1) Αν $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=3$, $|\vec{\gamma}|=\frac{5}{2}$, και $\vec{\alpha}+\vec{\beta}-2\vec{\gamma}=\vec{0}$, δείξτε ότι $\vec{\alpha}\upuparrows\vec{\beta}$

2) Να αναλυθεί το $\vec{\gamma}(12,-4)$ σε δύο συνιστώσες με διευθύνσεις των $\vec{\alpha}(3,1)$ και $\vec{\beta}(-2,2)$

3) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}$ ώστε $|\vec{\alpha}|=\frac{1}{5}$, $|\vec{\beta}|=\frac{1}{3}$, $|\vec{\gamma}|=10$ $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\gamma}})=\frac{\pi}{3}$ και $(\widehat{\vec{\gamma},\vec{\beta}})=\frac{\pi}{6}$ ($\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}$ συνεπίπεδα).Να αναλυθεί το $\vec{\gamma}$ σε δύο συνιστώσες κατά τις διευθύνσεις των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

4) Να ορίσετε τον $x \in R$ ώστε τα σημεία Α(χ,3),Β(-1,χ) και Γ(2χ,4) να είναι συνευθειακά.

5) Έστω δύο διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ τέτοια ώστε $|\vec{\alpha}|=3$, $|\vec{\beta}|=4$ και $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})=\frac{2\pi}{3}$.Αν $\vec{\gamma}=3\vec{\alpha}-2\vec{\beta}$ να υπολογίσετε το $|\vec{\gamma}|$.

6) Να υπολογίσετε τα μήκη διαγωνίων παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ στο οποίο είναι $\overrightarrow{AB}=(3,5)$ και $\overrightarrow{B\Gamma}=(2,1)$

7) Αν $\vec{\alpha}+\vec{\beta}+\vec{\gamma}=\vec{0}$ και $|\vec{\alpha}|=1$ $|\vec{\beta}|=1$ και $|\vec{\gamma}|=\sqrt{3}$, να υπολογιστεί η γωνία $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})=\hat{\varphi}$ αν είναι γνωστό ότι $0\leq\hat{\varphi}\leq\pi$

8) Αν $|\vec{\alpha}|=1$, $|\vec{\beta}|=4$, $|\vec{\gamma}|=5$ και $\vec{\alpha}+2\vec{\beta}-3\vec{\gamma}=\vec{0}$ να βρείτε την τιμή του $\vec{\alpha}\,\vec{\beta}+\vec{\beta}\,\vec{\gamma}+\vec{\gamma}\,\vec{\alpha}$.

9) Αν $|\vec{\alpha}|=\sqrt{2}$, $|\vec{\beta}|=\sqrt{3}$, $|\vec{\gamma}|=\sqrt{5}$ και $\vec{\alpha}+\vec{\beta}+\vec{\gamma}=\vec{0}$ να δείξετε ότι :

α) $\vec{\alpha}\,\vec{\beta}+\vec{\beta}\,\vec{\gamma}+\vec{\gamma}\,\vec{\alpha}=-5$

β) Το τρίγωνο με πλευρές τα μήκη των διανυσμάτων $\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}$ είναι ορθογώνιο

10)Να βρείτε τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ αν είναι γνωστό ότι $\vec{\alpha}\perp\vec{\beta}$, $|\vec{\alpha}+\vec{\beta}|=3$ και $(\vec{\alpha}+2\vec{\beta})\perp(2\vec{\alpha}-3\vec{\beta})$.

11)Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α(6,-2),Β(4,4),Γ(-5,1),Δ(-3,-5) είναι κορυφές ορθογωνίου.

12)Θεωρούμε τα συνεπίπεδα διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}$ με $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=1$, $|\vec{\gamma}|=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})=\frac{2\pi}{3}$, $(\widehat{\vec{\beta},\vec{\gamma}})=\frac{5\pi}{6}$ και $\vec{\gamma}\perp\vec{\alpha}$. Να δειχθεί ότι $\vec{\alpha}+4\vec{\beta}+6\vec{\gamma}=\vec{0}$.

