλήνων στον Μαραθώνα εναντίον των Περσών. Στους Δελφούς ο Φειδίας ανήγειρε ένα γλυπτικό σύμπλεγμα από ορείχαλκο, που περιελάμβανε τα αγάλματα του Απόλλωνα και της Αθηνάς, μερικών άλλων ηρώων μαχητών και του στρατηγού Μιλτιάδη. Αργότερα κατασκεύασε τη χάλκινη Αθηνά Προμάχο που ήταν ανάθημα της Αθήνας στην Ακρόπολη από τα λάφυρα της νίκης. Το άγαλμα είχε ύψος 8-9 μέτρα και όπως αναφέρει ο περιηγητής του 2ου αιώνα μ.Χ. Πausanias, η αιχμή του δόρατος και η κορυφή του λοφίου από το κράνος της ήταν ορατά από το Σούνιο. Ήταν στημένο μεταξύ Προπυλαίων και Ερεχθείου, όπου διατηρείται η θεμελίωση του βάθρου.

Μετά την εξορία του Κίμωνα και την ανάληψη της εξουσίας από τον Περικλή, αρχίζει η δεύτερη περίοδος της δράσης του Φειδία, που αποτελεί την ακμή της τέχνης του. Ο Περικλής, χρησιμοποιώντας χρήματα της Δηλιακής Συμμαχίας<sup>[4]</sup> για την ανοικοδόμηση και τη διακόσμηση της Αθήνας, ανέθεσε στο Φειδία τη γενική επιστάση της ανοικοδόμησης των ναών της Ακρόπολης και πρωτίστως του Παρθενώνα. Ο ιστορικός Πλούταρχος αναφέρει ότι ο Φειδίας είχε τόση εξουσία ώστε "*πάντα ην σχεδόν επ' αυτώ, πάντων επίσκοπος ην και πάσιν επεστάει τοις τεχνίταις δια φιλίαν Περικλέους*"<sup>[5]</sup>. Τα αρχιτεκτονικά γλυπτά του Παρθενώνα, όλα λαξευμένα σε μάρμαρο Πεντέλης και συμπληρωμένα με μεταλλικά εξαρτήματα και χρώματα, αποτελούσαν ανεπανάληπτα αριστουργήματα σύνθεσης και τέχνης. Η σύλληψη και η οργάνωση των θεμάτων του εικονογραφικού προγράμματος των μετοπών,



της ζωφόρου και των αετωμάτων του Παρθενώνα αποδίδεται στον Φειδία, ο οποίος είχε την καλλιτεχνική εποπτεία των εργασιών σε ολόκληρο το μνημείο. Στη λάξευση των γλυπτών, που εν μέρει έχει προσγραφεί σε αυτόν, εργάστηκε πλήθος καλλιτεχνών και λιθοξόων με την άμεση συμμετοχή και εποπτεία των αγαπημένων μαθητών και συνεργατών του, Αλκαμένη και Αγοράκριτου, και του ήδη διάσημου Μύρωνα. Το πρόγραμμα ολοκληρώθηκε στο διάστημα 447-432 π.Χ. Η αρμονική σύνθεση της ζωφόρου (442-438 π.Χ.) με την επανάληψη ή παραλλαγή εικονογραφικών μοτίβων, συχνά εξαιρετικής πρωτοτυπίας, έχει συγκριθεί με τα μέρη μιας μουσικής συμφωνίας. Μεγαλειώδεις συνθέσεις, όπως εκείνη του ιππέα που συγκρατεί το ατίθασο άλογο στο μέσον της δυτικής ζωφόρου και η σκηνή της ανατολικής με το ζεύγος Δία και Ήρας, πιστεύεται ότι βγήκαν από το χέρι του ίδιου του Φειδία. Τα γλυπτά των αετωμάτων του Παρθενώνα αποτελούνται από μορφές δουλεμένες και στην πίσω πλευρά τους, παρότι ήταν αθέατη. Από το μέγεθός τους συμπεραίνεται ότι υπήρξαν προπλάσματα (μοντέλα) που έγιναν από τον ίδιο τον Φειδία, ενώ η κατασκευή και η τοποθέτησή της στο κτήριο έγινε αργότερα, το 438-432 π.Χ. από τους συνεργάτες του.

