

## Τράπεζα Θεμάτων Θετικού Προσανατολισμού

### Κεφ. 2

### Θέμα Δ

#### Συνδυαστικά θέματα με : Οριζόντια Βολή και ορμή

1. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  σώμα μάζας  $m_1 = 0,4 \text{ kg}$  βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 30 \text{ m/s}$  από ύψος  $160 \text{ m}$  από το έδαφος. Ταυτόχρονα από το έδαφος βάλλεται κατακόρυφα προς τα επάνω ένα δεύτερο σώμα μάζας  $m_2 = 0,1 \text{ kg}$  με ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 40 \text{ m/s}$ . Όταν το  $m_2$  φτάσει στο μέγιστο ύψος της τροχιάς του, τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά. Να υπολογίσετε:

Δ1) Το μέγιστο ύψος που φτάνει το  $m_2$  και τη χρονική στιγμή  $t_1$  της κρούσης.

Δ2) Την ταχύτητα του σώματος  $m_1$  (σε μέτρο και κατεύθυνση, υπολογίζοντας τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας του σώματος  $m_1$  με τον οριζόντιο άξονα) τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

Δ3) Να αποδείξετε ότι τη χρονική στιγμή που το σώμα μάζας  $m_2$  φτάνει στο μέγιστο ύψος του, το σώμα  $m_1$  βρίσκεται επίσης στο ίδιο ύψος.

Δ4) Την ταχύτητα του συσσωματώματος (σε μέτρο και κατεύθυνση, υπολογίζοντας τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας του συσσωματώματος με τον οριζόντιο άξονα) αμέσως μετά την κρούση.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

2. Ένας ξύλινος στόχος μάζας  $M = 5 \text{ kg}$  βρίσκεται ακίνητος σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Βλήμα μάζας  $m = 0,1 \text{ kg}$  λίγο πριν την κρούση με το στόχο, έχει οριζόντια προς τα δεξιά ταχύτητα με μέτρο  $200 \text{ m/s}$ . Το βλήμα διαπερνά το στόχο και εξέρχεται από αυτόν με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $100 \text{ m/s}$ , ομόρροπη της αρχικής του ταχύτητας.

Δ1) Να βρεθεί η ταχύτητα την οποία αποκτά ο στόχος αμέσως μετά τη σύγκρουση.

Δ2) Να βρεθεί το ποσό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα εξ αιτίας της συγκρούσεως.

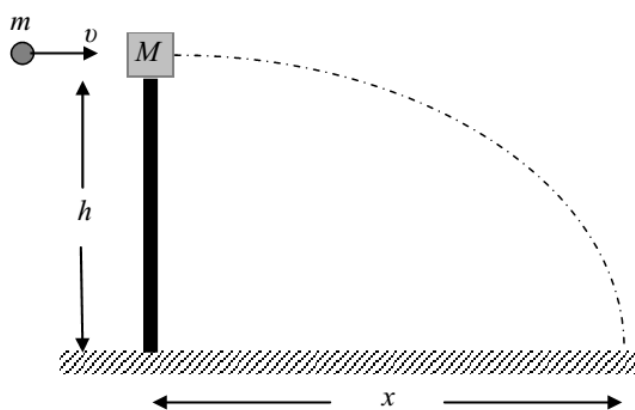
Υποθέτουμε ότι οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ του στόχου και του βλήματος, όταν το βλήμα διαπερνά το στόχο, είναι χρονικά σταθερές.

Δ3) Αν ο χρόνος που χρειάστηκε το βλήμα να διαπεράσει το στόχο είναι  $\Delta t = 0,01 \text{ s}$ , να βρείτε το μέτρο της δύναμης που ασκείται από το βλήμα στο στόχο.

