

# Μαθηματικά στην Αστρονομία και στην Αστροφυσική

Χριστιάνα και Μαριάννα Κρίκη

# ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι άνθρωποι ξεκίνησαν να ασχολούνται με την **αστρονομία** από την αρχαιότητα. Αργότερα, με την εξέλιξη της επιστήμης, αναπτύχθηκε και ένας κλάδος της αστρονομίας, η **αστροφυσική**.

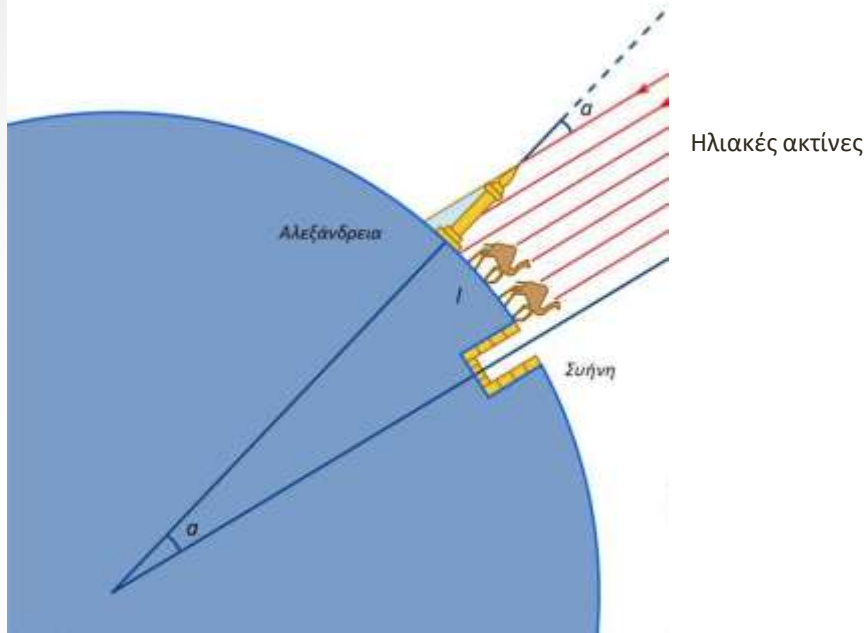
Λόγω των τεράστιων αποστάσεων που εμπλέκονται στο Σύμπαν, καθώς και των παράξενων και ασυνήθιστων φαινομένων οι αστρονόμοι χρειάστηκαν την βοήθεια των μαθηματικών. Χρησιμοποιούνται διάφοροι τομείς των μαθηματικών όπως η άλγεβρα, η στατιστική, η γεωμετρία και η λογαριθμική.



# Μαθηματικά στην Αστρονομία



# Πείραμα του Ερατοσθένη



Ο Ερατοσθένης παρόλο που έζησε στην αρχαιότητα ήταν ο πρώτος άνθρωπος που υπολόγισε –με μικρή απόκλιση από τις σημερινές μετρήσεις- το μέγεθος της Γης και μάλιστα χωρίς περίπλοκα ή εξελιγμένα εργαλεία, αλλά μόνο με τη βοήθεια βασικών γνώσεων τριγωνομετρίας και Μαθηματικών. Ο υπολογισμός της περιφέρειας έγινε με τον παρακάτω τύπο:

$$\frac{\alpha}{\text{Απόσταση Αλεξανδρείας – Συήνης}} = \frac{360^\circ}{\text{Περιφέρεια}} \rightarrow \frac{7,15^\circ}{5000\text{στ.}} = \frac{360^\circ}{\text{περιφέρεια}}$$

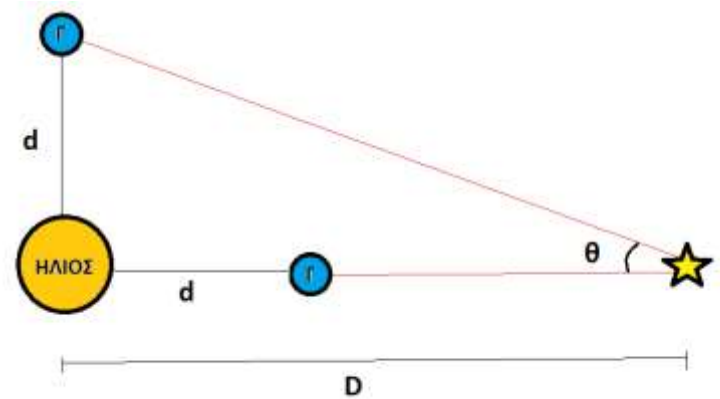
$$\rightarrow \text{περιφέρεια} = 252.000\text{στ.} = 46.640\text{km}$$