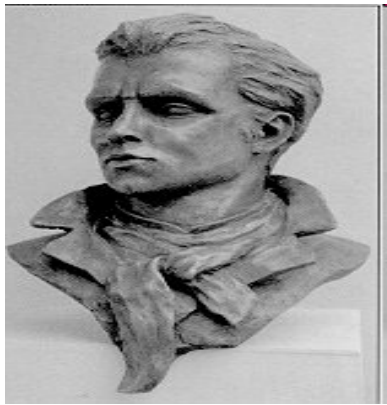
Ο Φειδίας παράλληλα φιλοτέχνησε το περίφημο χρυσελεφάντινο άγαλμα της Αθηνάς Παρθένου για το σηκό του Παρθενώνα (446-438 π.Χ.), που είχε κολοσσικό μέγεθος και αποτέλεσε καινοτομία στην τεχνική των λατρευτικών αγαλμάτων. Όμως το έργο θα πρέπει να καταστράφηκε από την πυρκαγιά που έπληξε το εσωτερικό του ναού τον 3ο αι. μ.Χ. Έχει απομείνει ένα μέρος της θεμελίωσης του βάθρου στο δάπεδο του Παρθενώνα. Η Αθηνά Παρθένος υπήρξε μία δημιουργία που συνδύαζε τα πολύτιμα υλικά με τα μυθολογικά θέματα και συμπύκνωνε το ιστορικό παρελθόν και τη δύναμη της Αθηναϊκής δημοκρατίας του 5ου π.Χ. αιώνα. Ο Πλίνιος ο Πρεσβύτερος αναφέρει το ύψος του αγάλματος (11,544 μ.) και ο Πausanias αναλυτική περιγραφή. Μία ιδέα για τον τύπο του αγάλματος παρέχουν τα ρωμαϊκά αντίγραφα, όπως η Αθηνά Leptomant και η Αθηνά του Βαρβακείου (Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο). Η θεά ήταν όρθια σε βάθρο ύψους 1,20 μ., φορούσε αιγίδα και πλούσια κοσμημένο κράνος. Στο δεξί της χέρι κρατούσε χρυσή Νίκη, ενώ το αριστερό άγγιζε την ασπίδα, όπου φώλιαζε το ιερό φίδι, υπόσταση του μυθικού Εριχθόνιου. Στον ξύλινο πυρήνα του αγάλματος στερεώνονταν τα ενδύματα με μορφή σφυρήλατων ελασμάτων χρυσού, ενώ το πρόσωπο και τα γυμνά μέρη της μορφής ήταν από πλάκες ελεφαντόδοντου. Ο χρυσός ζύγιζε 44 τάλαντα (1.140 χλγρ).

Η τεράστια ποσότητα χρυσού έδωσε αφορμή στους εχθρούς του Φειδία να τον κατηγορήσουν για κατάχρηση. Ο Φειδίας απέδειξε την αθωότητά του, επειδή ο Περικλής τον είχε συμβουλέψει να κάνει το χρυσό ένδυμα της Αθηνάς συναρμολογούμενο. Έτσι μπόρεσε να το αποσυναρμολογήσει και να το ζυγίσει. Το βάρος του χρυσού βρέθηκε ακέραιο κι έτσι ο Φειδίας αθωώθηκε. Όμως κατόπιν κατηγορήθηκε για αλαζονεία επειδή στην εξωτερική όψη της ασπίδας της Αθηνάς, που έφερε ανάγλυφη Αμαζονομαχία, παρέστησε σε δύο Αθηναίους πολεμιστές το πορτρέτο του Περικλή και το δικό του. Ο Φειδίας συνελήφθη και καταδικάστηκε.

