Σενάριο: Πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις

Γνωστική περιοχή: Άλγεβρα

Θέμα: Το προτεινόμενο θέμα διαπραγματεύεται τη λύση πολυωνυμικών εξισώσεων και ανισώσεων

Τεχνολογικά εργαλεία: Το σενάριο προτείνεται να διδαχθεί με τη βοήθεια του σχολικού διαδραστικού βιβλίου και τη χρήση του λογισμικού geogebra.

Σκεπτικό

Βασική ιδέα: Οι μαθητές με τη βοήθεια της ψηφιακής τεχνολογίας θα διερευνήσουν και θα επιλύσουν πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις με βάση το θεώρημα ακέραιων ριζών. Οι μαθητές θα εμπλακούν σε δραστηριότητες με το λογισμικό geogebra, όπου τους δίνεται η δυνατότητα της οπτικοποίησης και της διάδρασης. Εν συνεχεία, οι μαθητές θα ασχοληθούν με την αλγεβρική επίλυση εξισώσεων, ανισώσεων και προβλημάτων.

Προστιθέμενη αξία:

Το προτεινόμενο εκπαιδευτικό σενάριο φιλοδοξεί στην αλλαγή αλλά και στη βελτίωση της στάσης του μαθητή απέναντι στα μαθηματικά και στην διδασκαλία τους.

Οι μαθητές θα αποκτήσουν δυναμικό ρόλο, αφού θα διερευνήσουν, θα συνεργαστούν, θα εξάγουν τα δικά τους συμπεράσματα, τα οποία όμως τεκμηριώνονται επιστημονικά. Η χρήση των τεχνολογικών εργαλείων συμβάλλει σημαντικά προς την κατεύθυνση αυτή. Η εργασία των μαθητών σε ομάδες, η στενή και συγκροτημένη συνεργασία μεταξύ των μελών της ομάδας προφανώς συμβάλλει στην αλλαγή στάσης του μαθητή απέναντι στα μαθηματικά και γενικότερα στη μάθηση.

Ο ρόλος του εκπαιδευτικού, που θα εντάξει σύγχρονες διδακτικές και παιδαγωγικές μεθόδους στο μάθημα του, αλλάζει, αφού ο καθηγητής που εφαρμόζει παραδοσιακές μεθόδους μετωπικής διδασκαλίας καλείται να γίνει συνεργάτης των μαθητών και να τους οδηγήσει με τις παρεμβάσεις του στην επιστημονική εγκυρότητα των συμπερασμάτων τους. Ο εκπαιδευτικός θα διδάξει σημαντικές μαθηματικές έννοιες στο πλαίσιο του σεναρίου, το οποίο προβλέπει ατμόσφαιρα ερευνητικού εργαστηρίου.

Πλαίσιο εφαρμογής

Σε ποιους απευθύνεται: Το σενάριο απευθύνεται σε μαθητές της Β Λυκείου (τμήμα γενικής παιδείας)

Χρόνος υλοποίησης: Για την υλοποίηση του σεναρίου προτείνεται να διατεθεί 3 διδακτικές ώρες.

Χώρος υλοποίησης: Το σενάριο προτείνεται να εφαρμοστεί

- 1η διδακτική παρέμβαση στο εργαστήριο υπολογιστών.
- 2η και 3η παρέμβαση στην αίθουσα διδασκαλίας.

Προαπαιτούμενες γνώσεις: Για την υλοποίηση του σεναρίου οι μαθητές πρέπει να μπορούν

- να λύνουν εξισώσεις και ανισώσεις 1ου και 2ου βαθμού
- να εφαρμόζουν το σχήμα Horner
- να μπορούν να παραγοντοποιούν πολυώνυμα
- να γνωρίζουν βασικές έννοιες που εμπλέκονται στις πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις όπως τι ονομάζεται ρίζα του πολυωνύμου και ποιο πολυώνυμο λέγεται παράγοντας.

Απαιτούμενα βοηθητικά εργαλεία: Στους μαθητές θα δοθούν κατάλληλα φύλλα εργασίας που θα εκπονήσει ο εκπαιδευτικός και αναλυτικές γραπτές ή προφορικές οδηγίες για την υλοποίηση του σεναρίου.

Κοινωνική ενορχήστρωση της τάξης:

Οι μαθητές θα εργαστούν σε μικρές ομάδες καθοδηγούμενοι από το φύλλο εργασίας, ώστε να λύσουν πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις. Για να επιτευχθεί αυτός ο σκοπός οι μαθητές θα συνεργαστούν και θα συμπληρώσουν ένα κοινό φύλλο εργασίας με ερωτήσεις σχετικά με το θέμα διερεύνησης. Το φύλλο εργασίας θα πρέπει να αφήνει ελευθερία στους μαθητές, ώστε να θέτουν τα δικά τους ερωτήματα και μέσω ομαδοσυνεργατικών διαδικασιών να μπορούν να απαντήσουν σε αυτά.

Ο εκπαιδευτικός καθ' όλη τη διάρκεια του μαθήματος θα πρέπει να καθοδηγεί τους μαθητές, να συνεργάζεται μαζί τους, να απαντά σε ερωτήματα τους , να τους ενθαρρύνει για περαιτέρω διερεύνηση, ώστε να αντιλαμβάνονται καλύτερα τα συμπεράσματα τους.

