

Τράπεζα Θεμάτων Θετικού Προσανατολισμού

Κεφ. 2 Θέμα Δ

Συνδυαστικά θέματα με : Κυκλική κίνηση και ορμή

1. Μια ράβδος μήκους $R = 1 \text{ m}$ και αμελητέας μάζας βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο (κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα) και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το σημείο O .

Στο άλλο της άκρο είναι στερεωμένο σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$ το οποίο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με γραμμική ταχύτητα μέτρου $v_1 = 20 \text{ m/s}$, ξεκινώντας τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ από το σημείο K . Στο σημείο Λ (αντιδιαμετρικό του K) βρίσκεται ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$.

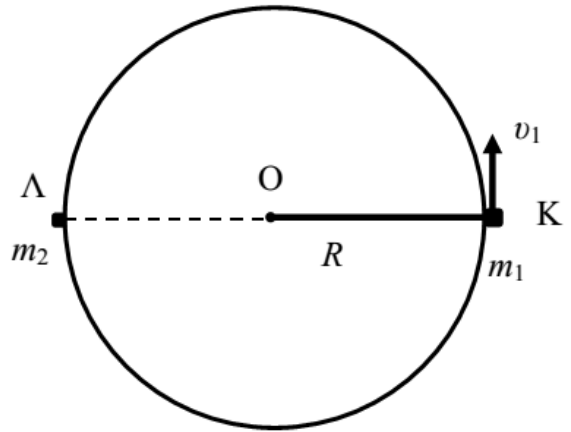
Δ1) Να σχεδιαστεί και να υπολογιστεί το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται στο σώμα Σ_1 . Από πού ασκείται η δύναμη αυτή;

Όταν το σώμα Σ_1 φτάνει στο σημείο Λ συγκρούεται μετωπικά με το σώμα Σ_2 . Μετά την κρούση το σώμα Σ_2 αποκτά ταχύτητα ίση με $v_2 = 20 \text{ m/s}$ και κινείται ευθύγραμμα πάνω στο λείο επίπεδο. Να θεωρήσετε ότι η κρούση γίνεται ακαριαία.

Δ2) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την κρούση.

Δ3) Να βρεθεί ο χρόνος από τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ που το σώμα Σ_1 ξεκίνησε από το σημείο K μέχρι τη χρονική στιγμή που ξαναβρέθηκε στο σημείο K .

Δ4) Να μελετήσετε αν κατά την κρούση διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 .



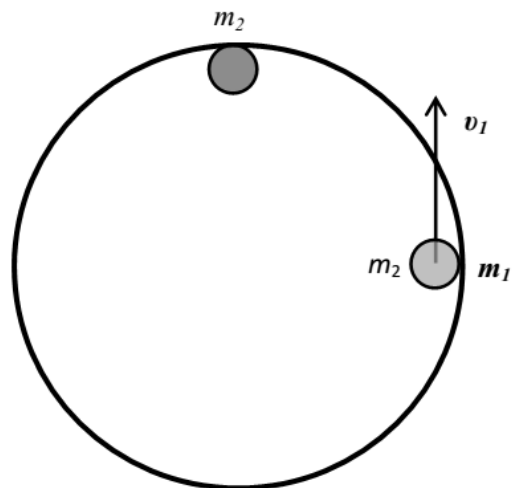
2. Δύο σφαιρίδια Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1 = 4 \text{ kg}$ και $m_2 = 6 \text{ kg}$ αντίστοιχα μπορούν να κινούνται στο εσωτερικό κυκλικό δακτυλίου ακτίνας $R = 2 \text{ m}$ που είναι ακλόνητα στερεωμένος σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου εικονίζεται στο σχήμα). Οι τριβές μεταξύ των σφαιριδίων και του κυκλικού δακτυλίου θεωρούνται αμελητέες, όπως και οι διαστάσεις τους. Αρχικά το σφαιρίδιο Σ_2 είναι ακίνητο, ενώ το Σ_1 εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με φορά αντίθετη εκείνης των δεικτών του ρολογιού με ταχύτητα, μέτρου $v_1 = 5 \text{ m/s}$. Αν τα σφαιρίδια Σ_1 και Σ_2 συγκρουστούν πλαστικά, να υπολογίσετε :

Δ1) Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος μετά την κρούση καθώς και την περίοδο της κίνησης του.

