

Ψηφιακή Τάξη και Τριγωνομετρικές Εξισώσεις

Λουμπαρδιά Αγγελική, Ioumpardia@sch.gr

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται μια διδακτική πρόταση για ένα εξ' αποστάσεως μάθημα στην Άλγεβρα Β Λυκείου. Το μάθημα πραγματοποιείται σύγχρονα μέσω της πλατφόρμας Webex και ασύγχρονα μέσω της πλατφόρμας eclass.

Αρχικά με διαμοιρασμό μέσω Webex από τον εκπαιδευτικό γίνεται μελέτη των βασικών τριγωνομετρικών εξισώσεων και ειδικών περιπτώσεων που προκύπτουν από αυτές με τη βοήθεια του λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας Geogebra. Επιλέχτηκε για τη συγκεκριμένη εκπαιδευτική διαδικασία γιατί είναι ένα λογισμικό που υποστηρίζει την οικοδόμηση της γνώσης.

Ακολούθως δίνονται συγκεκριμένα παραδείγματα τριγωνομετρικών συναρτήσεων στους μαθητές για σχεδιασμό γραφικών παραστάσεων και μελέτη αυτών οι οποίοι διαμοιράζουν την απάντησή τους στους άλλους μαθητές. Γίνεται σύνδεση και με προγενέστερο μάθημα που αναφέρεται στην οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση καμπύλης

Μέσω rolling ο εκπαιδευτικός ελέγχει το βαθμό εμπέδωσης των γνώσεων από τους μαθητές. Η εκπαιδευτική διαδικασία ολοκληρώνεται με εργασία που ανατίθεται στο eclass.

Λέξεις Κλειδιά: Τριγωνομετρικές συναρτήσεις, Webex, Geogebra, Polling, Διάδραση.



Θεωρητικό πλαίσιο

Σύμφωνα με τις **γνωστικές θεωρίες** και το **μοντέλο ατομικής οικοδόμησης της γνώσης** «η μάθηση συνιστά μια ενεργή ατομική διαδικασία οικοδόμησης νοήματος μέσω εμπειριών και όχι η απομνημόνευση εννοιών, γεγονότων και καθολικών αληθειών» (Κόμης Β, 2004).

Με τη χρήση **Geogebra** ενισχύεται η εικόνα στον μαθητή μέσω άμεσης και πολλαπλής οπτικοποίησης, ο πειραματισμός, η διερεύνηση και η δημιουργία νοημάτων που τον οδηγεί σε συμπεράσματα...

Πλαίσιο εφαρμογής

- Τάξη: Β΄ Λυκείου
- Μάθημα: Άλγεβρα
- Ψηφιακή τάξη στη πλατφόρμα webex
- Ασύγχρονη δράση στη πλατφόρμα eclass
- Λογισμικό Geogebra
- Χρόνος υλοποίησης: 2-3 διδακτικές ώρες
- Αριθμός μαθητών: 20

Στόχοι

Οι μαθητές μέσα από το συγκεκριμένο εξ αποστάσεως μάθημα θα πρέπει να

- αναγνωρίζουν τους βασικούς τύπους των τριγωνομετρικών συναρτήσεων και τα στοιχεία αυτών π.χ πίνακα τιμών, ακρότατα, μονοτονία, περιοδικότητα και γραφική συνάρτηση ,
- εντοπίζουν σε διαφοροποιημένους τύπους τις αλλαγές που θα προκύπτουν στα παραπάνω στοιχεία και να κάνουν σωστή αποκωδικοποίηση αυτών
- περιγράφουν και κατασκευάζουν μόνοι τους γραφικές συναρτήσεις μετασχηματισμένων τριγωνομετρικών συναρτήσεων και να εξηγούν τις αλλαγές που προκύπτουν από τις βασικές συναρτήσεις
- συμμετέχουν ενεργά εκμεταλλεόμενοι την διάδραση και τις πολλαπλές αναπαραστάσεις που προσφέρει το λογισμικό
- αυτενεργούν, πειραματίζονται με το δικό τους ρυθμό, διερευνούν, συνεργάζονται και συμπεραίνουν

Επιλογή λογισμικού Geogebra, γιατί είναι:

- ένα ελεύθερο λογισμικό που ενώνει την Άλγεβρα, την Γεωμετρία και τον Λογισμό,
- εύκολο στη χρήση
- διαρκώς εξελισσόμενο
- ένα δυναμικό λογισμικό γιατί εκτός από τις δυνατότητες κατασκευής γεωμετρικών σχημάτων, απεικόνισης συναρτήσεων και υπολογισμών δίνει την δυνατότητα αλληλεπίδρασης με το χρήστη» (Hohenwarter, & Preine, 2007).