Η επικοινωνία όλων των μαθητών της τάξης με τις εργασίες των συμμαθητών τους και η συλλογική διερεύνηση κρίσιμων παραμέτρων της διερεύνησης μπορεί επίσης να ενισχυθεί με κατάλληλη χρήση του διαδραστικού πίνακα σε διαφορετικές πτυχές της εφαρμογής του σεναρίου.

Στόχοι:

Από την εφαρμογή του συγκεκριμένου σεναρίου οι μαθητές θα μάθουν να ανακαλύπτουν τη γνώση συνεργατικά. Με τη βοήθεια των προτεινόμενων εργαλείων θα μπορέσουν μέχρι το τέλος της διδακτική ώρας να λύνουν πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις και θα μπορούν να κάνουν εικασίες και υποθέσεις και να καταλήγουν σε αξιόπιστα και επιστημονικά συμπεράσματα.

Πιο συγκεκριμένα, οι μαθητές στο τέλος της διδασκαλίας οι μαθητές

- θα μπορούν να υπολογίζουν τις πιθανές ακέραιες λύσεις μιας πολυωνυμικής εξίσωσης, θα προσδιορίζουν ποιες είναι αυτές, θα παραγοντοποιούν το πολυώνυμο και θα υπολογίζουν όταν αυτό είναι εφικτό και της υπόλοιπες ρίζες.
- θα μπορούν να υπολογίσουν τους παράγοντες ενός πολυωνύμου.
- θα μπορούν να λύνουν πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις.

Ανάλυση του σεναρίου

1η διδακτική παρέμβαση

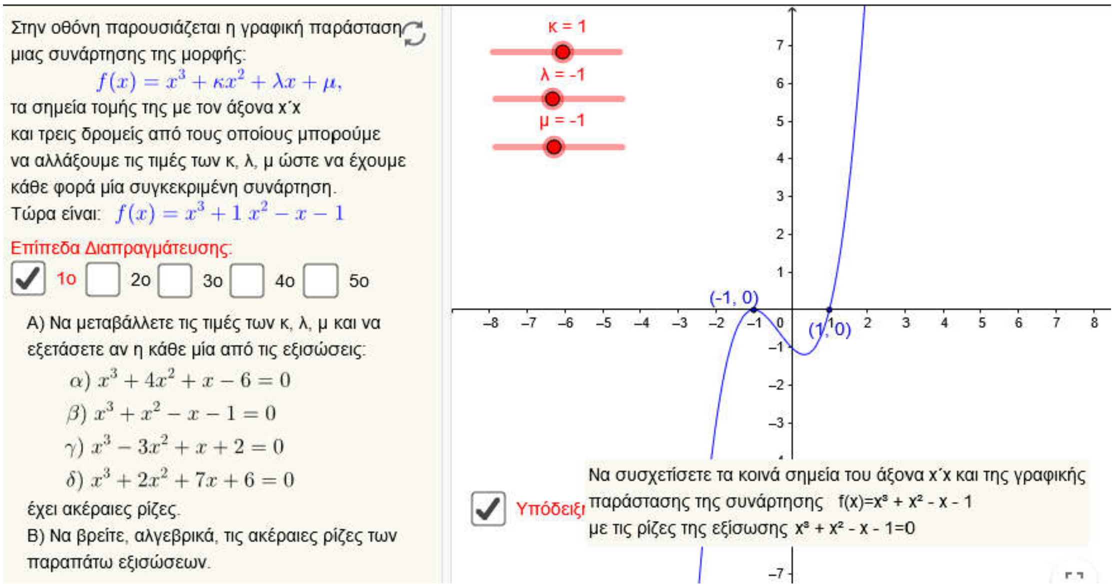
Οι μαθητές θα εργαστούν σε μικρές ομάδες χρησιμοποιώντας ηλεκτρονικούς υπολογιστές ή tablets. Αφού πρώτα διαπραγματευτούμε το θεώρημα των ακέραιων ριζών ζητάμε από τους μαθητές να επεξεργαστούν δύο από τα μικροπειράματα του διαδραστικού σχολικού βιβλίου. Με τις οδηγίες του εκπαιδευτικού και τα ερωτήματα του φύλλου εργασίας θα διαπραγματευτούν τις λύσεις πολυωνυμικών εξισώσεων και ανισώσεων.

Ροή εφαρμογής των δραστηριοτήτων:

Οι μαθητές κατά την υλοποίηση αυτού του σεναρίου θα εμπλακούν στις παρακάτω δραστηριότητες του διαδραστικού σχολικού βιβλίου.