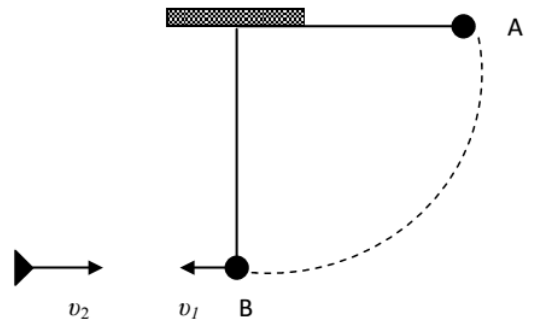
Δ2) Την απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την διάρκεια της πλαστικής κρούσης.

Δ3) Σε κάποια άλλη περίπτωση, αλλάζοντας το υλικό των σφαιριδίων, αλλά διατηρώντας τις μάζες τους, τα σφαιρίδια συγκρούονται χωρίς να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα. Αν η ταχύτητα της σφαίρας m_2 αμέσως μετά την κρούση είναι 4 m/s , να υπολογίσετε την ταχύτητα της σφαίρας m_1 αμέσως μετά την κρούση. Να ελέγξετε αν στην κρούση αυτή διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών.

Δ4) Ποιο είναι το μήκος του τόξου που διανύει το κάθε ένα από τα δύο σώματα μέχρι την επόμενη σύγκρουσή τους;



3. Σώμα μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $l = 1,25 \text{ m}$. Το σώμα αφήνεται από το σημείο A, με το νήμα οριζόντιο, και διαγράφει το τεταρτοκύκλιο που φαίνεται στο σχήμα. Διερχόμενο από το κατώτερο σημείο της τροχιάς του B, όπου η ταχύτητα του έχει μέτρο v_1 , συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας $m_2 = 3 \text{ kg}$ που κινείται με ταχύτητα v_2 αντίθετης κατεύθυνσης από την v_1 . Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται κινείται με ταχύτητα μέτρου $V = 4 \text{ m/s}$, με κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση της ταχύτητας v_2 . Να υπολογίσετε:



Δ1) Το μέτρο της ταχύτητας v_1 .

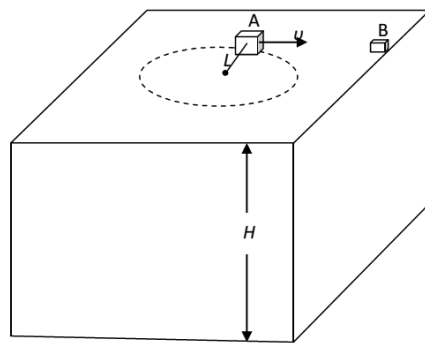
Δ2) Την τάση του νήματος καθώς το σώμα m_1 διέρχεται από το σημείο B.

Δ3) Το μέτρο της ταχύτητας v_2 .

Δ4) Την αύξηση της θερμικής ενέργειας κατά την κρούση.

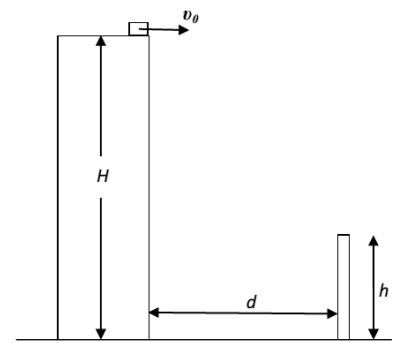
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης $g = 10 \text{ m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

4. Η ταράτσα ενός κτιρίου βρίσκεται σε ύψος $H = 20 \text{ m}$ από το έδαφος. Ένα κουτί A μάζας $m_1 = 3 \text{ kg}$ είναι δεμένο σε σχοινί μήκους L και κάνει ομαλή κυκλική κίνηση κινούμενο πάνω στην επιφάνεια της ταράτσας (βλ. σχήμα 1). Το κουτί κινείται με ταχύτητα $v = 20 \text{ m/s}$ και κάνει μία πλήρη περιστροφή σε χρόνο $0,2\pi \text{ s}$.



