

Επιταχυνόμενη κίνηση

t η χρονική στιγμή,

$\psi=f(t)$ η θέση του κινητού τη στιγμή t

t,sec	0	1	2	3	4
f(t),m	0	1	4	9	16

Μπορούμε να βρούμε τον «τύπο» της συνάρτησης που αντιστοιχεί στα δεδομένα του πίνακα;

Μεση ταχύτητα τα 2 τελευταία δευτερόλεπτα;

Μεση ταχύτητα στο χρονικό διάστημα [1,4];

Διαφορά τεταγμένων/διαφορά τετμημένων, Τι εκφραζει στο σχέδιο η μεση ταχύτητα;

Μεση ταχύτητα στο χρονικό διάστημα [2,3];

Μεση ταχύτητα στο χρονικό διάστημα [3,4];

Ποια είναι η ταχύτητα τη χρονική στιγμή 3;

Βρήκαμε την μεση ταχύτητα ένα δευτερόλεπτο πριν και μετά την χρονική στιγμή 3.

Ελαττώνουμε αυτό το περιθώριο.

Βρισκουμε τη μεση ταχύτητα μισό δευτερόλεπτο πριν και μετά τη χρονική στιγμή 3,

δηλ.στα χρονικά διαστήματα: A [2.5,3] και B [3,3.5].

Αριθμητική

$$\frac{f(3)-f(2.5)}{3-2.5} = \frac{f(3)-f(3-0.5)}{3-(3-0.5)} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{f(3.5)-f(3)}{3.5-3} = \frac{f(3+0.5)-f(3)}{3+0.5-3} = \dots\dots\dots$$

Μελετούμε μικρότερα χρονικά διαστήματα.

Βρισκουμε τη μεση ταχύτητα 1/10 του δευτερολεπτου πριν και μετά τη χρονική στιγμή 3,

δηλ.στα χρονικά διαστήματα [2.9,3] και [3,3.1].

Βρισκουμε τη μεση ταχύτητα 1/100 του δευτερολεπτου πριν και μετά τη χρονική στιγμή 3,

δηλ.στα χρονικά διαστήματα [2.99,3] και [3,3.01].

Άλγεβρα – Μελέτη όλων των περιπτώσεων ταυτοχρόνα.

$$\frac{f(3+k)-f(3)}{3+k-3} = \dots\dots\dots k \text{ θετικός}$$

$$\frac{f(3)-f(3-t)}{3-(3-t)} = \frac{-(f(3-t)-f(3))}{t}, t > 0 \dots \Theta\epsilon\tau\omega -t=k \dots\dots\dots k > 0 \text{ ή } k < 0$$

$$\dots\dots\dots = \frac{-(f(3+k)-f(3))}{-k} = \frac{f(3+k)-f(3)}{k}$$

Θεωρούμε ολο και μικροτερα χρονικα διαστηματα ... κοντα στο 3.

Ποια είναι η ταχύτητα τη χρονική στιγμή 3;

*ορολογία: στιγμιαία ταχύτητα

*παραγωγος της f στο 3

ρυθμός μεταβολής του ψ ως προς χ στο 3

Αν σκεφτούμε ΟΛΑ τα αποτελεσματα,...υπαρχει μονο ενας αριθμος μεγαλυτερος απο το 5,99999...και μικροτερος απο το 6,000...01...

Βρισκουμε την ταχύτητα τις χρονικες στιγμες $t = 1, 2, 4, 5$

Συμπληρωνουμε τον πινακα

t	1	2	3	4	5	t
v			6			

Υπαρχει καποιος «νομος» που συνδεει το v με το t ;

Για να βρουμε την παραγωγο της $f(x)=x^2$ στα $x=5, f'(5)...x=6...x=-2...x=2/5...x=\sqrt{2} ...x=\pi$

1.Βρισκουμε τη διαφορά $f(5+k)-f(5)$ **$f(a+k)-f(a)$**

2. Για $k \neq 0$ βρισκουμε το πηλίκο $\frac{f(5+k)-f(5)}{k} = \dots\dots\dots$

3. Υπολογίζουμε το όριο $\lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(5+k)-f(5)}{k}$

*η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παραστασης της συναρτησης στο $(5,f(5))$

εχει κλίση $f'(5)$ λ

$$y - f(5) = f'(5)(x - 5) \dots\dots\dots y - f(5) = \lambda(x - 5)$$

ή

$$y = f'(5)x + b, \quad y = \lambda x + b \text{ και βρισκουμε το } b \text{ από την εξίσωση } f(5) = \lambda \cdot 5 + b$$

ασκ.1: Αν η συναρτηση για την **θεση** του κινητου είναι $g(t) = t^3$, τοτε βρειτε την ταχύτητα τη χρονική στιγμή 2.

Αριθμητική για τα διαστηματα $[1,2], [2,3]$ $[1.5,2],[2,2.5]$ $[1.9,2], [2,2.1]$

Αλγεβρα: διαφορά τεταγμένων, πηλίκο διαφορών, όριο.

ασκ.2: Αν η ευθεία $y=3x+b$ είναι εφαπτομένη στη γραφική παράσταση της $f(x)=2x^2$,

τότε βρείτε το σημείο επαφής και την τιμή της σταθεράς b [απ.(0.75, 1.125), -1.125]

Βιβλιογραφία: What is calculus about?,

W.W.Sawyer, Mathematical Association of America, 1961