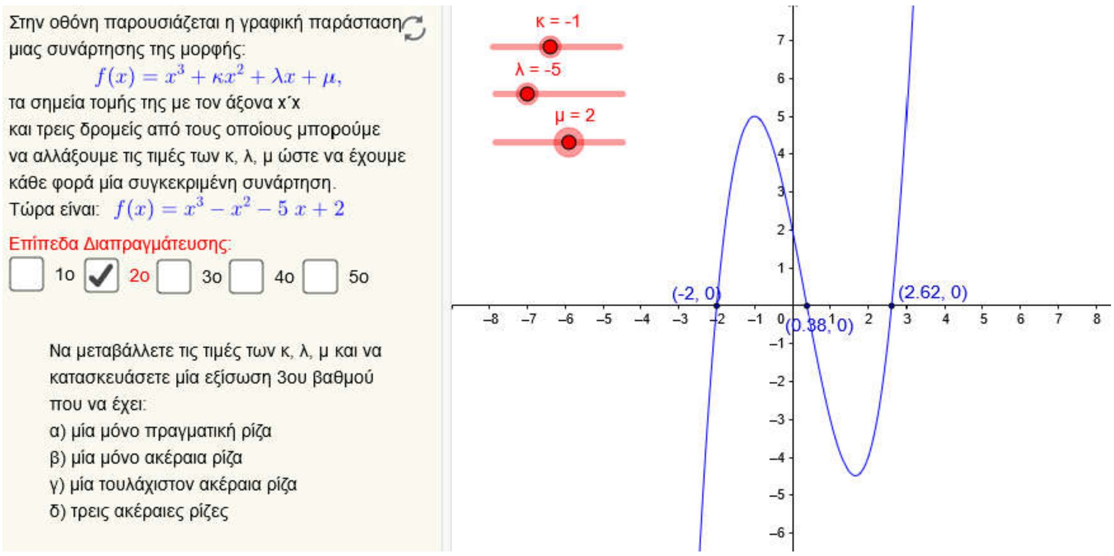
Δραστηριότητα 1: Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές καλούνται να επεξεργαστούν το μικροπείραμα του συνδέσμου http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5229.

Στο πρώτο επίπεδο διαπραγμάτευσης ζητείται από τους μαθητές να μετακινήσουν τους δρομείς, ώστε να κατασκευάσουν κάθε μία από τις πολυωνυμικές εξισώσεις που ζητούνται και μέσω των γραφικών παραστάσεων να υπολογίσουν τις ακέραιες λύσεις. Σε επόμενο ερώτημα ζητείται από τους μαθητές να υπολογίσουν αλγεβρικά τις ακέραιες ρίζες κάθε μιας από τις πολυωνυμικές εξισώσεις που διαπραγματεύτηκαν στο προηγούμενο ερώτημα και να επαληθεύσουν τις απαντήσεις τους.



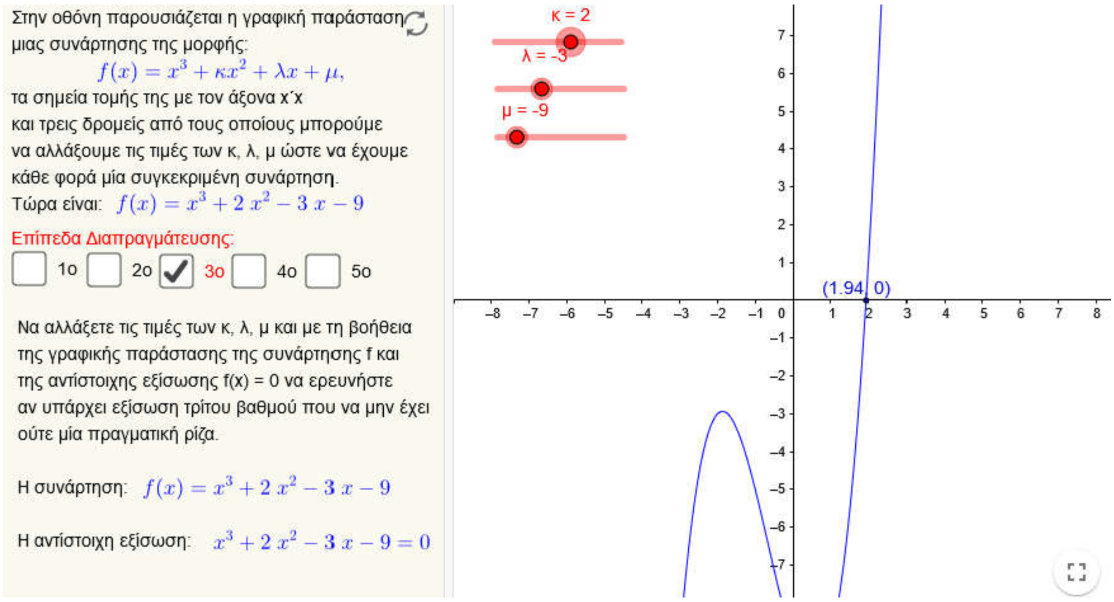
Εικόνα 1

Στο 2ο επίπεδο διαπραγμάτευσης ζητάμε από τους μαθητές να μετακινήσουν τους δρομείς ώστε να κατασκευάσουν μια 3ου βαθμού συνάρτηση που να έχει είτε μια πραγματική ρίζα, είτε μια ακέραια ρίζα, είτε τρεις ακέραιες, είτε να έχει μία τουλάχιστον ρίζα.