Σχήμα 1.

Στην κατάλληλη θέση το σχοινί κόβεται ώστε το κουτί A αφού ολισθήσει να συγκρουστεί πλαστικά με ένα άλλο κουτί B μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$ που βρίσκεται στην άκρη της ταράτσας. Αμέσως μετά την σύγκρουση το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει την ταράτσα με οριζόντια ταχύτητα μέτρου v_0 .



Σχήμα 2.

Δ1) Να υπολογίσετε το

μήκος του σχοινοῦ που είναι δεμένο το κουτί A.

Δ2) Να υπολογίσετε την ταχύτητα v_0 με την οποία το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει την ταράτσα καθώς και πόσο μακριά από το κτίριο το συσσωμάτωμα χτυπά το έδαφος.

Δ3) Να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία το συσσωμάτωμα χτυπά το έδαφος (μέτρο και κατεύθυνση).

Δ4) Έστω ότι σε απόσταση $d = 15 \text{ m}$ από την βάση του κτιρίου βρίσκεται στύλος ύψους $h = 6 \text{ m}$ (Σχήμα 2). Ο στύλος βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με την τροχιά του συσσωματώματος. Να αιτιολογήσετε αν το συσσωμάτωμα θα χτυπήσει στο στύλο ή αν θα περάσει πάνω από αυτόν.

Να θεωρήσετε την αντίσταση του αέρα αμελητέα και να αγνοήσετε την τριβή για όλη την κίνηση του κουτιού A πάνω στην ταράτσα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10 \text{ m/s}^2$.

5. Πάνω σε ένα τραπέζι βρίσκεται ακίνητο σώμα μάζας $M = 3 \text{ kg}$ δεμένο με τη βοήθεια ενός αισθητήρα δύναμης (A.Δ) από ένα σημείο K στην άκρη νήματος μήκους $L = 1 \text{ m}$ όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Κάποια στιγμή εκτοξεύουμε σώμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ που βρίσκεται στην άκρη του τραπεζιού και μπορεί να ολισθαίνει πάνω σε αυτό έχοντας συντελεστή τριβής $\mu = 0,4$ με ταχύτητα v_0 , η προέκταση της οποίας σχηματίζει γωνία 90° με το νήμα, οπότε το σώμα μάζας m σφηνώνεται στο σώμα μάζας M και σχηματίζεται

συσσωμάτωμα. Το συσσωμάτωμα κινείται χωρίς τριβή στο τραπέζι. Τα δεδομένα από τον αισθητήρα δύναμης φαίνονται, επεξεργασμένα, στην ακόλουθη γραφική παράσταση.

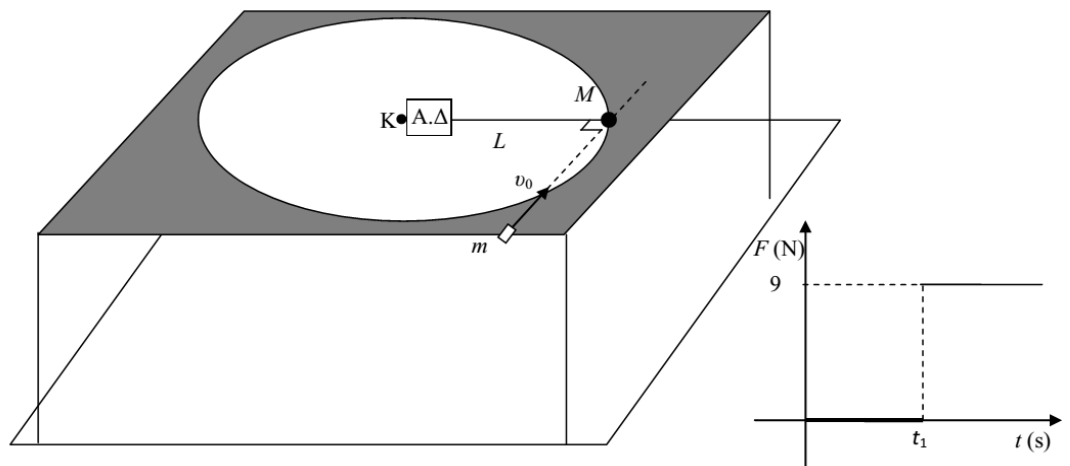
Δ1) Εξηγήστε τι συμβαίνει τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία αλλάζει το μέτρο της δύναμης.