Ο Πλούταρχος αναφέρει ότι ο Φειδίας πέθανε στη φυλακή, ενώ σύμφωνα με το χρονικογράφο του 4ου αιώνα π.Χ. Φιλόχωρο, μετά την ολοκλήρωση της Παρθένου ο Φειδίας εγκατέλειψε για πάντα την Αθήνα για να αποφύγει την καταδίκη και πήγε στην Ολυμπία. Το εργαστήριό του βρισκόταν στην Άλτη. Εκεί, με τους τεχνίτες του εργαστηρίου του και συνεργάτη το γλύπτη Κολώτη, φιλοτέχνησε το κολοσσιαίο χρυσελεφάντινο λατρευτικό άγαλμα του Διός, ύψους 11 μ., το διασημότερο έργο του στην αρχαιότητα, ώστε περιελήφθη στα επτά θαύματα του κόσμου. Για το άγαλμα του Διός δεν σώζεται κανένα στοιχείο εκτός από μερικές μικρές παραστάσεις σε νομίσματα της Ηλείας, που δίνουν μία γενική μόνο ιδέα της στάσεως και του σχήματος της κεφαλής. Ο θεός ήταν καθισμένος σε θρόνο με σκήπτρο στο αριστερό του χέρι και Νίκη στο δεξί. Στα σανδάλια του αναγραφόταν η επιγραφή "*Φειδίας Χαρμίδου υιός μ' εποίησε Αθηναίος*". Τα γυμνά μέρη του σώματος ήταν από ελεφαντόδοντο ενώ τα ενδύματα ήταν από χρυσάφι. Ο θρόνος έφερε πλουσιώτατο γλυπτικό διάκοσμο καθώς ήταν από χρυσό, ελεφαντόδοντο, έβανο και πολύτιμους λίθους. Δυστυχώς όμως και εδώ τον Φειδία τον κυνήγησε η ίδια μοίρα, αφού ξανά κατηγορήθηκε για κατάχρηση και κλοπή χρυσού και φυλακίστηκε ως το θάνατό του.

Το 1958, στη χριστιανική βασιλική που κτίστηκε στη θέση του εργαστηρίου του Φειδία, οι ανασκαφές έφεραν στο φως εργαλεία, θραύσματα από ελεφαντόδοντο, πήλινα καλούπια και λοιπό εξοπλισμό χύτευσης, καθώς και αγγείο με χαραγμένο το όνομα του Φειδία .

## Εβαρίστ Γκαλουά



Ο **Εβαρίστ Γκαλουά** ήταν Γάλλος μαθηματικός γεννημένος στην Μπουργκ-λα-Ρεν . Από τα νεανικά του ακόμα χρόνια, ήταν ικανός να προσδιορίσει μια ικανή και αναγκαία συνθήκη ώστε να γνωρίζει αν ένα πολυώνυμο είναι επιλύσιμο με ριζικά λύνοντας έτσι ένα πρόβλημα που βασάνιζε τους μαθηματικούς για αρκετούς αιώνες. Η προσφορά του για τα μαθηματικά ήταν στα θεμέλια της Θεωρίας Γκαλουά και Άλγεβρας. Ήταν ο πρώτος που χρησιμοποίησε τη λέξη ομάδα για να εκφράσει ένα σύνολο μεταθέσεων.

Ήταν ριζοσπάστης Δημοκρατικός κατά τη διάρκεια της μοναρχίας του Λουδοβίκου Φίλιππου στη Γαλλία και πέθανε στην ηλικία των είκοσι ένα ετών σε μια μονομαχία. Τον Οκτώβριο του 1825, ο Γκαλουά εισέρχεται στο Βασιλικό Κολέγιο *Louis-Grand* όπου έχουν φοιτήσει ο Μολιέρος, ο Βίκτωρ Ουγκώ, ο Ροβεσπιέρος και ο Ντελακρουά. Ο Γκαλουά έλαβε υποτροφία και εισήχθη οικότροφος στο Κολέγιο. Τα πρώτα τρία χρόνια θεωρήθηκε ένας από τους καλύτερους σπουδαστές και τον Οκτώβριο του 1825 άρχισε να παρακολουθεί τον ανώτερο κύκλο σπουδών της σχολής – την τάξη ρητορικής. Αλλά οι ενδείξεις κόπωσης που παρουσίασε οδήγησαν τον διευθυντή να τον συμβουλευσει να επαναλάβει το μάθημα τον Ιανουάριο του 1827. Χωρίς κάποια ιδιαίτερη προσπάθεια έγινε ξανά ένας από τους καλύτερους σπουδαστές και βραβεύθηκε για μεταφράσεις ελληνικών κειμένων καθώς έλαβε και επαίνους για άλλα τέσσερα θέματα. Τα χρόνια αυτή ήταν σημείο καμπής για τον *Évariste* που ανακάλυψε τα μαθηματικά και εισχώρησε στον κόσμο τους.