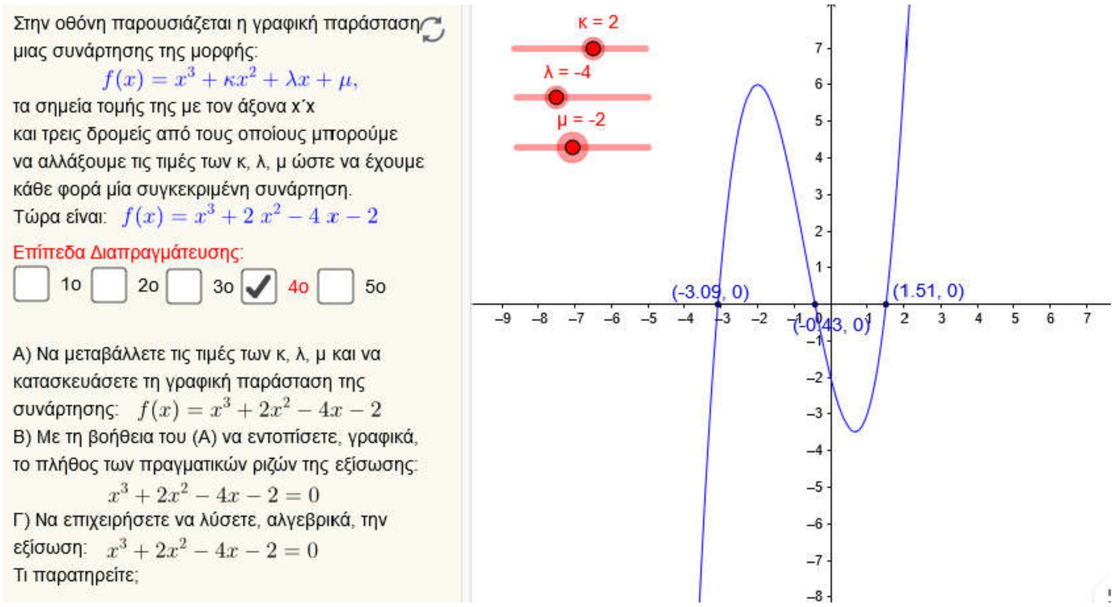
Εικόνα 2

Στη συνέχεια, οι μαθητές καλούνται να μετακινήσουν τους δρομείς και να ερευνήσουν αν υπάρχει εξίσωση 3ου συνάρτηση που να μην έχει καμία πραγματική ρίζα. Στο επίπεδο διαπραγμάτευσης αυτό οι μαθητές αναμένεται να παρατηρήσουν ότι δεν υπάρχει καμία 3^ου^ βαθμού συνάρτηση χωρίς πραγματικές ρίζες, σε σχέση με τις τιμές που μπορούν να πάρουν οι δρομείς.



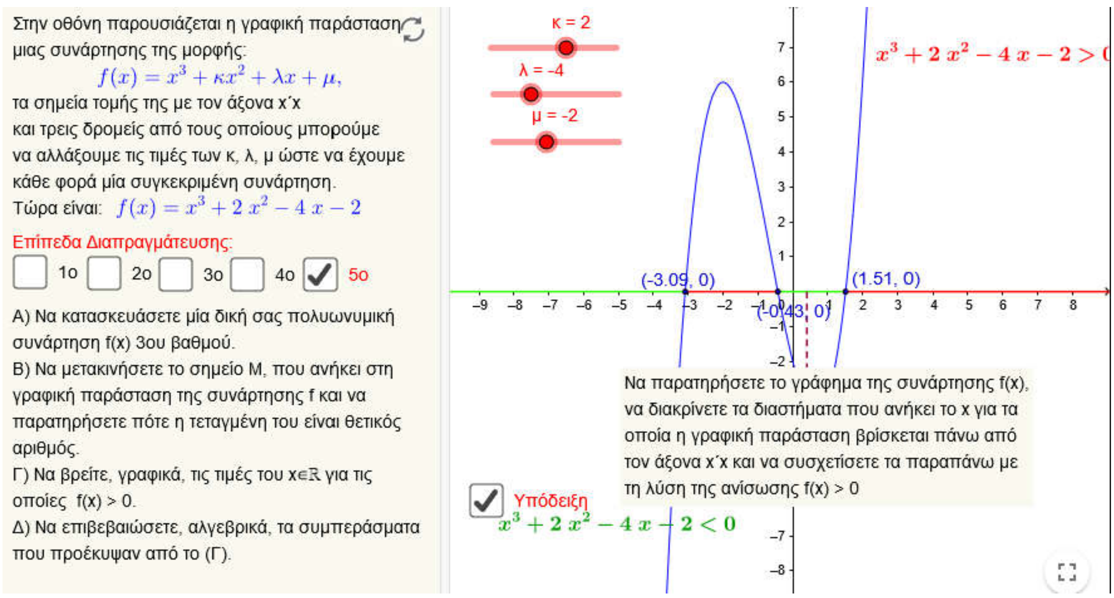
Εικόνα 3

Στο τέταρτο επίπεδο διαπραγμάτευσης ζητείται από τους μαθητές να κατασκευάσουν τη συνάρτηση $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 2$ και να καταγράψουν τη ρίζα της εξίσωσης $f(x) = 0$ παρατηρώντας τη γραφική της παράσταση. Στη συνέχεια, ζητείται να προσπαθήσουν να υπολογίσουν τις λύσεις αλγεβρικά. Αναμένεται οι μαθητές να παρατηρήσουν ότι δε μπορούν να τις υπολογίσουν, αφού καμία από αυτές δεν είναι ακέραιη, οπότε δε μπορούν να εφαρμόσουν το θεώρημα ακέραιων ριζών.



