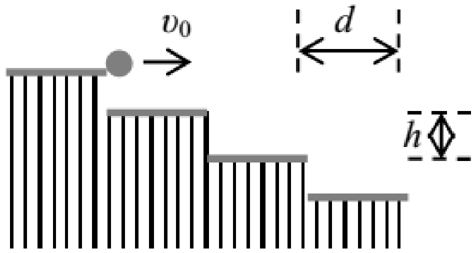
ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ

1.1 ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ

1. Τα σκαλοπάτια μιας σκάλας είναι όλα όμοια μεταξύ τους και έχουν ύψος h = 20 cm και πλάτος d = 40 cm. Από το πλατύσκαλο στο επάνω μέρος της σκάλας, ρίχνουμε τη χρονική στιγμή $t = 0$ ένα μικρό σφαιρίδιο πλαστελίνης, με οριζόντια αρχική ταχύτητα υ_0 όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα. Το μικρό σφαιρίδιο περνά «ξυστά» στο άκρο (ακμή) του πρώτου (από πάνω) σκαλοπατιού τη χρονική στιγμή t_1.

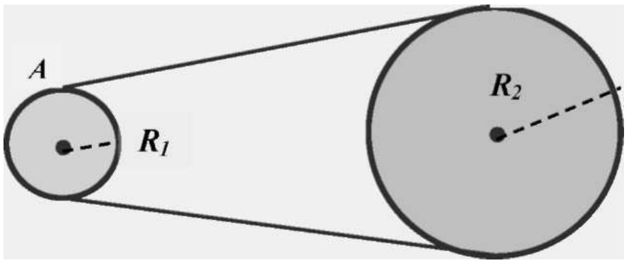


Δ1) Υπολογίστε τη χρονική στιγμή t_1.
Δ2) Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του σφαιριδίου τη χρονική στιγμή t_1.
Δ3) Να δείξετε ότι το σφαιρίδιο πλαστελίνης θα σταματήσει οπωσδήποτε στο δεύτερο (μετρώντας από το πάνω μέρος της σκάλας) σκαλοπάτι.
Δ4) Να προσδιορίσετε το σημείο του σκαλοπατιού που θα προσκρούσει το σφαιρίδιο της πλαστελίνης.
Αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας είναι g = $10\ m/s^2$. Να θεωρήσετε κατά προσέγγιση ότι ισχύει $\sqrt{2} = 1{,}4$.

2. Αεροπλάνο κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 100$ m/s σε ύψος h = 405 m από το έδαφος. Στο έδαφος κινείται αντίρροπα όχημα με ταχύτητα μέτρου υ_2, στην ίδια διεύθυνση κίνησης με το αεροπλάνο. Όταν το αεροπλάνο απέχει από το όχημα οριζόντια απόσταση $s = 989\ m$, αφήνεται μια βόμβα. Η βόμβα αστοχεί γιατί το όχημα έχει προσπεράσει το σημείο επαφής της βόμβας με το έδαφος κατά $x = 1m$.

Δ1) Να υπολογισθεί ο χρόνος καθόδου της βόμβας μέχρι το έδαφος .
Δ2) Να υπολογισθεί η ταχύτητα του οχήματος.
Δ3) Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας της βόμβας τη στιγμή της πρόσκρουσης στο έδαφος.
Δ4) Αν το όχημα κινούταν με ταχύτητα ίσου μέτρου με αυτή που υπολογίστηκε στο $Δ_2$ αλλά ομόρροπα με το αεροπλάνο, σε ποια οριζόντια απόσταση s' έπρεπε ο πιλότος να αφήσει τη βόμβα, ώστε αυτή να πετύχει το όχημα;
Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης είναι: g = $10 m/s^2$.

