

ΓΕΛ Ευηνοχωρίου  
Υποδειγματική Διδασκαλία στα Κανονικά Πολύγωνα  
με χρήση Geogebra

Κανιούρη Χαρίκλεια

Φύλλο Εργασίας

Β' Λυκείου



Ομάδα Μαθητών .....  
.....  
.....

Ανοίξτε το αρχείο "Γωνία Κανονικού Πολυγώνου" για να γνωρίσετε το κανονικό πολύγωνο



**Ορισμός:** Ένα πολύγωνο λέγεται **κανονικό**, όταν έχει όλες τις πλευρές του και όλες τις γωνίες του ίσες

Όταν αναφερόμαστε σε ένα κανονικό  $n$ -γωνο, θα εννοούμε ένα κανονικό πολύγωνο με  $n$  πλευρές και κατά συνέπεια με  $n$  γωνίες

Το  $n$  μας δείχνει το πλήθος των πλευρών του πολυγώνου

Αλλάξτε την τιμή του  $n$ , χρησιμοποιώντας τον δρομέα που βρίσκεται δεξιά στην επιφάνεια εργασίας

Πως αλλιώς λέγεται ένα κανονικό τρίγωνο; .....

Πως αλλιώς λέγεται ένα κανονικό τετράπλευρο; .....

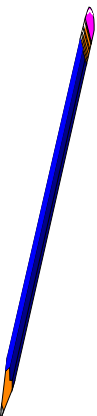
Ποιό είναι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου; ..... ή  $(\_\ - 2) \cdot 180^\circ$   
Πόσες μοίρες είναι η κάθε γωνία ενός κανονικού τριγώνου; .....

Ποιό είναι το άθροισμα των γωνιών ενός τετραπλεύρου; ..... ή  $(\_\ - 2) \cdot 180^\circ$   
Πόσες μοίρες είναι η κάθε γωνία ενός κανονικού τετραπλεύρου; .....

Ποιό είναι το άθροισμα των γωνιών ενός πενταγώνου; ..... ή  $(\_\ - 2) \cdot 180^\circ$   
Πόσες μοίρες είναι η κάθε γωνία ενός κανονικού πενταγώνου; .....

Ποιό είναι το άθροισμα των γωνιών ενός  $n$ -γωνου; .....  
Πόσες μοίρες είναι η κάθε γωνία ενός κανονικού  $n$ -γωνου; .....

Επομένως, ισχύει:  $\varphi_n = \dots\dots\dots = 180^\circ - \dots\dots\dots$



Ανοίξτε το αρχείο με όνομα "Κύκλοι"

Εμφανίζεται ένα κανονικό πολύγωνο  $ΑΒΓΔ...Τ$  και το μέρος ενός κύκλου  $(Ο, R)$  ο οποίος διέρχεται από τα σημεία  $Α, Β, Γ$ .

Θα δείξουμε ότι ο κύκλος διέρχεται και από το  $Δ$  δηλαδή ότι  $ΟΔ = R$

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

Τα τμήματα  $ΟΑ, ΟΒ, ΟΓ$  είναι ..... του κύκλου, οπότε είναι μεταξύ τους .....

Το τρίγωνο  $ΟΒΓ$  είναι ..... αφού .....

Επομένως οι γωνίες .... και .... είναι ίσες.

Τα τρίγωνα  $ΟΒΑ, ΟΓΔ$  έχουν: α) .....

β) .....

γ) .....

άρα είναι ίσα, οπότε..... και έτσι ο κύκλος διέρχεται από το  $Δ$



Γενικεύοντας, ένας κύκλος που διέρχεται από τρεις διαδοχικές κορυφές του πολυγώνου διέρχεται και από την επόμενη.

Επομένως ο κύκλος που διέρχεται από τα  $Α, Β, Γ$  διέρχεται από όλες τις κορυφές του πολυγώνου

Άρα, ο κύκλος αυτός είναι ο ..... κύκλος του πολυγώνου

Συμπεραίνουμε ότι κάθε κανονικό πολύγωνο εγγράφεται σε κύκλο ή έχει περιγεγραμμένο κύκλο

Από τα προηγούμενα συμπεραίνουμε ότι τα τρίγωνα  $ΟΑΒ, ΟΒΓ, \dots, ΟΤΑ$  είναι ίσα, άρα και τα ύψη τους θα είναι ίσα.

Έτσι ο κύκλος με κέντρο το  $Ο$  και ακτίνα τα ύψη αυτά, θα διέρχεται από όλα τα .....

Και επειδή οι ακτίνες του είναι ..... στις πλευρές του πολυγώνου, θα εφάπτεται σε αυτές.