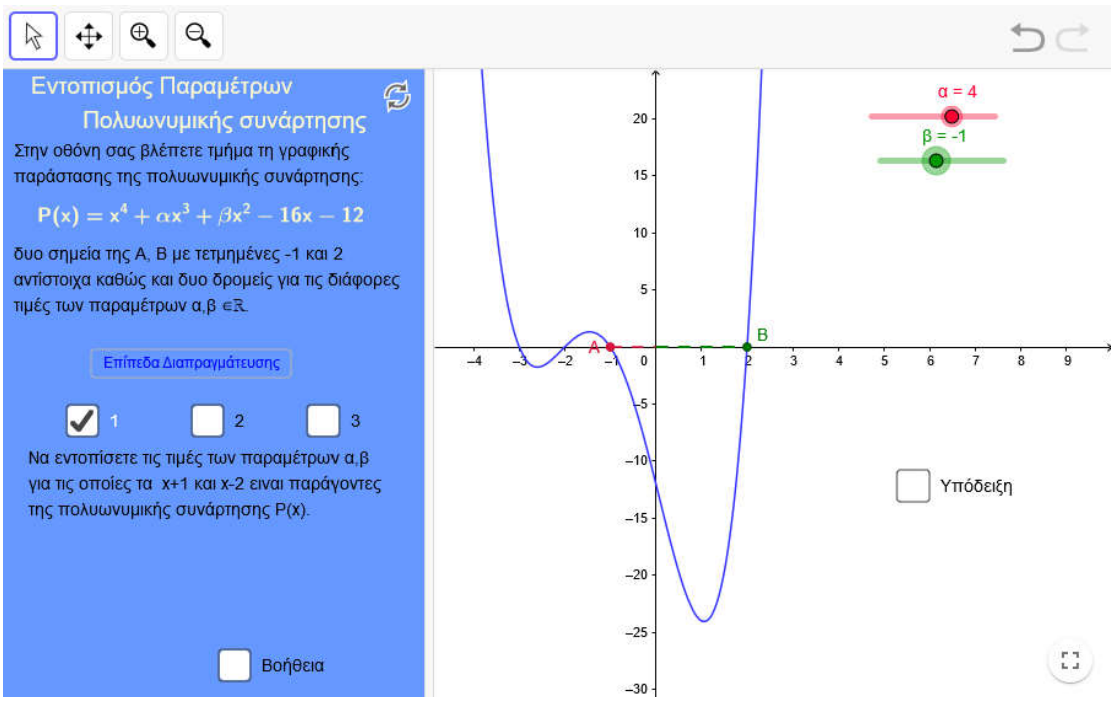
Εικόνα 4

Ολοκληρώνοντας το μικροπείραμα, στο πέμπτο επίπεδο διαπραγμάτευσης ζητείται από τους μαθητές να μετακινήσουν τους δρομείς ώστε να κατασκευάσουν μία οποιαδήποτε συνάρτηση 3^{ου} βαθμού. Στη συνέχεια να μετακινήσουν το σημείο Μ και να καταγράψουν πότε η τεταγμένη του Μ είναι θετική και πότε αρνητική . Ζητείται επίσης να λύσουν την ανίσωση $f(x) > 0$ αλγεβρικά και να επαληθεύσουν τα αποτελέσματα τους.



Εικόνα 5

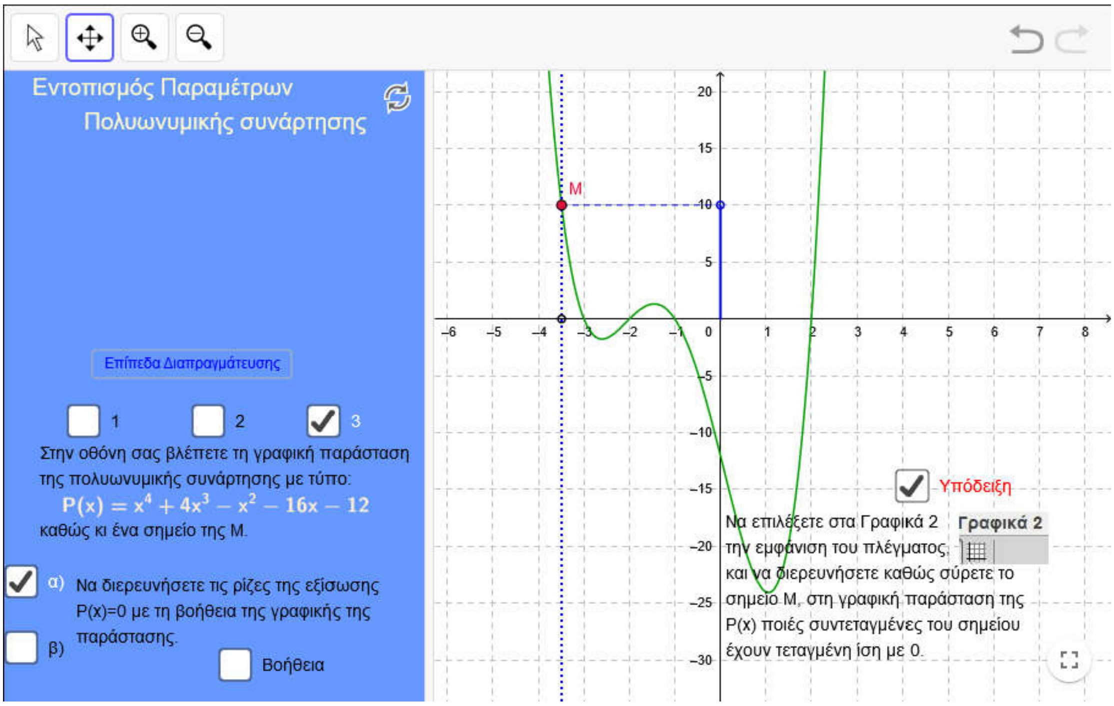
Δραστηριότητα2: Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές θα διαπραγματευτούν το μικροπείραμα του συνδέσμου http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5179. Στο πρώτο επίπεδο διαπραγμάτευσης ζητείται από τους μαθητές να εντοπίσουν τις παραμέτρους α και β για τις οποίες τα $x+1$ και $x-2$ είναι παράγοντες του πολυωνύμου $P(x)$. Οι μαθητές θα μετακινήσουν τους δρομείς και αναμένεται να παρατηρήσουν ότι για να είναι παράγοντες τα $x+1$ και $x-2$ πρέπει οι τιμές -1 και 2 να είναι ρίζες της εξίσωσης $P(x)=0$. Αυτό συμβαίνει για $\alpha=4$ και $\beta=-1$. Αν οι μαθητές χρειαστούν βοήθεια εκτός από τη δική μας συμβολή μπορούν να τσεκάρουν το κουτάκι με την ένδειξη «βοήθεια» και εκείνο με την ένδειξη «υπόδειξη».