Υλοποίηση 1

- Υποδοχή μαθητών στην ψηφιακή πλατφόρμα webex
- Ενημέρωση αυτών για το αντικείμενο του μαθήματος
- Διαμοιρασμός εγγράφου word από εκπ/κο όπου πληκτρολογεί το τύπο $f(x)=\rho \eta\mu\omega x$.
- Επεξηγεί το ρόλο των μεταβλητών ρ , ω , την έννοια της περιοδικότητας και τη σχέση που έχει το ω με την περίοδο T .
- Ανοίγει και διαμοιράζει το λογισμικό geogebra
- Με την δημιουργία δρομέων ρ και ω και πληκτρολόγηση του τύπου της συνάρτησης γίνεται αρχικά η μελέτη της βασικής συνάρτησης $f(x)=\eta\mu x$
- Γίνεται πίνακας τιμών, εντοπίζονται ακρότατα, μονοτονία, σημεία τομής με άξονες, περιοδικότητα
- Παράλληλα ο μαθητής οπτικοποιεί τα παραπάνω

Σχηματική αναπαράσταση υλοποίησης 1

Microsoft Word window showing the title "Τριγωνομετρικές Συναρτήσεις" (Trigonometric Functions).

Equation: $F(x) = \rho \cdot \eta\mu \omega x$

Condition: $\omega > 0$

Maximum value: $F_{\max} = |\rho|$

Minimum value: $F_{\min} = -|\rho|$

GeoGebra Classic 5 window showing a graph of the function $f(x) = 1 \cdot \eta\mu(1 \cdot x)$ (sine wave) and a table of values.

x	$\eta\mu(x)$
0	0
1.57	1
π	0
4.71	-1
6.28	0

The graph shows a sine wave with amplitude 1 and period 2π . The x-axis is labeled with $-\pi, 0, \pi, 2\pi, 3\pi$ and the y-axis with $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$. The function is plotted in blue. The graph also shows the period $\omega = 1$ and the amplitude $\rho = 1$.

Excel spreadsheet window showing a table of values for the function $f(x) = \eta\mu(x)$.

x	$\eta\mu(x)$
0	0
1.57	1
π	0
4.71	-1
6.28	0

The spreadsheet shows columns A, B, and C. Column A contains the x values, column B contains the $\eta\mu(x)$ values, and column C contains the corresponding values from the table.