Άρα θα είναι ο ..... κύκλος του πολυγώνου

Συμπεραίνουμε ότι κάθε κανονικό πολύγωνο έχει έναν ..... και έναν ..... κύκλο που έχουν κοινό ..... δηλαδή είναι .....

Ανοίξτε το αρχείο "Στοιχεία Κανονικού Πολυγώνου"

Σε αυτό το μέρος του μαθήματος, θα δούμε τα στοιχεία ενός κανονικού πολυγώνου.

**Συμβολισμοί** Πλευρές κανονικού  $n$ -γώνου:  $\lambda_n$   
Γωνίες κανονικού  $n$ -γώνου:  $\varphi_n$   
Κεντρικές γωνίες κανονικού  $n$  - γώνου:  $\omega_n$   
Περίμετρος κανονικού  $n$  - γώνου:  $P_n$   
Εμβαδό κανονικού  $n$  - γώνου:  $E_n$   
Αποστήματα κανονικού  $n$  - γώνου:  $\alpha_n$   
Ακτίνα κανονικού  $n$  - γώνου:  $R$

Εμφανίστε σταδιακά τα στοιχεία που σας ζητούνται και δώστε τους ορισμούς:

**Ορισμοί**

Το **κέντρο** ( $O$ ) ενός κανονικού πολυγώνου είναι .....

Οι **ακτίνες** ( $R$ ) ενός κανονικού πολυγώνου είναι ταυτόχρονα και .....

Τα **αποστήματα** ( $\alpha_n$ ) ενός κανονικού πολυγώνου είναι ταυτόχρονα και .....

Οι **κεντρικές γωνίες** ( $\omega_n$ ) ενός κανονικού πολυγώνου είναι .....

## Σχέσεις των στοιχείων ενός κανονικού πολυγώνου

Το κανονικό  $n$ -γωνο έχει ..... κεντρικές γωνίες.

Όλες μαζί έχουν άθροισμα ..... $^{\circ}$

Επομένως κάθε μία είναι  $\omega_n$ .....

Προσθέτοντας κατά μέλη τους τύπους υπολογισμού των γωνιών  $\phi_n$  και  $\omega_n$ , ισχύει .....

Έτσι συμπεραίνουμε ότι .....

(Αυτό φαίνεται και από το πρώτο αρχείο που ανοίξαμε, όπου εκεί είναι σημειωμένη η τιμή της γωνίας και της κεντρικής γωνίας του πολυγώνου για κάθε τιμή του  $n$ )

Το κανονικό  $n$ -γωνο έχει ..... πλευρές

Κάθε μία είναι ίση με .....

Επομένως, η περίμετρος του είναι  $P_n =$  .....

Βάλτε στον δρομέα  $n$ , την τιμή  $n = 6$

Τσεκάρετε το κέντρο, τις ακτίνες και τα αποστήματα.

Το εμβαδόν του κανονικού πολυγώνου μπορεί να χωριστεί σε .... τρίγωνα, τα οποία είναι ..... με το τρίγωνο  $OBV'$ .

Το εμβαδόν του  $OBV'$  είναι ίσο με ....., όπου ..... η βάση του και .... το ύψος του.

Όμως η βάση του τριγώνου  $OBV'$  είναι για το κανονικό πολύγωνο ..... και του ύψος του τριγώνου  $OBV'$  είναι για το κανονικό πολύγωνο .....

Άρα, το εμβαδό του κανονικού εξαγώνου είναι  $E_6 = \_ \cdot \frac{1}{2} \cdot \_ \cdot \_$

Γενικεύοντας για ένα κανονικό  $n$ -γωνο, θα ισχύει:  $E_n =$  ..... και λαμβάνοντας

υπόψη τον τύπο της περιμέτρου  $P_n$ , θα ισχύει:  $E_n =$  .....

Το τρίγωνο  $OBZ$  είναι ..... με κάθετες πλευρές ίσες με .....

και ..... και με υποτείνουσα ίση με .....

Από την εφαρμογή του Πυθαγόρειου Θεωρήματος, ισχύει: .....

Γενικεύοντας για ένα  $n$ -γωνο, ισχύει .....



Ασκήσεις Αυτοαξιολόγησης

A. Να βρείτε την γωνία ενός κανονικού δωδεκαγώνου.

.....

.....

.....

B. Αν η γωνία ενός κανονικού πολυγώνου είναι  $108^\circ$ , να βρείτε το πλήθος των πλευρών του

.....

.....

.....

Γ. Να αποδείξετε ότι το μόνο κανονικό πολύγωνο με γωνία οξεία είναι το ισόπλευρο τρίγωνο

.....

.....

.....