Εικόνα 6

Στο επόμενο επίπεδο διαπραγμάτευσης οι μαθητές καλούνται να υπολογίσουν τις τιμές των α και β αλγεβρικά, και να επαληθεύσουν το αποτέλεσμα .

Στο τρίτο και τελευταίο επίπεδο διαπραγμάτευσης ζητείται από τους μαθητές να μετακινήσουν το σημείο Μ και να διερευνήσουν τις ρίζες της εξίσωσης $P(x)=0$ μέσω της γραφικής παράστασης της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$. Ενώ στο δεύτερο ερώτημα της διαπραγμάτευσης ζητείται οι λύσεις να βρεθούν αλγεβρικά.



Εικόνα 7

2η διδακτική παρέμβαση:

Οι μαθητές κατά τη διάρκεια της δεύτερης διδακτικής παρέμβασης θα χωριστούν σε μικρές ομάδες των 2 ή 3 ατόμων. Με μια σύντομη συζήτηση για τις δραστηριότητες και τα αποτελέσματα της προηγούμενης διδακτικής παρέμβασης δίνουμε στους μαθητές το φύλλο εργασίας που θα εκπονήσουν. Το φύλλο εργασίας διαπραγματεύεται την αλγεβρική επίλυση πολυωνυμικών εξισώσεων και ανισώσεων.

Ροή εφαρμογής των δραστηριοτήτων:

Οι μαθητές κατά την υλοποίηση αυτού του σεναρίου θα εμπλακούν στις παρακάτω δραστηριότητες του σχολικού βιβλίου.

Δραστηριότητα 1: Σε αυτή τη δραστηριότητα ζητείται από τους μαθητές να αποδείξουν ότι οι πολυωνυμικές εξισώσεις που δίνονται δεν έχουν ακέραιες ρίζες. Αναμένεται οι μαθητές να εφαρμόσουν το θεώρημα των ακέραιων ριζών για να το αποδείξουν.

Δραστηριότητα 2: Στη δεύτερη δραστηριότητα δίνεται στους μαθητές ένα πολυώνυμο και ζητείται από τους μαθητές να βρουν τις λύσεις της εξίσωσης $P(x)=0$. Το πολυώνυμο που έχει δοθεί στους μαθητές είναι της μορφής $P(x)=A(x)B(x)\Gamma(x)$., όπου κάθε ένας παράγοντας είναι πρώτου βαθμού ή τριώνυμο. Διαπραγματευόμαστε με τους μαθητές τις λύσεις αυτής της εξίσωσης και αναμένεται να συνδυάσουν με την ιδιότητα $A\cdot B=0 \Leftrightarrow A=0$ ή $B=0$. Οπότε οι μαθητές θα καταλήξουν ότι για να βρεθούν οι λύσεις της εξίσωσης $P(x)=0$ θα πρέπει κάθε ένας παράγοντας να μηδενίζεται. Στην περίπτωση που έχουμε παράγοντες $3^{ου}$ και άνω θα πρέπει πρώτα να παραγοντοποιηθούν για να ολοκληρωθεί η διαδικασία. Το επόμενο επίπεδο διαπραγμάτευσης αφορά τον πίνακα προσήμων που οι μαθητές δεν έχουν μάθει ακόμα να κατασκευάζουν. Με κατάλληλες οδηγίες και διαπραγμάτευση οι μαθητές θα συμπληρώσουν τον πίνακα τιμών που τους έχουμε δώσει στο φύλλο εργασίας. Εξηγούμε πολύ αναλυτικά τα βήματα, ώστε οι μαθητές να καταστούν ικανοί στην κατασκευή οποιουδήποτε πινάκα προσήμων τους ζητηθεί. Στη συνέχεια ζητείται από τους μαθητές να προσδιορίσουν το πρόσημο του $P(x)$ και να λύσουν την ανίσωση $P(x)\le 0$. Μετά την ολοκλήρωση της δραστηριότητας εξηγούμε τα βήματα αναλυτικά και ενημερώνουμε τους μαθητές ότι αυτή είναι η διαδικασία που εφαρμόζεται για την επίλυση πολυωνυμικών ανισώσεων.