# Γωνία Παράλλαξης

Η γωνία παράλλαξης  $\theta$ , στην αστρονομία, υπολογίζεται με μια απλή τριγωνομετρική μέθοδο και χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της απόστασης ενός άστρου από τη Γη.

$$\frac{d}{D} = \frac{\theta}{57,3^\circ}$$

όπου  $d$  η απόσταση Ήλιος-Γη (1 AU),  
 $D$  η απόσταση μεταξύ του Ήλιου και του αστέρα και  $\theta$  η γωνία παράλλαξης.



AU: Astronomical Unit ή  
Αστρονομική Μονάδα,  
Μέση απόσταση Ήλιου-Γης.

**Παρατήρηση:** Όσο πιο μακριά βρίσκεται ο αστέρας, τόσο μικρότερη η γωνία παράλλαξης. Τα σύγχρονα τηλεσκόπια δεν μπορούν να ξεχωρίσουν γωνίες μικρότερες από  $(1/5)''$ . Άρα με αυτή τη μέθοδο μπορούν να υπολογιστούν οι αποστάσεις των κοντινότερων αστερών, που φτάνουν σε απόσταση περίπου 500 pc από την Γη.

# Παράδειγμα

Ας πούμε για παράδειγμα ότι καταφέρνουμε να μετρήσουμε τη γωνία παράλλαξης ενός αστέρα η οποία ισούται με  $1''$  (1 δευτερόλεπτο της μοίρας), το οποίο ισούται με  $\left(\frac{1}{3600}\right)^\circ$ . Ξέρουμε επίσης ότι η απόσταση της Γης από τον Ήλιο είναι ίση με  $1 \text{ U} = 15 \times 10^7 \text{ km}$ .

$$\frac{d}{D} = \frac{\theta}{57,3^\circ} \rightarrow D = \frac{d \times 57,3^\circ}{\theta} = \frac{(15 \times 10^7 \text{ km}) \times (57,3^\circ)}{\left(\frac{1}{3600}\right)^\circ} \rightarrow$$

$$D = 3,0942 \times 10^{13} \text{ km} = 3,26 \text{ l. y.} = 1 \text{ pc}$$

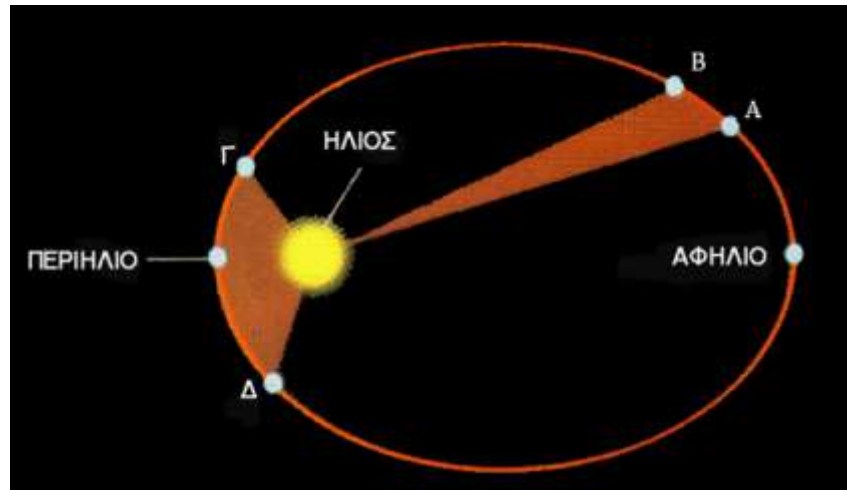
*l. y.* : light years ή χρόνια φωτός, *pc*: parsec

## Συμπέρασμα

Με τη βοήθεια της προηγούμενης εξίσωσης υπολογίσαμε την απόσταση του αστέρα από τη Γη. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι αστέρες που απέχουν 1 pc από τη Γη, έχουν γωνία παράλλαξης  $1''$ .

# Νόμοι του Kepler

1. Οι πλανήτες εκτελούν εκλειπτική τροχιά γύρω από τον Ήλιο, με τον Ήλιο να βρίσκεται σε μία από τις δύο εστίες της έλλειψης.
2. Η ακτίνα που ενώνει οποιονδήποτε πλανήτη με τον Ήλιο, διαγράφει σε ίσους χρόνους ίσα εμβαδά.



$$E_{ABH} = E_{GDH}$$

Χρόνος από Α μέχρι Β = Χρόνος από Γ μέχρι Δ.