Δ2) Υπολογίστε την ταχύτητα που αποκτά το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση.

Δ3) Υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος μάζας m λίγο πριν την κρούση καθώς και την ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική κατά την κρούση.

Δ4) Αν η απόσταση που διανύει το σώμα μάζας m από τη θέση που εκτοξεύτηκε μέχρι τη θέση που συγκρούστηκε πλαστικά με το σώμα μάζας M είναι 2 m, υπολογίστε την ταχύτητα εκτόξευσης v_0 .

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$



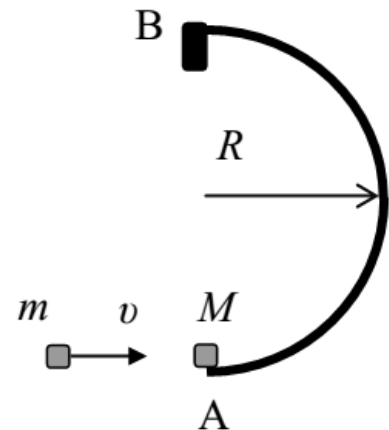
6. Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο (την κάτοψη του οποίου βλέπετε στο σχήμα) υπάρχει ακλόνητα στερεωμένο ένα σιδερένιο έλασμα, ημικυκλικού σχήματος ακτίνας $R = 20 \text{ cm}$. Στο ένα άκρο του ελάσματος (σημείο A) είναι τοποθετημένο (ακίνητο) ένα σώμα μάζας $M = 1 \text{ kg}$. Ένα σώμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ κινείται με ταχύτητα $v = 20 \text{ m/s}$ και συγκρούεται με το σώμα M. Μετά την κρούση δημιουργείται συσσωμάτωμα που κινείται κυκλικά, λόγω του ελάσματος και χωρίς να χάνει την επαφή του με αυτό, με ταχύτητα σταθερού μέτρου.

Δ1) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Δ2) Ποιο είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται το συσσωμάτωμα από το έλασμα κατά την διάρκεια της κυκλικής του κίνησης;

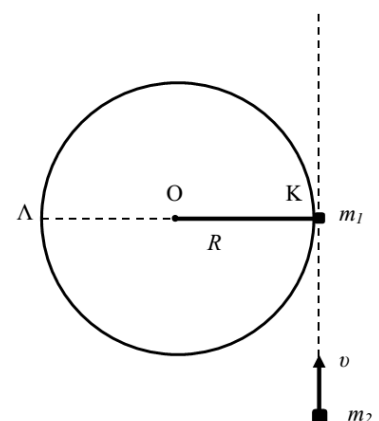
Δ3) Πόσο χρόνο διαρκεί η κίνηση του συσσωματώματος από το A στο B;

Δ4) Στο σημείο B το συσσωμάτωμα προσκρούει σε ακλόνητο στήριγμα και ο χρόνος για να σταματήσει είναι $\Delta t = 0,1 \text{ sec}$. Πόση είναι η μέση δύναμη που ασκήθηκε από το ακλόνητο στήριγμα στο συσσωμάτωμα;