Δραστηριότητα 3: Η τελευταία δραστηριότητα είναι αντίστοιχη της δεύτερης δραστηριότητας. Οι μαθητές καλούνται να παραγοντοποιήσουν το πολυώνυμο $P(x)=x^4+5x^3+9x^2+8x+4$ και να κατασκευάσουν το πινακάκι προσήμων. Αναμένεται οι μαθητές να καταλήξουν στο $P(x)=(x+2)^2(x^2+x+1)\ge 0$ για όλες τις τιμές του $x\in\mathbb{R}$. Στο τελευταίο επίπεδο διαπραγμάτευσης οι μαθητές αναμένεται να απαντήσουν ότι για να είναι $P(x)>0$ πρέπει $x\in\mathbb{R}-\{-2\}$, $P(x)\ge 0$ πρέπει $x\in\mathbb{R}$, $P(x)<0$ είναι αδύνατη, ενώ για $P(x)\le 0$ πρέπει $x=-2$, δηλαδή να ισχύει η ισότητα.

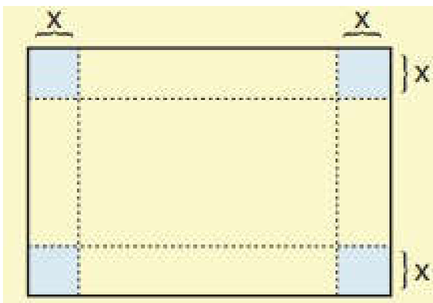
<u>$3^η$ διδακτική παρέμβαση</u>:

Στην τελευταία διδακτική παρέμβαση οι μαθητές καλούνται να λύσουν πολυωνυμικές εξισώσεις σε προβλήματα. Τα προβλήματα δυσκολεύουν τους μαθητές ακόμα και αν η αλγεβρική επίλυση των εξισώσεων είναι πολύ απλή. Αυτή η διαπίστωση ισχύει σε όλων των ειδών τα προβλήματα της Άλγεβρας . Οι μαθητές πρέπει να εξετάσουν στο τέλος της κάθε άσκησης αν οι τιμές που έχουν βρει είναι έχουν ισχύ για το κάθε πρόβλημα.

Ροή εφαρμογής των δραστηριοτήτων:

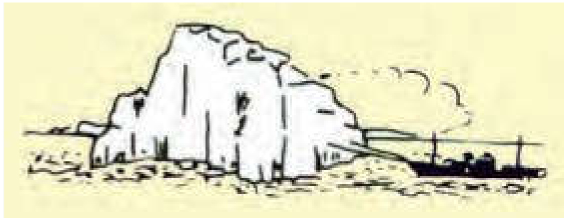
Δραστηριότητα 1: Οι μαθητές καλούντα να λύσουν το ακόλουθο πρόβλημα:

Για να κατασκευάσουμε ένα ανοιχτό κουτί από ένα ορθογώνιο Χαρτόνι με διαστάσεις 5dm και 9dm, κόβουμε ίσα τετράγωνα Από κάθε γωνία του και γυρίζουμε προς τα πάνω τις πλευρές του. Να βρείτε τις διαστάσεις του κουτιού, αν είναι γνωστό ότι



αυτές εκφράζονται σε dm με ακέραιους αριθμούς και ακόμα ότι ο όγκος του είναι 21 dm^2. Οι μαθητές πρέπει να βρουν μια πολυωνυμική εξίσωση που να εκφράζει τον όγκο του συγκεκριμένου κουτιού. Οι λύσεις της εξίσωσης που θα βρουν οι μαθητές είναι δύο δεκαδικοί και μία ακέραιη τιμή. Αν έχουν εμπεδώσει την εκφώνηση οι μαθητές αναμένεται να επιλέξουν μία μόνο τιμή, την ακέραια λύση $x=1$ και να υπολογίσουν τις πλευρές του κουτιού.

Δραστηριότητα 2: Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές καλούνται να λύσουν το παρακάτω πρόβλημα: Ένα παγόβουνο σύρεται από την Ανταρκτική προς την Αφρική. Αν ο όγκος του V, μετά από ν μέρες δίνεται από τον τύπο

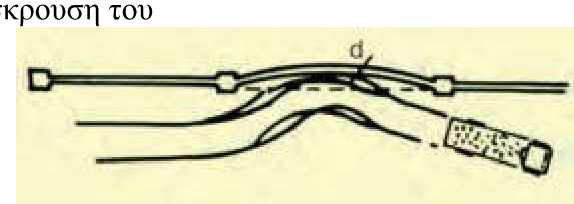


$V=\frac{500\pi}{3}\left(2000-100\nu+20\nu^2-\nu^3\right)$, να βρείτε

Μετά από πόσο χρόνο το παγόβουνο θα λιώσει τελείως.

Διαπραγματευόμαστε με τους μαθητές το πρόβλημα και αναμένεται να απαντήσουν οι μαθητές ότι η απάντηση θα δοθεί αν λύσουμε την εξίσωση $2000-100\nu+20\nu^2-\nu^3=0$. Θα εφαρμόσουν το σχήμα Horner σε συνδυασμό με το θεώρημα των ακέραιων ριζών και θα καταλήξουν ότι το παγόβουνο θα λιώσει μετά από 20 μέρες.