13)Αν $\vec{\gamma}=5\vec{\alpha}-4\vec{\beta}$, $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=5$, $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})=\frac{2\pi}{3}$, να υπολογιστεί το $|\vec{\gamma}|$.

14)Αν για τα $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ είναι γνωστό ότι $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=3$, $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})=\frac{2\pi}{3}$ και $\vec{\gamma}=3\vec{\alpha}+2\vec{\beta}$ να υπολογιστεί η γωνία $(\widehat{\vec{\gamma},\vec{\alpha}})$.

15)Αν $|\vec{\alpha}|=\sqrt{3}$, $|\vec{\beta}|=1$ $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})=\frac{\pi}{6}$ να υπολογίσετε το συν$(\widehat{\vec{\alpha}+\vec{\beta},\vec{\alpha}-\vec{\beta}})$.

16)Στο ορθοκανονικό σύστημα (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) να βρεθεί διάνυσμα $\vec{u}$ με μέτρο $2\sqrt{13}$ και παράλληλο στο $\vec{\alpha}(2,-3)$.

17)Στο ορθοκανονικό σύστημα αναφοράς (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) να βρεθεί διάνυσμα $\vec{u}$ με μέτρο $2\sqrt{10}$ και κάθετο στο $\vec{\alpha}(-1,3)$.

18)Στο ορθοκανονικό σύστημα αναφοράς (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ με Α(7,0), Β(1,-2) και Γ(-3,2). Αν ΑΔ είναι ύψος του τριγώνου να βρεθούν οι συντεταγμένες του Δ και το $|\overrightarrow{ΑΔ}|$.

19)Αν $\vec{\alpha}\perp\vec{\beta}$,$(\vec{\alpha}+\vec{\beta})\perp(\vec{\alpha}-3\vec{\beta})$ και $|\vec{\alpha}-\vec{\beta}|=2$, να υπολογιστούν τα $|\vec{\alpha}|$ και $|\vec{\beta}|$.

20)Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ.Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων Μ του επιπέδου για τα οποία είναι $\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AΓ}\,\overrightarrow{AM}=0$.

21)Αν για τα μοναδιαία διανύσματα $\vec{u}$, $\vec{v}$ ισχύει $\vec{\alpha}=3\vec{u}+2\vec{v}$ και $\vec{\beta}=-7\vec{u}+8\vec{v}$ και $\vec{\alpha}\perp\vec{\beta}$ να βρεθεί η γωνία $(\widehat{\vec{u},\vec{v}})$.

22)Αν ισχύει $|\vec{\alpha}|=|\vec{\beta}|=|\vec{\alpha}+\vec{\beta}|$ να δείξετε ότι $|\vec{\alpha}-\vec{\beta}|=|\vec{\alpha}|\sqrt{3}$.

23)Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}$ με $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})=\frac{\pi}{2}$,$(\widehat{\vec{\gamma},\vec{\alpha}})=\frac{\pi}{3}$ και $|\vec{\alpha}|=3$,$|\vec{\beta}|=5$ και $|\vec{\gamma}|=8$.

α)να υπολογιστούν τα γινόμενα $(3\vec{\alpha}-2\vec{\beta})(\vec{\beta}+3\vec{\gamma})$ και $(\vec{\alpha}+2\vec{\beta}-3\vec{\gamma})^2$.