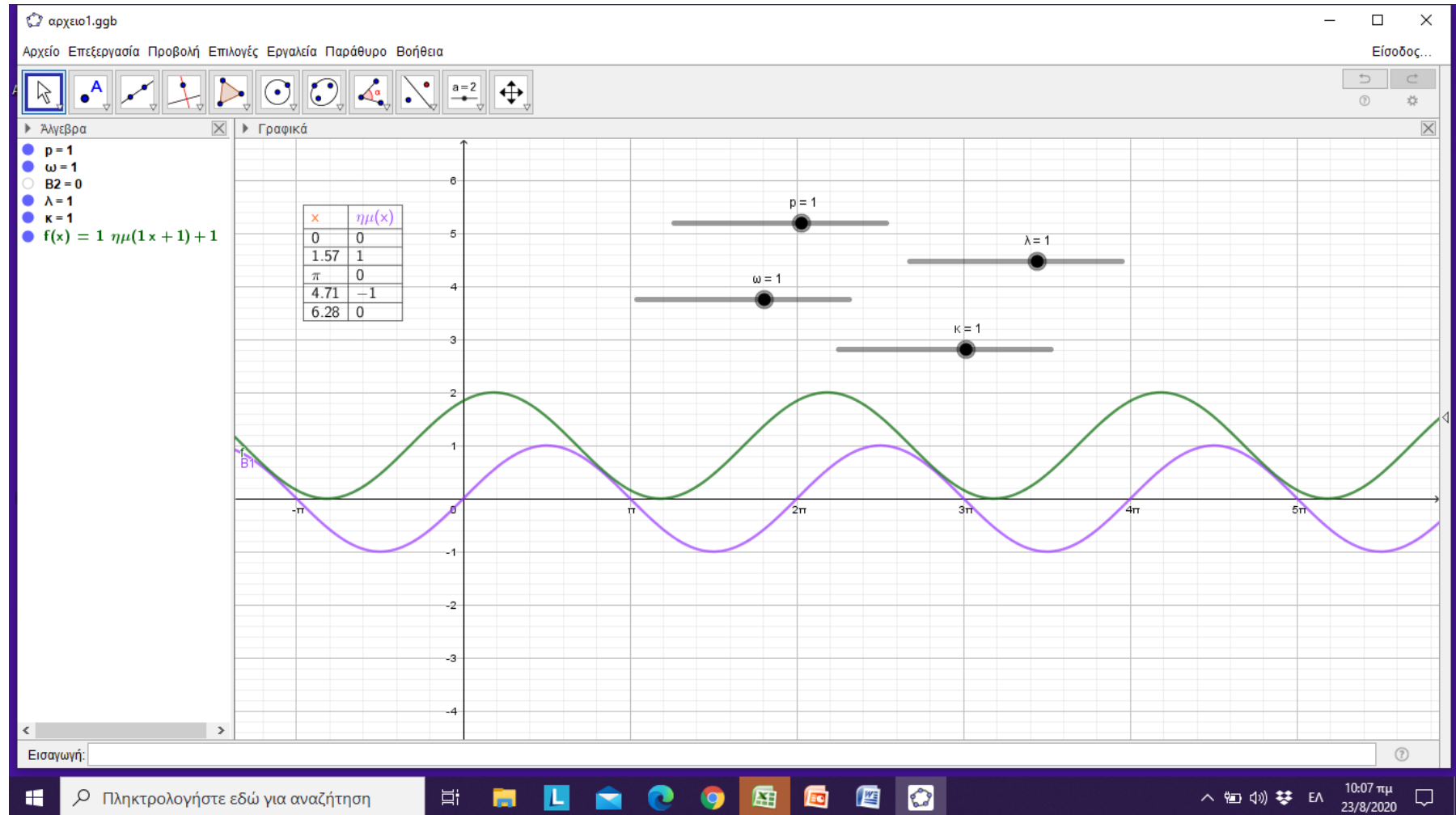
Υλοποίηση 2

Ο εκπαιδευτικός

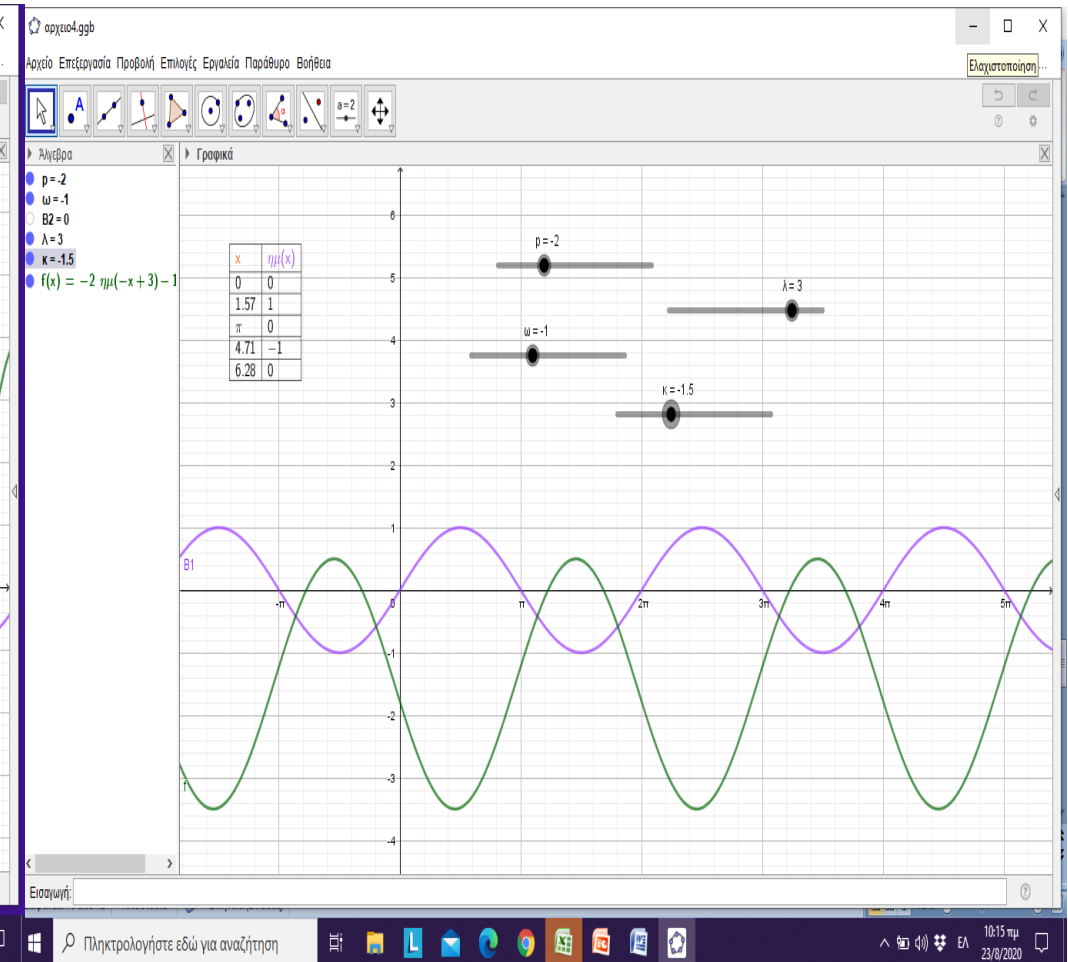
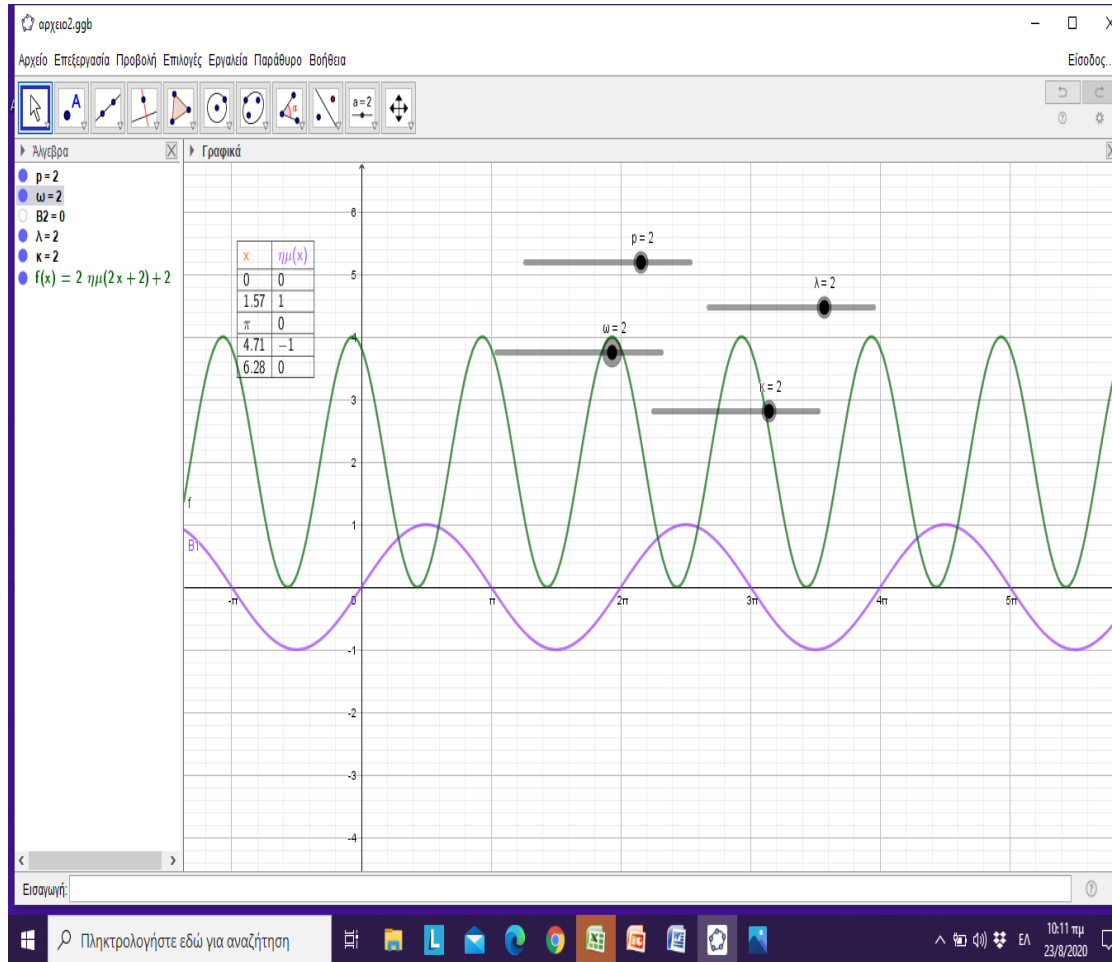
- εισάγει δυο νέους δρομείς λ και κ
- πληκτρολογεί στο λογισμικό τον τύπο $f(x) = \rho \eta \mu(\omega x + \lambda) + \kappa$
- Γίνεται διερεύνηση για διαφορετικές τιμές των δρομέων

Διευρύνει με αυτόν τον τρόπο την μελέτη της συγκεκριμένης τριγωνομετρικής συνάρτησης συνδυάζοντας ταυτόχρονα το συγκεκριμένο μάθημα και **με την οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση καμπύλης.**