Δ4) Ο στόχος βρίσκεται στην άκρη ενός τραπεζιού, οπότε μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή. Όταν ο στόχος πέφτει στο δάπεδο, τότε το μέτρο της ταχύτητάς του είναι διπλάσιο από το μέτρο της ταχύτητας που έχει αμέσως μετά τη σύγκρουσή του με το βλήμα. Να βρεθεί το ύψος του τραπεζιού.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$

3. Ο καθηγητής της φυσικής μιας σχολής αξιωματικών του στρατού θέτει ένα πρόβλημα σχετικά με το πώς οι φοιτητές, αξιοποιώντας τις γνώσεις τους από το μάθημα, θα μπορούσαν να υπολογίσουν την ταχύτητα  $v$  του βλήματος ενός πιστολιού. Ο καθηγητής υποδεικνύει στους φοιτητές την παρακάτω διαδικασία: Το βλήμα μάζας  $m$  εκτοξεύεται οριζόντια και σφηνώνεται σε ένα κομμάτι ξύλου, μάζας  $M$ , που ισορροπεί ελεύθερο στην κορυφή ενός στύλου ύψους  $h$ . Οι μάζες  $m$  και  $M$  μετρώνται με ζύγιση και το ύψος  $h$  μετράται με μετροταινία. Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή και χτυπάει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση  $x$  από τη βάση του στύλου, αφήνοντας ένα σημάδι στο χώμα ώστε να είναι δυνατή η μέτρηση αυτής της απόστασης  $x$ . Οι φοιτητές έκαναν τη διαδικασία και τις μετρήσεις που τους υπέδειξε ο καθηγητής τους και βρήκαν τις



τιμές  $m = 0,1 \text{ kg}$ ,  $M = 1,9 \text{ kg}$ ,  $h = 5 \text{ m}$  και  $\chi = 10 \text{ m}$ . Λαμβάνοντας υπόψη τις προηγούμενες τιμές των μεγεθών που μετρήθηκαν από τους φοιτητές, και θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, να υπολογίσετε:

**Δ1)** Το χρονικό διάστημα που πέρασε από την στιγμή της κρούσης μέχρι το συσσωμάτωμα να αγγίξει το έδαφος.

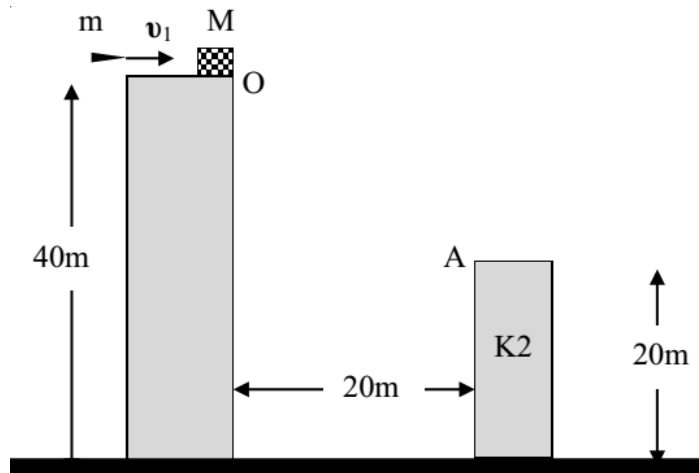
**Δ2)** Το μέτρο της οριζόντιας ταχύτητας  $V$  την οποία απέκτησε το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση.

**Δ3)** Το μέτρο της ταχύτητας  $v$  του βλήματος πριν σφηνωθεί στο ξύλο.

**Δ4)** Την απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος βλήμα-ξύλο κατά την κρούση.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γής  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