7. Ένα σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$, είναι στερεωμένο στο άκρο K μη εκτατού και αβαρούς νήματος και βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο (κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα). Το άλλο άκρο του νήματος, είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο O. Το μήκος του νήματος είναι 1 m. Ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$ κινείται πάνω στο λείο επίπεδο με ταχύτητα σταθερού μέτρου $v = 40 \text{ m/s}$. Η διεύθυνση της ταχύτητας είναι εφαπτόμενη στο σημείο K (όπως φαίνεται στο σχήμα). Όταν το σώμα Σ_2 φτάνει στο σημείο K συγκρούεται μετωπικά με το σώμα Σ_1 . Μετά την κρούση το σώμα Σ_2 αποκτά ταχύτητα ίση με $v_2 = 8 \text{ m/s}$ και συνεχίζει να κινείται ευθύγραμμα στην ίδια διεύθυνση. Να θεωρήσετε ότι η κρούση γίνεται ακαριαία.

Δ1) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την κρούση.



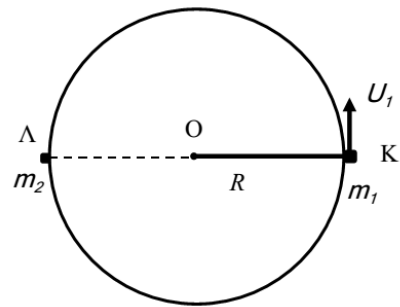
Δ2) Να δικαιολογήσετε γιατί μετά την κρούση το σώμα Σ_1 εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση και να υπολογίσετε το χρόνο που κάνει για να φτάσει στο σημείο Λ για πρώτη φορά.

Δ3) Να υπολογίσετε την απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων όταν το σώμα Σ_1 έχει εκτελέσει δύο πλήρεις περιστροφές.

Δ4) Να μελετήσετε αν κατά την κρούση διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 .

8. Μια ράβδος μήκους $R = 1$ m και αμελητέας μάζας βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το σημείο O . Στο άλλο άκρο της είναι στερεωμένο σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2$ kg το οποίο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με γραμμική ταχύτητα μέτρου

$v_1 = 20$ m/s, ξεκινώντας από το σημείο K . Στο σημείο Λ (αντιδιαμετρικό του K) βρίσκεται ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1$ kg.



Δ1) Να σχεδιαστεί και να υπολογιστεί το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται στο σώμα Σ_1 από τη ράβδο.

Όταν το σώμα Σ_1 φτάνει στο σημείο Λ συγκρούεται με το σώμα Σ_2 .

Μετά την κρούση το σώμα Σ_2 αποκτά ταχύτητα μέτρου $v_2 = 20$ m/s και κινείται ευθύγραμμα πάνω στο λείο επίπεδο στη διεύθυνση της εφαπτομένης του κύκλου στο σημείο Λ . Να θεωρήσετε ότι η κρούση είναι ακαριαία.

Δ2) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την κρούση.

Δ3) Να βρεθεί ο λόγος $\frac{T_1}{T_2}$, όπου T_1 η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης πριν την κρούση και T_2 η

περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης μετά την κρούση.

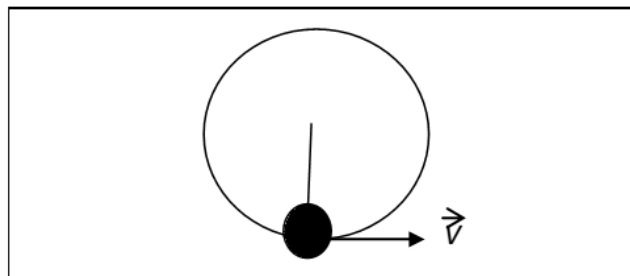
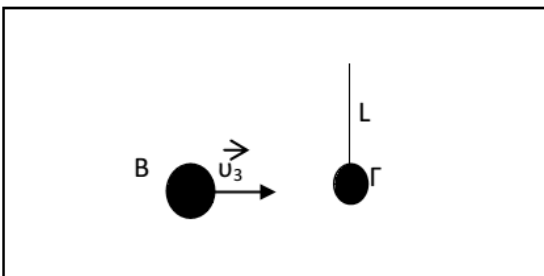
Δ4) Να βρεθεί η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 την χρονική στιγμή που το σώμα Σ_1 μετά τη κρούση φτάνει στο σημείο K για πρώτη φορά. Θεωρήστε για διευκόλυνση των πράξεων ότι $\pi^2 = 10$.