Την εποχή που επανέλαβε το μάθημα της ρητορικής βρήκε την ευκαιρία να ξεκινήσει την προπαρασκευαστική τάξη των μαθηματικών με καθηγητή τον M. Vernier. Οι εξαιρετικές μαθηματικές του ικανότητες αποκαλύφθηκαν αμέσως. Όμως πλέον το πρόγραμμα του Κολεγίου ήταν για αυτόν μια ρουτίνα που τον απασχολούσε από τα μαθηματικά στα οποία είχε δοθεί ολοκληρωτικά. Είναι χαρακτηριστική η διαπίστωση του καθηγητή του M. Vernier: «Τον έχει καταλάβει ένα απέραντο πάθος για τα μαθηματικά. Νομίζω θα ήταν καλύτερο, αν συμφωνούν οι γονείς του, να σπουδάσει μόνο αυτή την επιστήμη: ως σπουδαστής στην τάξη ρητορικής σπαταλά τον χρόνο του, ενοχλεί τους καθηγητές και επισύρει την οργή και την τιμωρία.»

Οι σχολικές αναφορές τον περιγράφουν ως μοναδικό, περίεργο, αυθεντικό και εσωστρεφή. Είναι ενδιαφέρον ότι για τον ίσως πιο πρωτότυπος μαθηματικός που έζησε ποτέ έπρεπε να του ασκούσαν κριτική για αυτή του την πρωτοτυπία. Το 1828 ο Γκαλουά προσπάθησε να εισαχθεί στην *École Polytechnique* (Πολυτεχνική Σχολή) τόσο λόγω ακαδημαϊκών κριτηρίων μιας και ήταν το πιο πρωτοπόρο πανεπιστήμιο του Παρισιού τόσο επιστημονικά όσο και πολιτικά. Στους φοιτητικούς κύκλους υπήρχαν ισχυρές πολιτικές κινήσεις και ο Γκαλουά ήθελε να συνεχίσει τον παράδειγμα των γονιών του που ήταν ένθερμοι δημοκράτες. Δυστυχώς η προσπάθεια του αυτή για την

είσοδο στην Πολυτεχνική Σχολή απέβη άκαρπη. Σύμφωνα με τον Paul Dupuy, ιστορικό των μαθηματικών, «ήταν η πρώτη από τις αδικίες που τελικά δηλητηρίασαν τη ζωή του Εβαρίστ». Έπειτα από την αποτυχία του αυτή ήταν υποχρεωμένος να επιστρέψει στο Κολέγιο με το βαρετό και κουραστικό για αυτόν πλέον πρόγραμμα. Εγκατέλειψε όμως το βασικό πρόγραμμα και ακολούθησε την τάξη των εξειδικευμένων μαθηματικών με δάσκαλο τον Louis-Paul Richard, που σε άλλες εποχές είχε μαθητές του τον διάσημο αστρονόμο Λεβεριέ και τον περίφημο μαθηματικό Hermitte. Ο Louis-Paul Richard παρατήρησε: «Ο Γκαλουά ασχολείται μονάχα με θέματα ανώτερων μαθηματικών» Κάτω από την επίβλεψη του Louis-Paul Richard ο Γκαλουά κάνει την πρώτη δημοσίευσή του στο *Annales de mathématiques* τον Απρίλιο του 1829 για τα συνεχή κλάσματα. Η εργασία του αυτή επρόκειτο να εξεταστεί από έναν από τους πλέον διακεκριμένους Γάλλους μαθηματικούς ο Ογκιστέν Κοσύ, ο οποίος όμως την έχασε! Ήταν άλλη μια μεγάλη ατυχία για τον Γκαλουά που δεν συγκρινόταν όμως σε τίποτα με αυτή που του επιφύλασσε το άμεσο μέλλον. Ενώ ο Γκαλουά προετοιμαζόταν για τις εισαγωγικές του εξετάσεις για δεύτερη φορά στην *École Polytechnique*, τον χτύπησε μια μεγάλη συμφορά. Στις 2 Ιουλίου του 1829 ο πατέρας του κυνηγημένος από τον τοπικό κλήρο και τους Ιησουίτες αυτοκτόνησε. Την δύσκολη αυτή περίοδο ο Γκαλουά την πέρασε στο σπίτι του μαζί με την μητέρα του και τον μικρότερο αδερφό του Αλφρέ. Λίγες εβδομάδες μετά τον θάνατο του πατέρα του έδωσε εξετάσεις για την *École Polytechnique*. Για δεύτερη φορά, αποτυγχάνει. Κανείς δεν ξέρει με βεβαιότητα τον λόγο της αποτυχίας του, ίσως λόγω του τραγικού γεγονότος, ίσως γιατί δεν μπορούσαν να γίνουν αντιληπτές οι τρομερές μαθηματικές του ικανότητες. Ο Γκαλουά περιέγραψε αργότερα «τα τρελά γέλια των εξεταστών » που διέκοπταν τις απαντήσεις του.