4. Ένας ξύλινος κύβος μάζας  $M = 1 \text{ kg}$  ισορροπεί στην άκρη της ταράτσας στο σημείο  $O$  ενός κτηρίου  $K_1$  ύψους  $40 \text{ m}$ . Κάποια στιγμή, που τη θεωρούμε ως αρχή μέτρησης του χρόνου  $t = 0$ , ένα βλήμα μάζας  $m = 0,1 \text{ kg}$ , το οποίο κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 200 \text{ m/s}$ , διαπερνά ακαριαία τον κύβο και εξέρχεται από αυτόν με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $v_2$ , ενώ ο κύβος αποκτά οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $V$ . Ο κύβος εκτελεί στη συνέχεια οριζόντια βολή και καθώς κινείται συναντά ένα κτήριο  $K_2$  ύψους  $20 \text{ m}$ , οπότε προσκρούει στο σημείο  $A$  της ταράτσας, που είναι το πλησιέστερο σημείο της στο κτήριο  $K_1$ . Τα κτήρια απέχουν  $20 \text{ m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογιστούν:



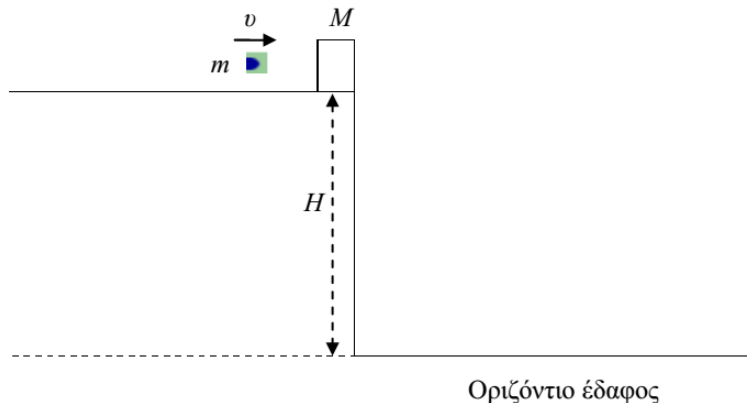
**Δ1)** η χρονική στιγμή της πρόσκρουσης του κύβου στο σημείο  $A$ ,

**Δ2)** το μέτρο  $V$  της ταχύτητας του κύβου αμέσως μετά τη διέλευση του βλήματος,

**Δ3)** το μέτρο της ταχύτητας του κύβου πριν ακριβώς προσκρούσει στο σημείο  $A$ ,

**Δ4)** η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος βλήμα-κύβος κατά τη διέλευση του βλήματος από τον κύβο. Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γής  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

5. Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας  $M = 20 \text{ kg}$  βρίσκεται ακίνητο στην άκρη της ταράτσας ενός ουρανοξύστη η οποία βρίσκεται σε ύψος  $H = 80 \text{ m}$  πάνω από το οριζόντιο έδαφος, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Ένα βλήμα μάζας  $m = 500 \text{ g}$ , που κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $v = 200 \text{ m/s}$  συγκρούεται με το ακίνητο κιβώτιο, το διαπερνά και εξέρχεται απ' αυτό με ταχύτητα  $v_1$  που έχει μέτρο υποδιπλάσιο της ταχύτητας  $v$ . Αμέσως μετά τη κρούση και τα δύο σώματα (ξύλινο κιβώτιο και βλήμα), εκτελούν οριζόντια βολή.



**Δ1)** Να υπολογίσετε την ταχύτητα του

κιβωτίου αμέσως μετά την κρούση.

**Δ2)** Να υπολογίσετε τη θερμότητα που απελευθερώθηκε στο περιβάλλον λόγω της κρούσης του βλήματος με το κιβώτιο.

**Δ3)** Αν υποθέσετε ότι η χρονική διάρκεια της κίνησης του βλήματος μέσα στο κιβώτιο είναι  $\Delta t = 0,1 \text{ s}$ , να υπολογίσετε τη μέση δύναμη  $F$ , που δέχθηκε το βλήμα από το κιβώτιο.

Το κιβώτιο αλλά και το βλήμα μετά την οριζόντια βολή που εκτελούν, πέφτουν στο έδαφος στα σημεία  $A$  και  $B$  αντίστοιχα.