1.2 ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ



1. Στο σχήμα φαίνονται δύο δίσκοι με ακτίνες $R_1 = 0,2\ m$ και $R_2 = 0,4\ m$ αντίστοιχα, οι οποίοι συνδέονται μεταξύ τους με μη ελαστικό λουρί. Οι δίσκοι περιστρέφονται γύρω από σταθερούς άξονες που διέρχονται από το κέντρο τους και είναι κάθετοι στο επίπεδο τους. Αν η περίοδος περιστροφής του δίσκου (2) είναι σταθερή και ίση με $T_2 = 0,05\pi\ s$, να υπολογίσετε :

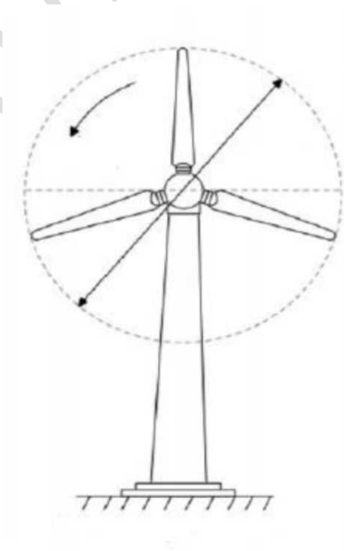
Δ1) το μέτρο της ταχύτητας των σημείων Α και Β της περιφέρειας των δίσκων,

Δ2) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου (1),

Δ3) το λόγο των μέτρων των κεντρομόλων επιταχύνσεων των σημείων Α και Β : $\dfrac{a_{1,B}}{a_{2,B}}$

Δ4) τον αριθμό των περιστροφών που έχει εκτελέσει ο δίσκος (1), όταν ο δίσκος (2) έχει εκτελέσει 10 περιστροφές.

2. Ανεμογεννήτρια οριζοντίου άξονα περιστροφής έχει τα εξής χαρακτηριστικά: Ύψος πύργου $H = 18\ m$ (δηλαδή απόσταση από το έδαφος μέχρι το κέντρο της κυκλικής τροχιάς), ακτίνα έλικας $R = 2\ m$, ενώ πραγματοποιεί 60 περιστροφές ανά λεπτό.



Δ1) Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της έλικας.

Στην άκρη της έλικας έχει κολλήσει ένα (σημειακό) κομμάτι λάσπης.

Δ2) Να υπολογίσετε τη γραμμική ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση του κομματιού της λάσπης.

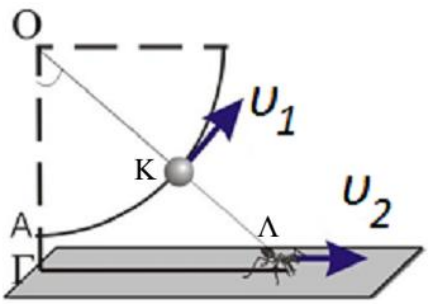
Τη στιγμή που η λάσπη περνάει από το ανώτερο σημείο της τροχιάς της ξεκολλάει κι εγκαταλείπει την έλικα.

Δ3) Τι είδους κίνηση θα εκτελέσει;

Δ4) Μετά από πόσο χρόνο θα φτάσει στο έδαφος και με τι ταχύτητα;

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ m/s^2$. Θεωρήστε $\pi^2 = 10$. Επίσης θεωρήστε αμελητέα την αντίσταση του αέρα.

3. Η σφαίρα του σχήματος ξεκίνησε την ομαλή κυκλική κίνηση της σε κύκλο ακτίνας $ΟΑ = 2\ m$ από τη θέση Α με σταθερού μέτρου γραμμική ταχύτητα υ_1. Το έντομο ξεκίνησε την ευθύγραμμη ομαλή κίνησή του από το σημείο Γ, που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη με την ακτίνα ΟΑ και σε απόσταση $ΑΓ = 0,5m$ κάτω από το Α, με ταχύτητα, μέτρου $\upsilon_2 = 0,1\ m/s$. Η έναρξη των κινήσεων ήταν ταυτόχρονη. Το στιγμιότυπο της κίνησης που φαίνεται στο σχήμα αντιστοιχεί σε χρόνο *25 s* μετά την έναρξη των κινήσεων. Στο στιγμιότυπο οι θέσεις των κινητών και το κέντρο του κύκλου είναι στην ίδια ευθεία την ΟΚΛ.