Άρα  $u_{\text{αφηλίου}} < u_{\text{περιηλίου}}$   
όπου  $u$  η ταχύτητα του πλανήτη

3. Το τετράγωνο της περιόδου περιφοράς κάθε πλανήτη είναι ανάλογο του κύβου του μεγάλου ημιάξονα της έλλειψης που διαγράφει.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{\alpha_1^3}{\alpha_2^3}$$

Όπου  $T_1, T_2$  οι περίοδοι περιφοράς δύο πλανητών και  $\alpha_1, \alpha_2$  οι ημιάξονες των ελλείψεών τους.

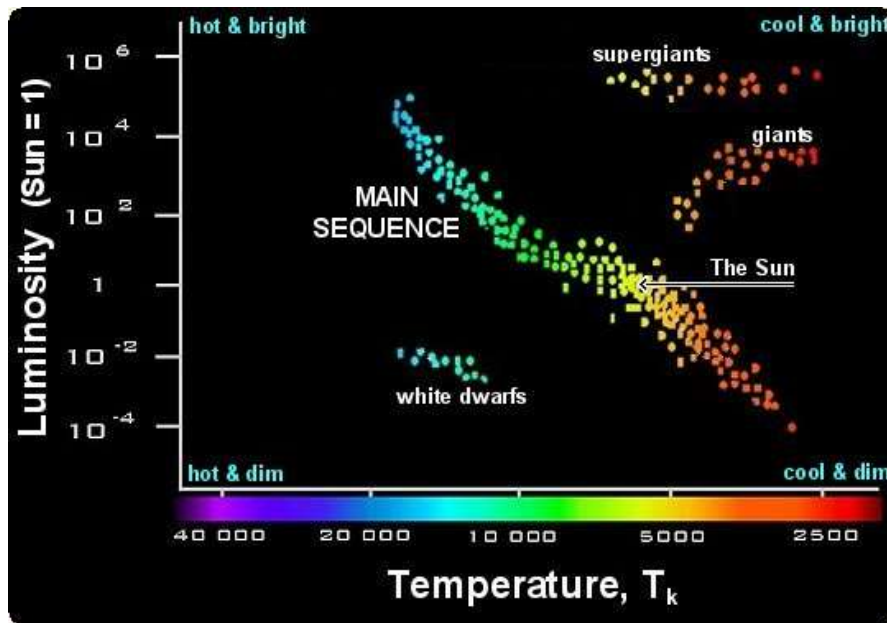
# Μαθηματικά στην Αστροφυσική





# H-R Διαγράμματα

Ένα από τα πιο γνωστά παραδείγματα χρήσης διαγραμμάτων στην αστροφυσική είναι το διάγραμμα H-R (Hertzsprung-Russell). Παριστάνει τη σχέση μεταξύ του απόλυτου μεγέθους, της φωτεινότητας, της θερμοκρασίας και της κατηγορίας των αστέρων.



Νόμος Stefan-Boltzmann:

$$L = 4\pi\sigma R^2 T^4$$

Όπου  $L$  η φωτεινότητα του άστρου,  $\sigma$  η σταθερά του Stefan-Boltzmann,  $R$  η ακτίνα του άστρου και  $T$  η θερμοκρασία του.

Με τη βοήθεια του διαγράμματος οι αστρονόμοι μπορούν επίσης να υπολογίζουν κατά προσέγγιση την απόσταση των αστέρων από τη Γη με τη διαδικασία της σπεκτροσκοπικής παράλλαξης.

# Frank Drake

Ο Φρανκ Ντόναλντ Ντρέικ είναι ένας πασίγνωστος αστροφυσικός και αστρονόμος. Το κυριότερο κομμάτι της έρευνάς του στοχεύει στον εντοπισμό εξωγήινης νοημοσύνης αλλά και στην επικοινωνία με την εξωγήινη νοημοσύνη.

## Οι επιτυχίες ορόσημά του:

- Ίδρυση του *SETI* (Search for ExtraTerrestrial Intelligence)
- Ανάπτυξη της *εξίσωσης Drake*
- *Project Ozma* το 1960
- Δημιουργία του μηνύματος *Arebico* (διαστρικό ραδιοφωνικό μήνυμα με βασικές πληροφορίες για την Γη/ανθρωπότητα).