**Δ4)** Να υπολογίσετε την απόσταση AB. Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και ότι κατά τις κινήσεις των σωμάτων θεωρούμε μηδενική την αντίσταση του αέρα.

**6.** Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας  $M = 1,95 \text{ kg}$  βρίσκεται ακίνητο στην άκρη κατακόρυφης χαράδρας η οποία βρίσκεται σε ύψος  $H = 45 \text{ m}$ , πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Βλήμα μάζας  $m = 50 \text{ g}$ , που κινείται με οριζόντια ταχύτητα  $v = 100 \text{ m/s}$

συγκρούεται με το ακίνητο κιβώτιο και σφηνώνεται σ' αυτό. Στη συνέχεια, το συσσωμάτωμα κιβώτιο-βλήμα που δημιουργείται, εκτελεί οριζόντια βολή με την ταχύτητα που απέκτησε και πέφτει προς την θάλασσα αμέσως μετά την κρούση. Να υπολογίσετε:

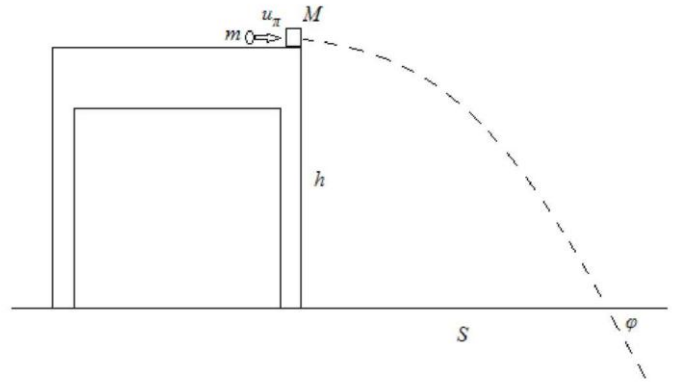
**Δ1)** Την ταχύτητα  $V_S$  του συσσωματώματος κιβώτιο-βλήμα αμέσως μετά την κρούση.

**Δ2)** Την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο-βλήμα λόγω της κρούσης.

**Δ3)** Το χρόνο που διαρκεί η κάθοδος του συσσωματώματος, μέχρι αυτό να φτάσει στην επιφάνεια της θάλασσας.

**Δ4)** Την μέγιστη οριζόντια απόσταση  $s$ , που θα διανύσει το συσσωμάτωμα (βεληνεκές), φτάνοντας στην επιφάνεια της θάλασσας.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και ότι κατά την κίνηση του συσσωματώματος κιβώτιο-βλήμα θεωρούμε την αντίσταση από τον αέρα μηδενική.



**7.** Το 2014 η τενίστρια Sabine Lisicki έκανε ένα σερβίς στο οποίο η μπάλα έφυγε από την ρακέτα με ταχύτητα  $v_0 = 58 \text{ m/s}$ . Η ταχύτητα αυτή είναι η μεγαλύτερη καταγεγραμμένη ταχύτητα για τις γυναίκες τενίστριες. Το μπαλάκι του τένις ζυγίζει  $60 \text{ g}$  και ο χρόνος επαφής του με την ρακέτα ήταν  $5 \text{ ms}$ .

Θεωρούμε ότι πριν χτυπήσει η ρακέτα το μπαλάκι του τένις είχε στιγμιαία ταχύτητα μηδέν και ότι η τελική του ταχύτητα ήταν οριζόντια. Να υπολογίσετε:

**Δ1)** τη μεταβολή της ορμής στο μπαλάκι,

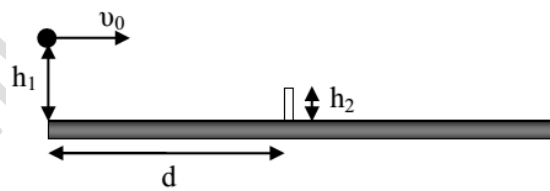
**Δ2)** τη μέση δύναμη που δέχτηκε το μπαλάκι από την ρακέτα,