Σχηματική αναπαράσταση υλοποίησης 2



Συνέχεια σχηματικής υλοποίησης 2



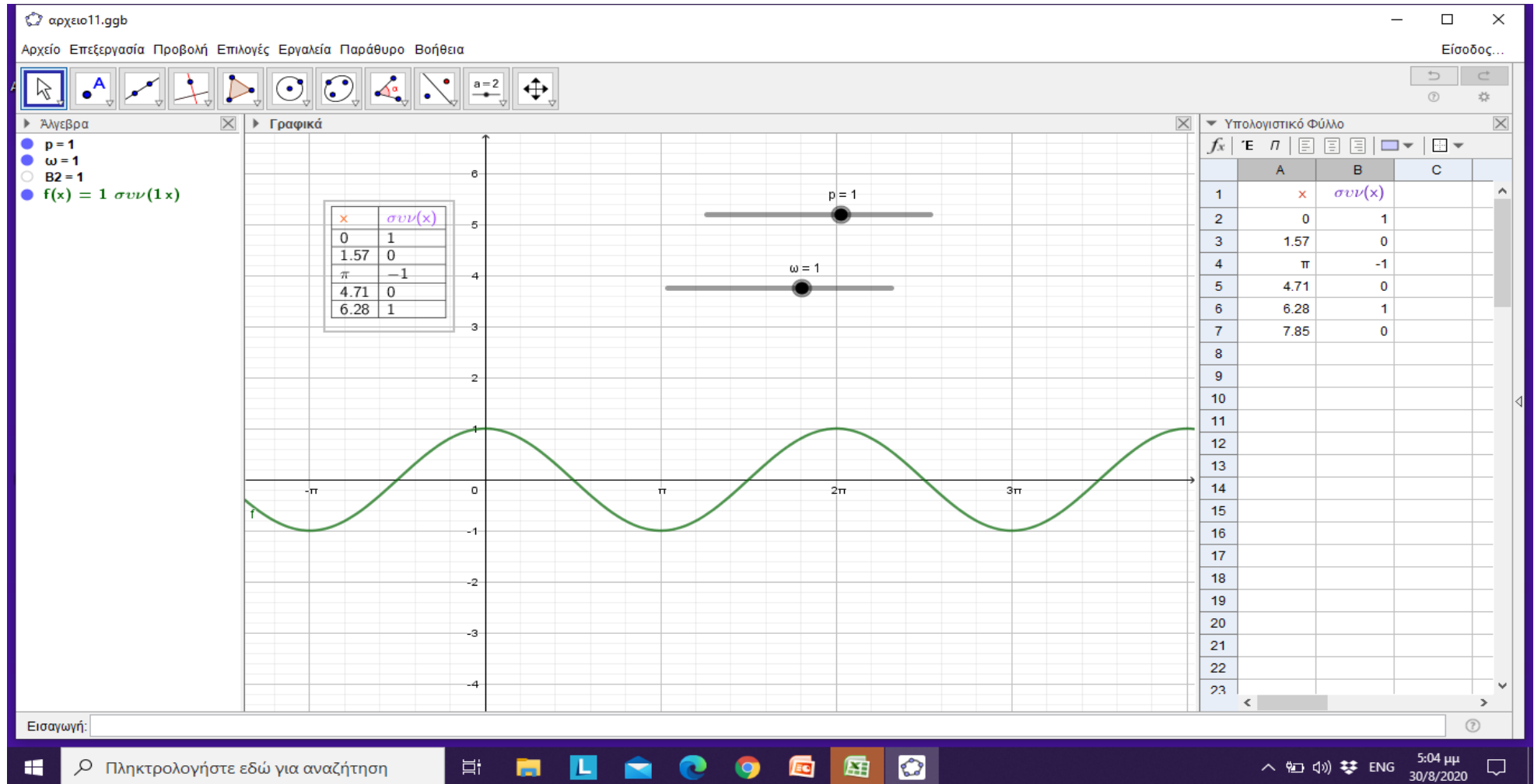
Μελέτη της $f(x)=\rho \sin(\omega x+\lambda)+\kappa$ (ομοίως)

- Εισαγωγή αρχικά δρομέων ρ και ω στο geogebra
- Εισαγωγή του τύπου $f(x)=\rho \sin \omega x$
- Γραφική παράσταση συνάρτησης
- Δημιουργία πίνακα τιμών για $\rho=1$ και $\omega=1$
- Ανίχνευση ακρότατων
- Εύρεση μονοτονίας και περιοδικότητας συνάρτησης
- Διερεύνηση των στοιχείων της παραπάνω συνάρτησης για διαφορετικές τιμές των ρ και ω