# Εξίσωση Drake

Η εξίσωση Drake είναι ένα πιθανολογικός διάλογος που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση του αριθμού των ενεργών, επικοινωνιακών εξωγήινων πολιτισμών στον Γαλαξία μας.

$$N = R_* \cdot F_p \cdot n_e \cdot F_l \cdot F_i \cdot F_c \cdot L$$

- **N**: Ο αριθμός των εξωγήινων πολιτισμών ικανών για επικοινωνία στον γαλαξία μας.
- **R<sub>\*</sub>** (rhythm): Ο ρυθμός γέννησης άστρων στον γαλαξία μας.
- **F<sub>p</sub>** (F planets): Το ποσοστό των άστρων που διαθέτουν πλανήτες.
- **n<sub>e</sub>**: Ο μέσος αριθμός των πλανητών ανά αστρικό σύστημα, με περιβάλλον κατάλληλο για τη δημιουργία ζωής.
- **F<sub>l</sub>** (F life): Το ποσοστό των παραπάνω πλανητών όπου προκύπτει ζωή.
- **F<sub>i</sub>** (F intelligence): Το ποσοστό των πλανητών με ζωή που αναπτύσσουν νοήμονα ζωή (πολιτισμό).
- **F<sub>c</sub>** (F calculate): Το ποσοστό των πολιτισμών που αναπτύσσουν υπολογισμούς και τεχνολογία ικανή να μεταδίδει ανιχνεύσιμα μηνύματα μέσα στο σύμπαν.
- **L** (Length): Το χρονικό διάστημα –σε γήινα έτη- για το οποίο οι τεχνολογικοί πολιτισμοί μπορούν να στείλουν τέτοια ανιχνεύσιμα μηνύματα στο διάστημα.

# Παράδειγμα

Ως παράδειγμα χαμηλής εκτίμησης (ποσοστά σχηματισμού αστεριών της NASA, τιμή της υπόθεσης της σπάνιας Γης  $F_p \cdot n_e \cdot F_l = 10^{-5}$ , άποψη του Mayr σχετικά με την ευφυΐα, άποψη του Drake για επικοινωνία, εκτίμηση της ζωής του Shermmer):

$$R^* = 1,5 - 3 \text{ έτη}^{-1}, F_p \cdot n_e \cdot F_l = 10^{-5}, F_i = 10^{-9}, F_c = 0,2 \text{ και } L = 304 \text{ έτη}$$

$$N = 1,5 \times 10^{-5} \times 10^{-9} \times 0,2 \times 304 = 9,1 \times 10^{-13}$$

## Συμπέρασμα:

Υποδηλώνεται ότι πιθανότατα είμαστε μόνοι σε αυτόν τον γαλαξία και πιθανώς στο παρατηρήσιμο σύμπαν.

Από την άλλη πλευρά, με μεγαλύτερες τιμές για καθεμία από τις παραπάνω παραμέτρους, μπορούν να εξαχθούν τιμές  $N$  που είναι μεγαλύτερες από 1. Οι ακόλουθες υψηλότερες τιμές που έχουν προταθεί για καθεμία από τις παραμέτρους:

$$R^* = 1,5-3 \text{ έτη}^{-1}, F_p = 1, n_e = 0,2, F_l = 0,13, F_i = 1, F_c = 0,2 \text{ και } L=109 \text{ έτη}$$

$$N = 3 \times 1 \times 0,2 \times 0,13 \times 1 \times 0,2 \times 109 = 15,600,000$$

## Συμπέρασμα:

Υποδηλώνεται ότι υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός πολιτισμών στο σύμπαν.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΟΥΜΕ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΑΣ

## Βιβλιογραφία

- *Στοιχεία Αστρονομίας & Διαστημικής, Β' Τάξη Γενικού Λυκείου (Μάθημα Επιλογής), Εθνικό Υπουργείο Παιδείας και Θρησκευμάτων*
- *Προς τ'άστρα, Παύλος Καστανάς*
- <https://www.youtube.com/watch?v=OxHrkwJLog4>
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Frank\\_Drake](https://en.wikipedia.org/wiki/Frank_Drake)
- <http://www.ilectureonline.com/>
- <http://astronomyonline.org/Science/Introduction.asp?Cate=Science&SubCate=MP01>
- <https://lonewolfonline.net/equations/>
- [https://scioly.org/wiki/images/c/c6/Formula\\_Sheet.pdf](https://scioly.org/wiki/images/c/c6/Formula_Sheet.pdf)