Δ1) Πόση είναι απόσταση ΓΛ που διένυσε το έντομο μέχρι τη θέση που φαίνεται στο στιγμιότυπο του σχήματος;

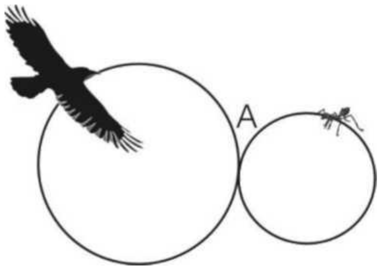
Δ2) Ποια είναι η επίκεντρη γωνία ΓΟΛ που διέγραψε η σφαίρα;

Δ3) Πόση είναι η περίοδος, η γωνιακή ταχύτητα και η γραμμική ταχύτητα της σφαίρας;

Δ4) Πόση είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση της σφαίρας;

Να θεωρήσετε για την άσκηση ότι $\pi^2 = 10$.

4. Ένα πουλί και ένα έντομο διέρχονται ταυτόχρονα από το σημείο επαφής των δύο εφαπτόμενων κύκλων του σχήματος. Το πουλί διαγραφεί ομαλά την τροχιά του κύκλου σε χρονικό διάστημα *2 s.* Το έντομο διαγράφει τον άλλο κύκλο ομαλά σε χρονικό διάστημα *3 s.*



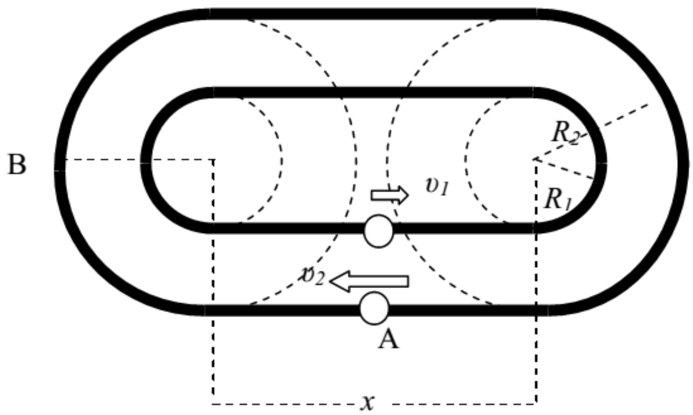
Δ1) Να υπολογίσετε τον λόγο της συχνότητας του πουλιού, προς τη συχνότητα του εντόμου.

Δ2) Να υπολογίσετε τον λόγο της γραμμικής ταχύτητας του πουλιού προς τη γραμμική ταχύτητα του εντόμου, αν ο λόγος των αντίστοιχων ακτίνων κίνησης πουλιού - εντόμου είναι $\frac{R_{πουλ.}}{R_{εντ.}} = \frac{3}{2}$.

Δ3) Υπολογίστε πόσους κύκλους θα έχει κάνει το πουλί και πόσους το έντομο μέχρι να ξανασυναντηθούν για πρώτη φόρα, μετά από τη στιγμή που διήλθαν ταυτόχρονα, από το σημείο επαφής.

Δ4) Σε πόσο χρόνο θα ξανασυναντηθούν για δεύτερη φορά;

5. Στο σχήμα φαίνεται η κάτοψη ενός στίβου. Οι στροφές είναι ημιπεριφέρειες κύκλων. Ο αθλητής (1) τρέχει στον εσωτερικό διάδρομο με ταχύτητα μέτρου $υ_1$= *5 m/s* και ο αθλητής (2) στον εξωτερικό διάδρομο με ταχύτητα μέτρου $υ_2$ = *6 m/s.* Τα μήκη των ακτίνων των ημιπεριφερειών των κύκλων είναι R_1 = *20 m* και R_2 = *30 m.* Το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος είναι *x = 100 m.*



Δ1)Να βρεθεί πόσο χρόνο χρειάζεται ο αθλητής (1) για να διανύσει το τμήμα της μίας ημιπεριφέρειας.

Δ2) Να βρεθεί γωνιακή ταχύτητα του αθλητή (2) καθώς τρέχει στα ημικυκλικά τμήματα της διαδρομής του.

Δ3) Να βρεθεί πόσο χρόνο χρειάζεται κάθε αθλητής για να κάνει μία περιφορά του σταδίου.