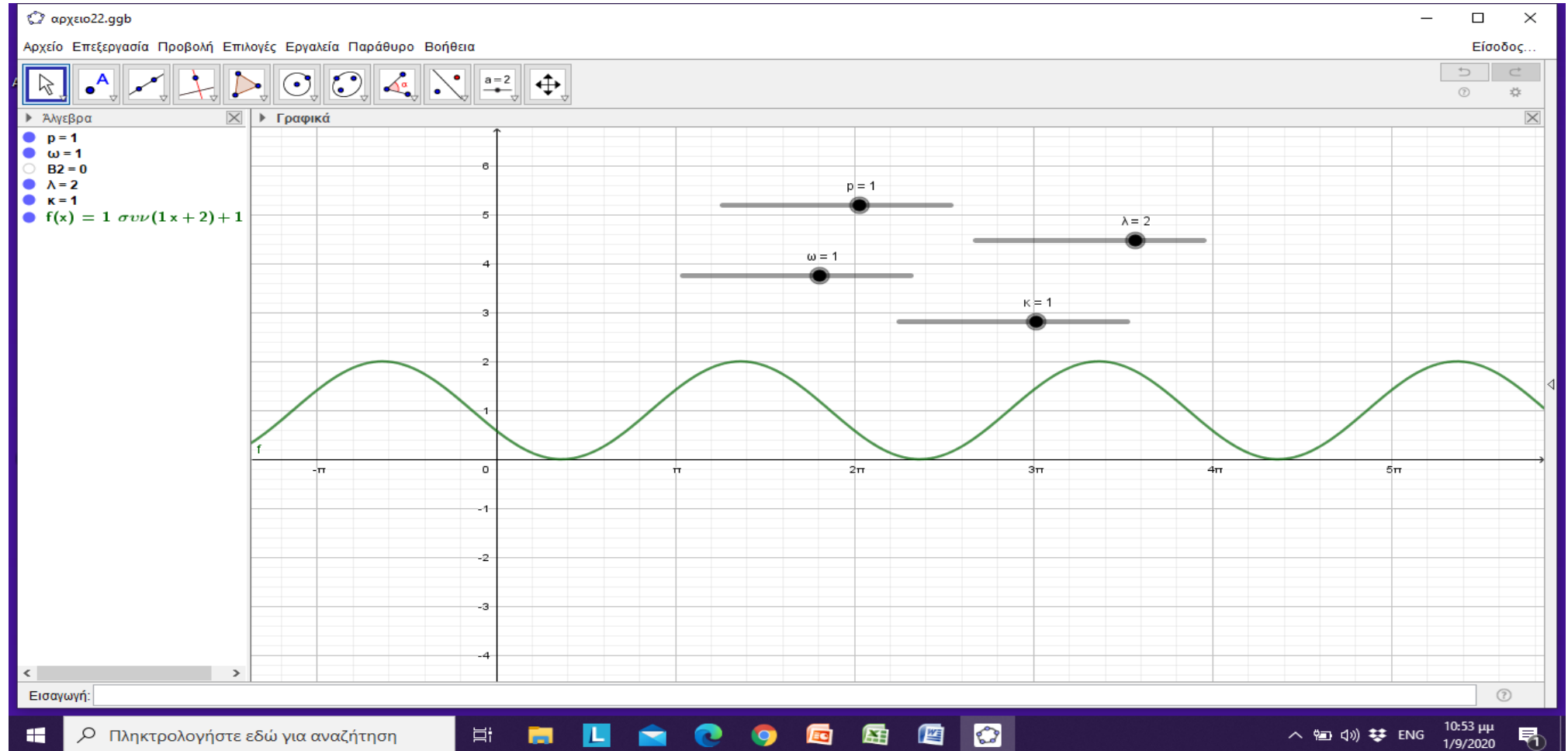
Συνέχεια μελέτη της $f(x)=\rho \sin(\omega x+\lambda)+\kappa$

- Εισαγωγή άλλων δυο δρομέων λ και κ
- Μελέτη συνάρτησης για διαφορετικές τιμές των ρ , ω , κ και λ .
- Εντοπίζουμε και κατανοούμε τις διαφορές
- Οι μαθητές διαμοιράζουν τις απαντήσεις τους, πειραματίζονται, προβληματίζονται, δημιουργούν εικασίες, συμπεραίνουν, μαθαίνουν.