**Δ3)** την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η ταχύτητα της μπάλας με την κατακόρυφο όταν η μπάλα χτυπάει στο έδαφος,

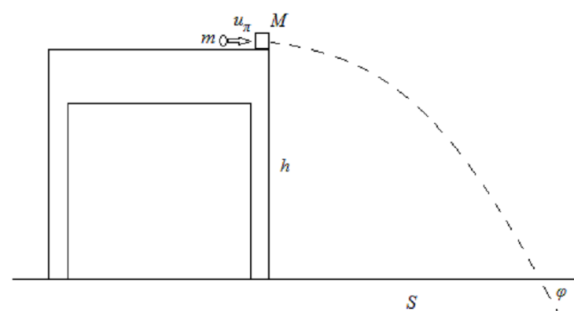
Όταν η τενίστρια χτύπησε το μπαλάκι απείχε από το δίχτυ απόσταση  $d = 17,4 \text{ m}$  και το ύψος από το οποίο ξεκίνησε την κίνησή του το μπαλάκι ήταν  $h_1 = 2 \text{ m}$ . Το δίχτυ έχει ύψος  $h_2 = 1 \text{ m}$ .

**Δ4)** Να υπολογίσετε σε πόσο ύψος πάνω από το δίχτυ πέρασε το μπαλάκι.

Για τους υπολογισμούς να θεωρήσετε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και  $\sqrt{10} = \pi$ .



**8.** Ένας μικρός ξύλινος κύβος μάζας  $M = 30 \text{ g}$  ηρεμεί αρχικά στο άκρο A του πάγκου του σχολικού εργαστηρίου, που έχει ύψος  $h = 0,8 \text{ m}$  από το οριζόντιο δάπεδο. Εκτοξεύουμε ένα κομμάτι πλαστελίνης μάζας  $m = 10 \text{ g}$  ώστε να συγκρουστεί με οριζόντια ταχύτητα  $v_x$  με τον ξύλινο κύβο. Η κρούση είναι πλαστική και αμέσως μετά το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια



βολή. Το συσσωμάτωμα έπεσε στο πάτωμα σε οριζόντια απόσταση  $S = 0,8 \text{ m}$  από το σημείο βολής.

**Δ1)** Να υπολογίσετε την οριζόντια ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

**Δ2)** Ποια η ταχύτητα  $v_{\pi}$  με την οποία συγκρούστηκε η πλαστελίνη με το ξύλινο σώμα;

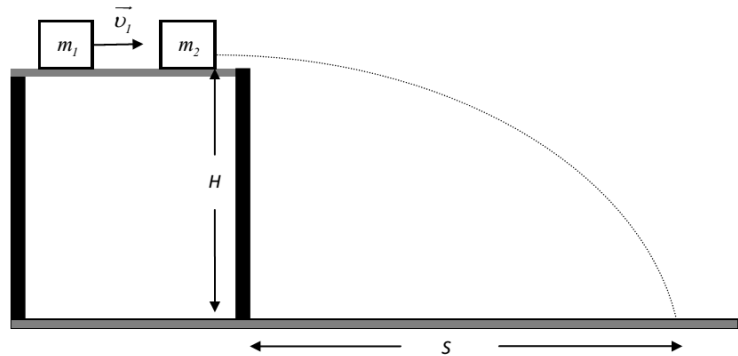
**Δ3)** Να υπολογίσετε την απώλεια κινητικής ενέργειας για το σύστημα πλαστελίνη-ξύλινος κύβος λόγω της κρούσης.

