

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

Έστω Α και Β δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου.

Ενδεχόμενο	Πιθανότητα
Πραγματοποιείται το Α ή το Β Πραγματοποιείται τουλάχιστον ένα από τα Α, Β	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad \text{αν } A, B \text{ ασυμβίβαστα}$
Πραγματοποιούνται συγχρόνως τα Α και Β	$P(A \cap B)$
Δεν πραγματοποιείτε το Α	$P(A') = 1 - P(A)$
Πραγματοποιείται το Α αλλά όχι το Β Πραγματοποιείται μόνο το Α	$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$
Πραγματοποιείται μόνο το Α ή μόνο το Β Πραγματοποιείται ακριβώς ένα από τα Α, Β	$\begin{aligned} P((A-B) \cup (B-A)) &= P(A-B) + P(B-A) = \\ &= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = \\ &= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) \end{aligned}$
Δεν πραγματοποιείτε κανένα από τα Α, Β	$P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B)$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 1) Από τους 200 μαθητές ενός λυκείου, οι 160 συμμετέχουν στην ομάδα ποδοσφαίρου, οι 60 στην ομάδα βόλεϊ ενώ 40 συμμετέχουν και στις δύο ομάδες. Αν επιλέξουμε τυχαία έναν μαθητή του παραπάνω λυκείου, να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής
- α) να ανήκει στην ομάδα ποδοσφαίρου η στην ομάδα βόλεϊ,
 - β) να ανήκει και στην ομάδα ποδοσφαίρου και στην ομάδα βόλεϊ,
 - γ) να μην ανήκει στην ομάδα ποδοσφαίρου
 - δ) να ανήκει στην ομάδα ποδοσφαίρου αλλά να μην ανήκει στην ομάδα βόλεϊ,
 - ε) να μην ανήκει ούτε στην ομάδα ποδοσφαίρου ούτε στην ομάδα βόλεϊ,
 - στ) να ανήκει μόνο στην ομάδα ποδοσφαίρου η μόνο στην ομάδα βόλεϊ.

- 2) Έστω δύο ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω . Γνωρίζουμε ότι η πιθανότητα
- να μην πραγματοποιηθεί το Α είναι $\frac{2}{3}$
 - να πραγματοποιηθούν συγχρόνως τα Α και Β είναι $\frac{1}{6}$

- να πραγματοποιηθεί το B, αλλά όχι το A είναι $\frac{7}{12}$

Να βρείτε την πιθανότητα:

- να πραγματοποιηθεί το A
- να μην πραγματοποιηθεί το B
- να πραγματοποιηθεί τουλάχιστον ένα από τα A και B
- να πραγματοποιηθεί ακριβώς ένα από τα A,B
- να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα A και B.

3) Από τους μαθητές ενός γυμνασίου , το 20% δεν μαθαίνει Αγγλικά, το 60% δεν μαθαίνει Γαλλικά, ενώ το 10% δεν μαθαίνει καμία από τις δύο γλώσσες.

Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή. Αν ονομάσουμε τα ενδεχόμενα

A: «ο μαθητής μαθαίνει Αγγλικά» G: «ο μαθητής μαθαίνει Γαλλικά»

α) Να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα:

$$\text{i) } A \cup G \quad \text{ii) } A \cap G \quad \text{iii) } A - G \quad \text{iv) } (A - G) \cup (G - A)$$

β) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες πραγματοποίησης των προηγούμενων ενδεχομένων.

4) Από τους 1200 κατοίκους ενός χωριού, οι 400 έχουν αυτοκίνητο και μηχανάκι, ενώ οι 300 δεν έχουν ούτε αυτοκίνητο ούτε μηχανάκι. Επιλέγουμε τυχαία έναν κάτοικο αυτού του χωριού. Να βρείτε την πιθανότητα ο κάτοικος που επιλέχθηκε :

α) Να έχει μηχανάκι ή αυτοκίνητο.

β) Να έχει μόνο μηχανάκι ή μόνο αυτοκίνητο.

γ) Αν επιπλέον γνωρίζουμε ότι οι μισοί κάτοικοι έχουν μηχανάκι να βρείτε την πιθανότητα ο κάτοικος γα έχει αυτοκίνητο.

5) Η πιθανότητα να βρέξει αύριο είναι τριπλάσια από το να μην βρέξει, ενώ η πιθανότητα να πάρω μαζί μου ομπρέλα είναι διπλάσια από το να μην πάρω. Αν η πιθανότητα να βρέξει ή να θυμηθώ την ομπρέλα είναι 90%, ποια είναι η πιθανότητα αύριο να βραχώ;

6) Για τα ενδεχόμενα A, B ισχύει $P((A \cup B)') = \frac{6}{16}$, $P(A \cap B') = \frac{1}{16}$ και $P(A' \cap B) = \frac{1}{4}$

α) Να βρείτε τις πιθανότητες $P(A)$, $P(B)$

β) Να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα A και B είναι ασυμβίβαστα.