Σχηματική αναπαράσταση



Σχηματική αναπαράσταση (συνέχεια)



Έλεγχος εμπέδωσης μέσω polling 1

- Το polling δίνει την δυνατότητα στον διδάσκοντα να κάνει μια ή ένα σύνολο ερωτήσεων στον μαθητή στο webex
- Οι ερωτήσεις και οι απαντήσεις των μαθητών μπορούν να αποθηκευτούν έτσι ώστε ο διδάσκων να τις δει αργότερα.
- Ο διδάσκων μπορεί να επιλέξει τον τύπο της ερώτησης π.χ πολλαπλής επιλογής, σύντομης απάντησης κ.λ.π
- Και μπορεί να δει τις ατομικές απαντήσεις των μαθητών
- Μπορεί να ορίσει τον χρόνο απάντησης που δίνει στους μαθητές

Έλεγχος εμπέδωσης 2

- Ο διδάσκων είναι σε θέση κάθε στιγμή να βλέπει από το poll status την πορεία των απαντήσεων των μαθητών
- Καθώς οι μαθητές αρχίζουν να απαντούν σε ερωτήσεις, το polling status area θα αλλάξει ανάλογα με το τι έχουν οι μαθητές, δεν απάντησαν, απάντησαν αλλά δεν υπέβαλαν, και απάντησαν και υπέβαλαν.
- Ο διδάσκων ενημερώνεται με ποσοστών επί τοις εκατό, το οποίο αλλάζει συνεχώς και οριστικοποιείται στο τέλος
- Τα τελικά ποσοστά δίνουν στον εκπαιδευτικό ξεκάθαρη εικόνα για το πως κινήθηκαν οι μαθητές και κυρίως τι έχουν καταλάβει
- Επίσης τα polling results μπορούν να αποθηκευτούν

Το rolling δίνει την δυνατότητα στον εκπαιδευτικό να

- ελέγχει την επίδοση όλης της τάξης
- εντοπίζει τυχόν δικά του λάθη στην διατύπωση ερωτήσεων ή γενικότερα στην εκπαιδευτική διαδικασία
- εξετάζει την επίτευξη των στόχων του
- ανακαλύπτει τις δυσκολίες των μαθητών
- βελτιώνει τις πρακτικές του και να οργανώνει καλύτερα το μάθημα
- πραγματοποιήσει έναν τεκμηριωμένο αναστοχασμό που θα ακολουθήσει μια επιτυχής ανατροφοδότηση

Σχηματική αναπαράσταση polling 1

Cisco Webex Meetings | Hide menu bar ^ | Connected

File Edit Share View Audio Participant Meeting Help

Participants (1)

Polling

5. η $f(x) = -2$ ημ $x + 1$ έχει ελαχιστο

A. -2
B. -1
C. 1
D. 2

Question Type: Multiple choice - Single Answer

Record individual responses

Waiting for others to join

Timer: Display
Alarm: 5.00 minutes

OK Cancel

Cisco Webex Meetings | Hide menu bar ^ | Connected

File Edit Share View Audio Participant Meeting Help

Participants (1)

Polling

Poll in progress:

Questions	Results	Bar Graph
1. η $f(x) = 2$ ημ (x) έχει περιόδ...		
A. ναι	0/0 (0%)	<div style="width: 0%;"></div>
B. οχι	0/0 (0%)	<div style="width: 0%;"></div>
No Answer	0/0 (0%)	<div style="width: 0%;"></div>
2. η $f(x) = 3$ ημ x έχει μεγατο 2		
A. ναι	0/0 (0%)	<div style="width: 0%;"></div>
B. οχι	0/0 (0%)	<div style="width: 0%;"></div>
No Answer	0/0 (0%)	<div style="width: 0%;"></div>

Polling status

Not started	0/0 (0%)
In progress	0/0 (0%)
Finished	0/0 (0%)

Remaining time: 4:47 Time limit: 5:00

New Poll Edit Questions Close Poll

Σχηματική αναπαράσταση polling 2

Cisco Webex Meetings | Hide menu bar ^

File Edit Share View Audio Participant Meeting Help

Connected

> Participants (1)

▼ Polling

☰ ☱ ✎ 🗑️ ⬆️ ⬇️

Poll Questions:

1. η $f(x)=2\eta\mu(x)$ έχει περίοδο $T=2\pi$

A. ναι

B. όχι

2. η $f(x)=3\eta\mu x$ έχει μέγιστο 2

A. ναι

B. όχι

3. η $f(x)=2\eta\mu x+1$ έχει μέγιστη τιμή το

Question

Type: Multiple choice - Single Answer

New Change Type

Answer

Add

Record individual responses

Clear All Options... Open Poll

Waiting for others to join

🔍 Πληκτρολογήστε εδώ για αναζήτηση

10:31 μμ 8/7/2020

Ψηφιακό Σχολείο-Διαδραστικά Σχολικά Βιβλία

- Ο μαθητής καλείται να μεταβεί στην διεύθυνση <http://ebooks.edu.gr/ebooks/>
- Και να ανοίξει το ψηφιακό δραστικό βιβλίο της Άλγεβρας
- Ακολουθώντας να μεταβεί στο κεφάλαιο 3 και στη συγκεκριμένη παράγραφο
- Ταυτόχρονα ο εκπαιδευτικός διαμοιράζει μέσω webex τα βήματα