Δ4) Να βρεθεί το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας του αθλητή (2) για την μετακίνηση από το σημείο Α στο σημείο Β του διαδρόμου που τρέχει.

6. Σώμα βρίσκεται στην οριζόντια ταράτσα ουρανοξύστη και εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε κύκλο ακτίνας $r = \frac{5}{\pi} m$ με περίοδο *T = 1* s. Να βρείτε:

Δ1) Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος.

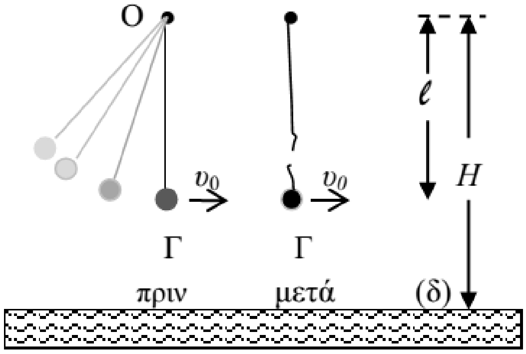
Κάποια χρονική στιγμή το σκοινί το οποίο κρατάει το σώμα στην κυκλική τροχιά κόβεται, με αποτέλεσμα αυτό να διαφύγει εκτελώντας οριζόντια βολή. Να βρείτε:

Δ2) Την ταχύτητα του σώματος κατά μέτρο και κατεύθυνση *2s* αφού εγκαταλείψει την οροφή της πολυκατοικίας.

Δ3) Την απόσταση από το σημείο που διέφυγε από την ταράτσα μέχρι το σημείο που βρίσκεται τη χρονική στιγμή που περιγράφεται στο ερώτημα $Δ_2$.

Δ4) Παρατηρούμε ότι το σώμα πέφτει στο οριζόντιο έδαφος με γωνία ως προς αυτό ϑ για την οποία ισχύει: εφθ = 2. Να βρείτε το πηλίκο της κατακόρυφης απόστασης του σημείου βολής από το έδαφος προς τη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση (βεληνεκές) του σώματος . Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στη επιφάνειας της γης g **=** 10 m/s^2, και ότι κάθε είδους τριβή όπως και η αντίσταση από τον αέρα θεωρούνται αμελητέες.

7. Μικρή σφαίρα μάζας *200 g* κρέμεται δεμένη στο κάτω άκρο μη ελαστικού νήματος, μήκους *ℓ*. Το πάνω άκρο το νήματος είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο Ο, το οποίο απέχει από οριζόντιο δάπεδο (δ), ύψος *H = 1,25* m. Θέτουμε το σύστημα σε αιώρηση με τέτοιο τρόπο ώστε τελικά το σώμα να κινείται σε κατακόρυφο επίπεδο με το νήμα τεντωμένο.



Τη στιγμή που η σφαίρα περνάει από την κατώτερη θέση Γ της κυκλικής τροχιάς της, με το νήμα τεντωμένο και κατακόρυφο, η κεντρομόλος επιτάχυνσή της έχει μέτρο 20 m/s . Ακριβώς αυτή τη στιγμή το νήμα κόβεται και η σφαίρα με την ταχύτητα που είχε στη θέση Γ, πραγματοποιεί μια οριζόντια βολή μέχρι το οριζόντιο δάπεδο, όπου φτάνει μετά από χρόνο 0,3 s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα. Να υπολογίσετε:

Δ1) Το μήκος του νήματος.

Δ2) Την οριζόντια απόσταση από το σημείο Γ, του σημείου στο οποίο θα χτυπήσει η σφαίρα στο δάπεδο.

Δ3) Τη βαρυτική δυναμική ενέργεια της σφαίρας ως προς το οριζόντιο δάπεδο (δ) μετά από χρόνο 0,2 s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Δ4) Το μέτρο της ταχύτητας ***υ*** καθώς και την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας με το οριζόντιο δάπεδο, τη στιγμή κατά την οποία η σφαίρα χτυπάει σε αυτό.

Η αντίσταση από τον αέρα θεωρείται αμελητέα, και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας είναι
g = 10 m/s^2.