

Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού x λέμε τον θετικό αριθμό που όταν υψωθεί στο τετράγωνο μας δίνει τον αριθμό x και συμβολίζεται με \sqrt{x} . Ορίζουμε ακόμη: $\sqrt{0} = 0$.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

- Δεν ορίζεται τετραγωνική ρίζα αρνητικού αριθμού, γιατί δεν υπάρχει αριθμός που το τετράγωνο του να είναι αρνητικός αριθμός.
- Το σύμβολο \sqrt{x} έχει νόημα όταν $x \geq 0$.
- Αν $x \geq 0$ τότε $(\sqrt{x})^2 = x$ και $\sqrt{x^2} = x$
- Για κάθε πραγματικό αριθμό x , ισχύει $\sqrt{x^2} = |x|$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

Αν $\alpha \geq 0$ και $\beta \geq 0$ τότε $\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha\beta}$

Αν $\alpha \geq 0$ και $\beta > 0$ τότε $\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$

Αν $\alpha \geq 0$ και $\beta \geq 0$ τότε $\sqrt{\alpha^2\beta} = \alpha\sqrt{\beta}$

ΠΡΟΣΟΧΗ!

Αν α και β όχι αρνητικοί πραγματικοί αριθμοί τότε:

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} \neq \sqrt{\alpha + \beta}$$

Το ίδιο ισχύει και με το πρόσημο μείον (-).

Ασκήσεις για λύση.

Άσκηση 1.

Να απλοποιηθούν οι ρίζες από τους παρονομαστές των κλασμάτων (ρητοποίηση παρονομαστού)

(i) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(iv) $\frac{5}{2\sqrt{3}}$

(ii) $\frac{2}{\sqrt{2}\sqrt{3}}$

(v) $\frac{5\sqrt{2}+\sqrt{10}}{\sqrt{2}}$

(iii) $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

(vi) $\frac{6}{\sqrt{48}}$

Άσκηση 2.

Να κάνετε τις πράξεις

(i) $\sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

(ii) $(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

(iii) $\sqrt{5}+\sqrt{5}$

(iv) $\sqrt{5}\sqrt{5}$

(v) $\sqrt{5+5}$

(vi) $(\sqrt{12}+\sqrt{75})(\sqrt{48}-\sqrt{27})$

(vii) $2\sqrt{7}-4\sqrt{2}-5\sqrt{7}+6\sqrt{2}$

Άσκηση 3.

Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων

$$A = \sqrt{22 + \sqrt{5 + \sqrt{16}}} - \sqrt{8\sqrt{2}\sqrt{4}} + \sqrt{81}$$

$$B = \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(1+\sqrt{3})^2}$$

Άσκηση 4.

Να αποδείξετε ότι :

$$\text{i)} \quad \sqrt{2} \cdot \sqrt{20} = 2\sqrt{10}$$

$$\text{ii)} \quad \sqrt{2}\sqrt{18} - \sqrt{3}\sqrt{15} + \frac{\sqrt{60}}{\sqrt{3}} = 6 - \sqrt{5}$$

Άσκηση 5.

Να κάνετε τις πράξεις :

$$\text{i)} \quad \sqrt{2}(3\sqrt{8} - \sqrt{50})$$

$$\text{ii)} \quad \sqrt{3}(5\sqrt{12} - \sqrt{27})$$

$$\text{iii)} \quad (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

Άσκηση 6.

Να γράψετε την παράσταση $A = \sqrt{8} + \sqrt{16} - \sqrt{200} + \sqrt{50}$ στη μορφή $\alpha + \beta\sqrt{2}$ όπου α, β ακέραιοι αριθμοί.

Άσκηση 7.

Να αποδείξετε ότι : $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}} = 44$

Άσκηση 8.

Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

$$\text{α)} \sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$$

$$\text{β)} \sqrt{90} \cdot \sqrt{40}$$

$$\text{γ)} \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$$

$$\text{δ)} 5\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{150}$$

$$\text{ε)} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$$

$$\text{στ)} \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{ζ)} \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{90}}$$

$$\text{η)} \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{6}}$$

Άσκηση 9.

Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$A = \sqrt{13 + \sqrt{5 + \sqrt{16}}} \quad B = \sqrt{13 + \sqrt{\sqrt{81}}} \quad \Gamma = \sqrt{\sqrt{7} + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$$
$$\Delta = \sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}}} \quad E = \sqrt{57 + \sqrt{44 + \sqrt{15 + \sqrt{99 + \sqrt{1}}}}}$$

Άσκηση 10.

Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$A = \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32} - \sqrt{128} \quad B = \sqrt{3} + \sqrt{27} + \sqrt{48} - \sqrt{243}$$

Άσκηση 11.

Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) \frac{\sqrt{50} + \sqrt{72}}{\sqrt{128} - \sqrt{98}} = 11 \quad \beta) \frac{\sqrt{27} + \sqrt{48}}{\sqrt{243} - \sqrt{192}} = 7$$

Άσκηση 11.

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\alpha) x\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{3}(1 - x) \quad \beta) \frac{x-1}{\sqrt{2}} = \sqrt{8}$$
$$\gamma) \sqrt{32} \cdot x - 4 = \sqrt{8} \cdot x - 2 \quad \delta) \frac{x}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = x - 2\sqrt{2}$$

Άσκηση 12.

Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} = \frac{5}{2} \quad \beta) \frac{1}{(5 - \sqrt{23})^2} - \frac{1}{(5 + \sqrt{23})^2} = 5\sqrt{23}$$