β)Το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ να γραφεί σαν γραμμικός συνδυασμός των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

Εξετάστε αν τα παρακάτω είναι σωστά διατυπωμένα

1) α) $|\vec{\alpha}+\vec{\beta}|=|\vec{\alpha}|+|\vec{\beta}| \Leftrightarrow \vec{\alpha}//\vec{\beta}$ Σ Λ

β)$|\vec{\alpha}+\vec{\beta}|=|\vec{\alpha}|+|\vec{\beta}| \Leftrightarrow \vec{\alpha}\uparrow\downarrow\vec{\beta}$ Σ Λ

γ)αν $|\vec{\alpha}|<|\vec{\beta}|$ και $\vec{\alpha}\uparrow\downarrow\vec{\beta}$ τότε $|\vec{\alpha}+\vec{\beta}|=|\vec{\beta}|-|\vec{\alpha}|$ Σ Λ

δ)αν $\vec{\alpha}$,$\vec{\beta}$ δύο μη συγγραμικά διανύσματα τότε ισχύει $||\vec{\alpha}|-|\vec{\beta}||<|\vec{\alpha}+\vec{\beta}|<|\vec{\alpha}|+|\vec{\beta}|$ Σ Λ

2) Έστω τρία σημεία Α ,Β ,Γ του επιπέδου. Αν ισχύει $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AΓ}$ τότε τα Β , Γ συμπίπτουν Σ Λ

3) Αν Α ,Μ ,Γ τρία σημεία και ισχύει $\overrightarrow{MA}=-\overrightarrow{MΓ}$ τότε το Μ είναι το μέσο του ΑΓ Σ Λ

4) Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και ΑΜ διάμεσος. Τότε ισχύει

α) $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AΓ}$ β) $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AΓ}$

γ) $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AΓ})$ δ) $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AΓ}$

5) Αν για τα διανύσματα $\vec{v},\vec{\alpha},\vec{\beta}$ ισχύει η σχέση $2(\vec{v}-3\vec{\beta})=3(4\vec{v}+\vec{\alpha}-2\vec{\beta})$ τότε

α) $\vec{v}\uparrow\downarrow\vec{\alpha}$ β) $\vec{v}\uparrow\uparrow\vec{\alpha}$ γ) $\vec{v}\uparrow\downarrow\vec{\beta}$ δ) $\vec{v}\uparrow\uparrow\vec{\beta}$

6) Το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων είναι πάντοτε διάνυσμα Σ Λ

7) $\vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha}\,\vec{\beta}=|\vec{\alpha}||\vec{\beta}|$ Σ Λ

8) Μια από τις παρακάτω ιδιότητες δεν ισχύει στο εσωτερικό γινόμενο
α) $\vec{\alpha}\,\vec{\beta}=\vec{\beta}\,\vec{\alpha}$ β) $\vec{\alpha}(\vec{\beta}+\vec{\gamma})$ γ) $\vec{\alpha}(\vec{\beta}\,\vec{\gamma})=(\vec{\alpha}\,\vec{\beta})\vec{\gamma}$

9) Για κάθε $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ ισχύει $|\vec{\alpha}\,\vec{\beta}|=|\vec{\alpha}||\vec{\beta}|$ Σ Λ

10) Εάν δύο διανύσματα έχουν ίσα μέτρα τότε είναι ίσα μεταξύ τους. Σ Λ

11) Εάν $|\vec{\alpha}|=0$ τότε το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ είναι το μηδενικό. Σ Λ

12) Δύο αντίρροπα διανύσματα είναι αντίθετα. Σ Λ

13) Δύο αντίθετα διανύσματα έχουν την ίδια διεύθυνση. Σ Λ

14) Εάν ισχύει $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BM}$ τότε το Μ είναι μέσο του ΑΒ. Σ Λ

15) Όλα τα διανύσματα έχουν συντελεστή διεύθυνσης. Σ Λ

16) Εάν $\vec{\alpha}=(\lambda-1,1)$, $\vec{\beta}=(\lambda-3,2)$ τότε υπάρχει $\lambda\in R$ ώστε $\vec{\alpha} \uparrow\downarrow \vec{\beta}$ Σ Λ

17) Εάν ισχύει $|\vec{\alpha}+\vec{\beta}|^2=|\vec{\alpha}-\vec{\beta}|^2$ τότε η γωνία $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})=\frac{\pi}{2}$ Σ Λ

18) Εάν $\vec{\alpha} \uparrow\downarrow \vec{\beta}$ τότε $\vec{\alpha}\,\vec{\beta}>0$ Σ Λ