**Δ4)** Ένας συμμαθητής σας ισχυρίζεται, πως «είδε» ότι το συσσωμάτωμα έπεσε υπό γωνία  $\varphi = 45^\circ$  ως προς το πάτωμα. Όμως είναι πολύ δύσκολο να μετρηθεί άμεσα η γωνία αυτή για να ελεγχθεί ο ισχυρισμός του. Με τα δεδομένα που έχετε, να αναπτύξετε κάποια άλλη μέθοδο για να ελέγξετε τον παραπάνω ισχυρισμό. Ποιο από τα επόμενα συμπεράσματα είναι αυτό στο οποίο καταλήγετε;

α.  $\varphi = 45^\circ$ ,                      β.  $\varphi < 45^\circ$ ,                      γ.  $\varphi > 45^\circ$

Να θεωρήσετε αμελητέες οποιεσδήποτε αντιστάσεις ή τριβές και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Επιπλέον δίνεται ότι  $\epsilon\varphi 45 = 1^0$

**9.** Σώμα μάζας  $m_1 = 4 \text{ kg}$  κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 2,5 \text{ m/s}$  σε λείο οριζόντιο δάπεδο που βρίσκεται σε ύψος  $H$  πάνω από το έδαφος. Το σώμα συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα που βρίσκεται στην ίδια ευθεία, μάζας  $m_2 = 6 \text{ kg}$ . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει το οριζόντιο δάπεδο και προσκρούει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση  $s = 0,4 \text{ m}$  από το σημείο που το εγκατέλειψε.



**Δ1)** Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος.

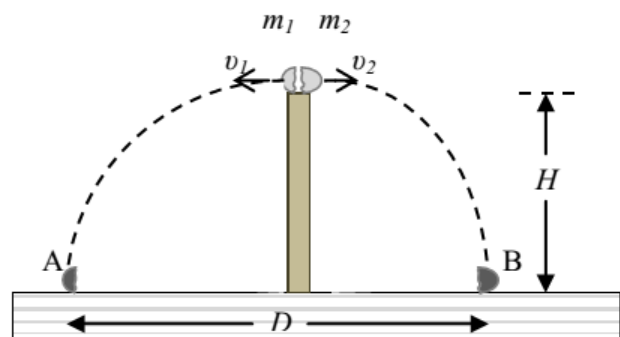
**Δ2)** Να βρεθεί το ύψος  $H$ .

**Δ3)** Να βρεθεί ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η ορμή του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της πτώσης του.

**Δ4)** Να βρεθεί η ταχύτητα που έπρεπε να έχει το σώμα  $m_1$  ώστε το συσσωμάτωμα να φτάσει στο έδαφος, έχοντας ταχύτητα μέτρου  $v = 5 \text{ m/s}$ .

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**10.** Μικρή σφαίρα μάζας  $m = 300 \text{ g}$  είναι τοποθετημένη πάνω σε κατακόρυφο στύλο μεγάλου ύψους  $H$  στις εγκαταστάσεις μιας κεραίας τηλεπικοινωνιών. Ξαφνικά μια έκρηξη χωρίζει τη σφαίρα σε δύο κομμάτια που φεύγουν σε οριζόντια διεύθυνση αμέσως μετά την έκρηξη. Οι μάζες των δύο κομματιών είναι  $m_1$  και  $m_2$ , για τις οποίες ισχύει  $m_2 = 2m_1$ . Τα δύο κομμάτια  $m_1, m_2$ , εκτελούν οριζόντιες βολές και πέφτουν στο οριζόντιο δάπεδο που βρίσκεται στη βάση του στύλου, μετά από χρόνο  $3 \text{ s}$  από τη στιγμή της έκρηξης, στα σημεία A και B αντίστοιχα, που απέχουν μεταξύ τους  $D = 180 \text{ m}$ , όπως φαίνεται και στο σχήμα. Να υπολογίσετε:



**Δ1)** Το ύψος του στύλου.

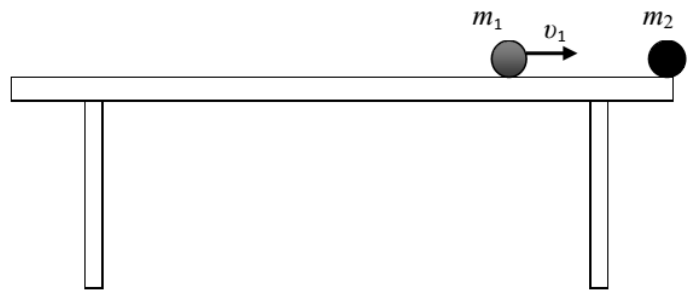
**Δ2)** Τα μέτρα των ταχυτήτων που έχουν τα δύο κομμάτια, αμέσως μετά την έκρηξη.