Δραστηριότητα 3: Το πρόβλημα διαπραγμάτευσης αυτής της δραστηριότητας είναι το ακόλουθο: Σε χρόνο t δευτερολέπτων μετά την πρόσκρουση του φορτηγού στο κιγκλίδωμα του δρόμου, η παραμόρφωση σε mm του κιγκλιδώματος δίνεται από τον τύπο $d=15t\left(t^2+t-6\right)$. Σε πόσο χρόνο μετά την πρόσκρουση η μπάρα θα επανέλθει στην αρχική της θέση;



Οι μαθητές αναμένεται να λύσουν την εξίσωση d=0 και να καταλήξουν στις τιμές $t=0$ $t=2$ $t=-3$. Επειδή το πρόβλημα που διαπραγματευόμαστε είναι πρόβλημα χρόνου αναμένεται με συζήτηση να απορριφθούν οι λύσεις $t=0$ που είναι η στιγμή της πρόσκρουσης και η τιμή $t=-3$, αφού δεν ορίζεται ο αρνητικός χρόνος.

<u>Τα εργαλεία που θα χρησιμοποιηθούν</u>

Το σενάριο αυτό προτείνεται να διδαχθεί με το μικροπείραμα του διαδραστικού σχολικού βιβλίου και τη χρήση του λογισμικού geogebra για την πρώτη διδακτική παρέμβαση. Οι μαθητές θα χρησιμοποιήσουν επίσης τα τετράδια τους για την ολοκλήρωση των ερωτημάτων που απαιτούν αλγεβρική επίλυση. Μέσω των ερωτημάτων και των οδηγιών οι μαθητές θα πειραματιστούν, θα διατυπώσουν εικασίες και υποθέσεις και θα γενικεύσουν τα συμπεράσματά τους. Στις επόμενες δύο διδακτικές παρεμβάσεις που θα υλοποιηθούν στην αίθουσα διδασκαλίας θα χρησιμοποιηθεί ο πίνακας, το σχολικό βιβλίο και τα τετράδια των μαθητών.

Επέκταση

Μια ενδιαφέρουσα επέκταση των παραπάνω αποτελεί η επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων που δεν είναι πολυωνυμικές και με κατάλληλη διαδικασία ανάγονται σε πολυωνυμικές. Για παράδειγμα, υπάρχουν εξισώσεις, όπως $\sqrt{x} = x - 2$, που πρέπει η εξίσωση να υψωθεί στο τετράγωνο και με κατάλληλες πράξεις να προκύψει πολυωνυμική εξίσωση, η οποία έχει και άλλες ρίζες εκτός από τις ρίζες της αρχικής εξίσωσης. Οπότε, σε αυτήν την περίπτωση, αλλά και σε άλλες αντίστοιχες, πρέπει να επαληθεύω τις λύσεις και ν' απορρίπτω εκείνες που δεν επαληθεύουν την αρχική εξίσωση.

Αξιολόγηση μετά την εφαρμογή

***Ως προς τις επιδιώξεις του σεναρίου*:** Ο εκπαιδευτικός ελέγχει κατά πόσο επιτεύχθηκαν οι στόχοι του σεναρίου και εξετάζει τους λόγους για τους οποίους δεν επιτεύχθηκαν κάποιοι από αυτούς και παρεμβαίνει δυναμικά ανάλογα με το σενάριο.

Ως προς τα εργαλεία: Ο εκπαιδευτικός ελέγχει την ευκολία με την οποία οι μαθητές αξιοποίησαν τα εργαλεία του προτεινόμενου λογισμικού σε συνδυασμό με τη σαφήνεια των οδηγιών του και των περιγραφών των φύλλων εργασίας Αφού αξιολογήσει τα δεδομένα του επεμβαίνει ανάλογα στο σενάριο για την επόμενη εφαρμογή.

Ως προς τη διαδικασία υλοποίησης: Ο εκπαιδευτικός αξιολογεί τη διαδικασία υλοποίησης του σεναρίου αξιολογώντας τα στοιχεία που δε δούλεψαν καλά και προσαρμόζει το σενάριο.

Ως προς την εφαρμογή και επεκτασιμότητα: Η δυνατότητα επέκτασης του σεναρίου και η ευκολία προσαρμογής σε μία σχολική τάξη το καθιστούν σημαντικό. Ιδιαίτερα, όταν πρέπει να εφαρμόσει το σενάριο σε διαφορετικές τάξεις έχει τη δυνατότητα μετά από κάθε εφαρμογή του σεναρίου να επανεκτιμά τη δομή του σεναρίου και να σχεδιάζει νέες δυνατότητες και επεκτάσεις

<u>**Σχεδίαση φύλλου εργασίας**</u>

Στην ανάλυση του σεναρίου περιγράφονται οι επιμέρους δραστηριότητες με τις οποίες προτείνεται να εμπλακούν οι μαθητές καθώς και η χρονική σειρά με την οποία αυτό θα γίνει. Άρα, η σύνταξη του φύλλου εργασίας από τον εκπαιδευτικό που θα διδάξει το σενάριο πρέπει να συμπεριλάβει τις δραστηριότητες αυτές με την ίδια ροή και τις κατάλληλες ερωτήσεις και προβλήματα προς τους μαθητές. Τα ερωτήματα θα πρέπει να είναι συμβατά με τη διαδικασία που είναι πιθανό να ακολουθήσουν οι μαθητές. Τα ερωτήματα θα μπορούσαν να έχουν την εξής σειρά:

- Ερωτήματα σχεδίασης και παρατήρησης, για εστίαση σε συγκεκριμένες πτυχές των αλλαγών στο σχήμα
- Ερωτήματα διατύπωσης, για εικασίες, υποθέσεις και γενικεύσεις.
- Ερωτήματα ελέγχου για ερμηνείες επεξηγήσεις αποδείξεις κτλ.