Ο *Évariste* ακολουθώντας τη συμβουλή του Richard παρακολουθεί την προπαρασκευαστική σχολή που λειτουργούσε ως συνέχεια του Κολεγίου Louis-le-Grand. Το τριετές πρόγραμμα είχε ως στόχο την εκπαίδευση δασκάλων και δημοσίων υπαλλήλων. Το πρώτο έτος στη σχολή αποδείχτηκε ιδιαίτερα παραγωγικό και επιτυχημένο. Ο Γκαλουά γνωρίστηκε με τον Auguste Chevalier και σύντομα έγιναν στενοί φίλοι ενώ έγραψε και τρεις εργασίες τις οποίες υπέβαλε στην Ακαδημία για να συμμετάσχει σε ένα διαγωνισμό. Για άλλη μία φορά στάθηκε άτυχος. Το χειρόγραφο του Γκαλουά φτάνει στα χέρια του γραμματέα της Ακαδημίας του Φουριέ, που πεθαίνει μετά απο λίγο καιρό. Το έργο του δεν βρέθηκε ανάμεσα στα χαρτιά του Φουριέ, χάθηκε όπως και το πρώτο. Ευτυχώς ο Γκαλουά είχε κρατήσει κάποια αντίγραφα και δημοσίευσε τις εργασίες του στο *Bulletin de Férussac*. Δεν μπορούσε να πιστέψει ότι οι επαναλαμβανόμενες ατυχίες ήταν απλές συμπτώσεις. Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι ήταν αποτέλεσμα της κακής οργάνωσης της κοινωνίας, μιας οργάνωσης που καταδίκαιζε το ταλέντο σε ατελείωτα βασανιστήρια ενώ η μετριότητα ευημερούσε. Με όλη την ορμή της νιότης ο *Évariste* προσχώρησε στον αγώνα για την πολιτική αναμόρφωση της κοινωνίας.

Το φθινόπωρο του 1830 ο Γκαλουά αποβλήθηκε από την προπαρασκευαστική σχολή επειδή σε άρθρο του κατηγορήσε τον διευθυντή της για το διπλό παιχνίδι του στα γεγονότα του Ιουλίου. Στην συνέχεια κατατάχθηκε στο πυροβολικό της εθνοφρουράς, το οποίο γρήγορα διαλύθηκε

από την κυβέρνηση του Λουδοβίκου Φιλίππου και ο Γκαλουά κατέληξε χωρίς κανένα μέσο βιοπορισμού παρά μόνο κάποια ιδιαίτερα μαθήματα. Αν και κυριευμένος από τα επαναστατικά του αισθήματα βρήκε το χρόνο για τα παραμελημένα μαθηματικά και έστειλε για άλλη μία φορά το χειρόγραφο που είχε χαθεί πέρυσι στην Ακαδημία. Αυτή τη φορά κριτές ήταν οι Λακρουά και Πουασσόν. Έπειτα από μεγάλη καθυστέρηση ο Γκαλουά πληροφορήθηκε ότι το χειρόγραφό του είχε απορριφθεί. Τα λόγια του Πουασσόν ήταν τα εξής: «Η απόδειξη δεν ήταν ούτε αρκετά καθαρή ούτε αρκετά αναπτυγμένη ώστε να μας επιτρέψει να κρίνουμε την ακρίβειά της» Τον Ιούνιο του 1831 δικάστηκε με την κατηγορία της πρόκλησης σε απόπειρα κατά της ζωής του βασιλέα της Γαλλίας μέσω δημοσίων δηλώσεων σε συνάντηση. Το δικαστήριο τον αθώωσε αλλά η μυστική αστυνομία άρχισε να τον παρακολουθεί. Στις 14 Ιουλίου ο Γκαλουά συλλαμβάνεται σε πορεία και οδηγείται στην φυλακή της Αγίας Πελαγίας όπου προσπαθεί να αυτοκτονήσει καρφώνοντας ένα μαχαίρι στο στήθος του αλλά οι συγκρατούμενοί του τον εμπόδισαν.

Ο νεαρός Εβαρίστ Γκαλουά, 20 ετών, καλός μαθηματικός, διάσημος για την φλογερή φαντασία του, πέθανε στις 12 π.μ. από οξεία περιτονίτιδα οφειλόμενη σε σφαίρα που εβλήθη από απόσταση 25 βημάτων.

## **Βιβλιογραφία :**

- 1) wikipedia**
- 2) logicomix**