3.4 Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις

Περιοδικές συναρτήσεις

• Έστω ότι ένα φέρι-μποτ πηγαίνει μεταξύ δύο λιμανιών Α και Β και η γραφική παράσταση της απόστασης του από το λιμάνι Α ως συνάρτηση του χρόνου φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Μικροπείραμα

απόσταση

χρόνος σε ώρες

χρόνος (ώρα)	απόσταση
2:00	0
2:30	1
3:00	0
3:30	1
4:00	0
4:30	1
5:00	0

Ψηφιακό Σχολείο-Διαδραστικά Σχολικά Βιβλία

2

- Γίνεται ορισμός της ύλης του συγκεκριμένου μαθήματος
- Ο εκπαιδευτικός δέχεται τυχόν απορίες από τους μαθητές του
- Και απαντά σε αυτές
- Αναθέτει 2 ασκήσεις από το σχολικό βιβλίο
- Επίσης ζητά από τους μαθητές να ανοίξουν το eclass και το εργαλείο «εργασίες του μαθήματος» για να γίνει ανάθεση ασύγχρονης εργασίας

Εργασία μέσω eclass

The screenshot shows a web browser window with the URL `eclass03.sch.gr/modules/work/index.php?course=EL267115&id=30035515`. The page title is "Εργασίες" (Assignments). A green notification box at the top states: "• Η εργασία δημιουργήθηκε με επιτυχία!" (The assignment was created successfully!). Below this, the assignment title is "Τριγωνομετρικές Συναρτήσεις - Εργασία" (Trigonometric Functions - Assignment). A green button labeled "Υποβολή εργασίας/βαθμολογίας" (Submit assignment/grade) is visible. The assignment details are as follows:

Στοιχεία εργασίας	
Τίτλος:	Τριγωνομετρικές Συναρτήσεις - Εργασία
Περιγραφή:	Να κατεβάσετε το έγγραφο word με την αντιστοιχη εργασία. Να απαντησετε όλες τις ερωτήσεις και να ανεβάσετε την απαντηση σας εδώ.
Αρχείο:	τριγωνομετρια.docx
Μέγιστη βαθμολογία:	10
Τύπος Βαθμολογίας:	Αριθμός
Ημερομηνία έναρξης:	23-08-2020 11:29:47
Προθεσμία υποβολής:	Χωρίς Προθεσμία
Τύπος εργασίας:	Ατομική εργασία

The Windows taskbar at the bottom shows the time as 11:30 πμ on 23/8/2020.

Συμπεράσματα-Αξιολόγηση

- Διαδραστική αντιμετώπιση της ύλης
- Άμεση οπτικοποίηση μέσω πολλαπλών αναπαραστάσεων με ενεργή εμπλοκή του μαθητή
- Ενδυνάμωση του μαθητή στη μελέτη των τριγωνομετρικών συναρτήσεων μέσω ασύγχρονης δράσης
- Έλεγχος εμπέδωσης της ύλης και επίτευξης αρχικών στόχων
- Άμεση αντιμετώπιση προβλημάτων κατανόησης του αντικειμένου
- Αποφυγή στατικότητας παραδοσιακής διδασκαλίας.
- Δυνατότητα αναστοχασμού στον εκπαιδευτικό με αναθεώρηση των πρακτικών του όπου πρέπει

Βιβλιογραφία

- Ανδρεαδάκης, Σ., Κατσαργύρης, Β., Παπασταυρίδης, Σ., Πολύζος, Γ. & Σβέρκος, Α., (2018): Άλγεβρα Β΄ Γενικού Λυκείου, ΙΤΥΕ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ».
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007): Βοήθεια GeoGebra, Εγχειρίδιο Χρήσης 3.0. Μετάφραση στα Ελληνικά, Νικόλας Γ. Μουσουλίδης, Ιστοσελίδα GeoGebra: www.geogebra.org .
- Κόμης, Β. (2004): Εισαγωγή στις εκπαιδευτικές εφαρμογές των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών, Αθήνα: Εκδόσεις νέων τεχνολογιών.
- Κυνηγός, Χ., Ψυχάρης Γ., Γαβρίλης Κ. & Κεϊσογλου, Σ., (2010): Επιμορφωτικό Υλικό για την Επιμόρφωση των Εκπαιδευτικών στα Κ.Σ.Ε, τεύχος 4, κλάδος ΠΕ03, Β΄ έκδοση Αναθεωρημένη και Εμπλουτισμένη, Πάτρα: ΙΤΥ