**Δ3)** Την απόσταση μεταξύ των δύο κομματιών μετά από 2 s από τη στιγμή της έκρηξης.

**Δ4)** Την ενέργεια που ελευθερώθηκε λόγω της έκρηξης.

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και ότι οι αντιστάσεις από τον αέρα αγνοούνται.

**11.** Μία μεταλλική σφαίρα μάζας  $m_1 = 0,5 \text{ kg}$  κινείται προς τα δεξιά στην οριζόντια επιφάνεια ενός λείου τραπέζιου με ταχύτητα, μέτρου  $v_1 = 2 \text{ m/s}$ . Συγκρούεται με άλλη σφαίρα μάζας  $m_2 = 1,5 \text{ kg}$  που βρίσκεται στην άκρη του τραπέζιου και επιστρέφει με ταχύτητα μέτρου  $v_3 = 1 \text{ m/s}$  και κατεύθυνσης αντίθετης από την αρχική κατεύθυνση κίνησης



**Δ1)** Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας  $v_2$  που θα αποκτήσει η σφαίρα μάζας  $m_2$  μετά την κρούση.

Η σφαίρα μάζας  $m_2$  εκτελεί οριζόντια βολή.

**Δ2)** Να βρεθεί η χρονική στιγμή  $t_1$  κατά την οποία το μέτρο της οριζόντιας μετατόπισης είναι ίσο με το μέτρο της κατακόρυφης μετατόπισης.

**Δ3)** Να βρεθεί η μέγιστη οριζόντια απόσταση (βεληνεκές) στην οποία φτάνει η σφαίρα όταν συναντά το οριζόντιο δάπεδο, αν το ύψος του τραπέζιου από το δάπεδο είναι  $h = 0,8 \text{ m}$ , καθώς και το μέτρο της ταχύτητας  $v$  με την οποία φθάνει η σφαίρα στο έδαφος.

**Δ4)** Σε ποια χρονική στιγμή  $t_2$  η ταχύτητα της σφαίρας που εκτελεί οριζόντια βολή είναι  $v\sqrt{2}$  ;

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

**12.** Σώμα μάζας  $M = 5 \text{ kg}$  βρίσκεται στην άκρη ενός επίπλου ύψους  $H = 1,8 \text{ m}$  όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Ένα βλήμα μάζας  $m = 200 \text{ g}$  κινείται με οριζόντια ταχύτητα  $V = 200 \text{ m/s}$  και διαπερνά το σώμα  $M$  ακαριαία, εξερχόμενο με ταχύτητα  $v = 50 \text{ m/s}$ .

**Δ1)** Υπολογίστε την ταχύτητα  $v_0$  που θα αποκτήσει αμέσως μετά τη διάτρηση το σώμα  $M$ .

**Δ2)** Υπολογίστε την απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την διάτρηση του σώματος  $M$  από το  $m$ .

**Δ3)** Με τι χρονική διαφορά θα φθάσουν στο έδαφος τα δύο σώματα; Υπολογίστε την διαφορά των οριζόντιων αποστάσεων στις οποίες τα δύο σώματα θα συναντήσουν το έδαφος.

**Δ4)** Κάποια χρονική στιγμή  $t_1$  η κινητική ενέργεια του σώματος  $M$  είναι 1,25 φορές μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια του σώματος  $M$  αμέσως μετά τη διάτρηση. Υπολογίστε τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