9. Ένα σώμα A , μάζας $m = 2$ kg, κινείται σε λεία επιφάνεια οριζώντιου τραπέζιου με ταχύτητα μέτρου

$v_1 = 40$ m/s. Κατά την κίνησή του συναντάει ένα άλλο ακίνητο σώμα B τριπλάσιας μάζας και συγκρούεται με αυτό. Μετά τη σύγκρουση το πρώτο σώμα κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου $v_2 = 5$ m/s. Η διάρκεια της σύγκρουσης είναι $\Delta t = 10^{-2}$ s.

Δ1) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας v_3 του σώματος B μετά την κρούση.

Δ2) Να βρεθούν οι μέσες τιμές των μέτρων των δυνάμεων που ασκούνται στα δύο σώματα κατά την κρούση.



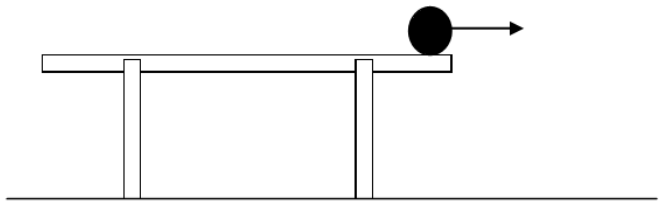
Δ3) Το σώμα B κινείται στην οριζόντια επιφάνεια και στην πορεία του συναντά ένα ακίνητο σώμα Γ μάζας $2m$, το οποίο είναι δεμένο στην άκρη νήματος, μήκους $L = 0,9$ m, η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη στην επιφάνεια λείου τραπέζιου. Μετά την κρούση τα δύο σώματα ενώνονται και το συσσωμάτωμα διαγράφει έναν πλήρη κύκλο.

Να υπολογιστούν η περίοδος και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής, καθώς και η κεντρομόλος επιτάχυνση του συσσωματώματος.

Δ4) Μόλις συμπληρωθεί ένας πλήρης κύκλος, το νήμα κόβεται και το συσσωμάτωμα συνεχίζει την κίνησή του εκτελώντας οριζόντια βολή από το τραπέζι που έχει ύψος $h = 80 \text{ cm}$.

Να υπολογιστούν ο χρόνος που χρειάζεται το συσσωμάτωμα να φθάσει στο έδαφος, η οριζόντια μετατόπισή του και η ταχύτητα με την οποία φθάνει στο έδαφος.

Γίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.



10. Ένα σώμα, μάζας $m_1 = 0,2 \text{ kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο, εκτελεί κυκλική κίνηση πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου βλέπετε στο σχήμα).

Το μήκος του νήματος είναι $l = 0,5 \text{ m}$ και η γραμμική ταχύτητα του σώματος έχει σταθερό μέτρο $v = 10 \text{ m/s}$.

Δ1) Να βρεθούν η γωνιακή ταχύτητα ω , η περίοδος T και η κεντρομόλος επιτάχυνση a_c του σώματος

Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και το σώμα κινείται ευθύγραμμα.

Στην πορεία του συναντάει

δεύτερο σώμα από πλαστελίνη μάζας $m_2 = 0,8 \text{ kg}$ και συγκρούεται με αυτό πλαστικά.

Δ2) Να υπολογιστεί το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 το οποίο έχει το συσσωμάτωμα

Το συσσωμάτωμα, φθάνει στην άκρη του τραπεζιού και εκτελεί οριζόντια βολή.

Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του συσσωματώματος από το σημείο από το οποίο βάλλεται είναι $s = 0,8 \text{ m}$.

Δ3) Να βρεθεί το ύψος του τραπεζιού

Δ4) Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι $v_\sigma = V \sqrt{2}$.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$. Αγνοήστε τριβές και την αντίσταση του αέρα.

