

ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Ενδεικτικές Απαντήσεις Θεμάτων

Επιμέλεια: Λάζαρος Λίμος

Πε0401 Φυσικός

Θέμα Α

Α.1 (α)

Α.2 (β)

Α.3 (α)

Α.4 (δ)

Α.5 α - Λάθος

β - Λάθος

γ - Σωστό

δ - Λάθος

ε - Σωστό

Θέμα Β

Β.1 Σωστή απάντηση: (ii)

Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, από το γενικευμένο νόμο της στροφικής κίνησης, είναι ίσος με:

$$\frac{\Delta L_p}{\Delta t} = I_p \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{1}{3} ML^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (1)$$

Τη χρονική στιγμή που το σύστημα ράβδου - σφαιριδίου αφήνεται να κινηθεί από την οριζόντια θέση, θα έχουμε:

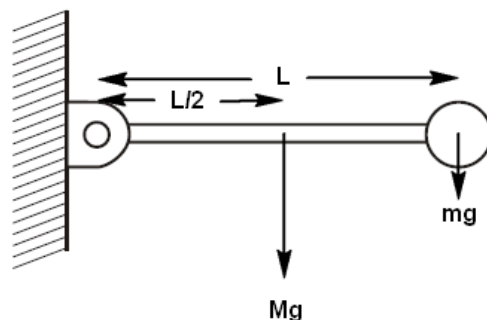
$$\Sigma \tau_{(O)} = I_{O\lambda} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\Sigma \tau_{(O)}}{I_{O\lambda}}$$

$$\Sigma \tau_{(O)} = Mg \frac{L}{2} + mgL = \frac{1}{2} MgL + \frac{1}{2} MgL = MgL \Rightarrow$$

$$I_{O\lambda} = \frac{1}{3} ML^2 + mL^2 = \frac{1}{3} ML^2 + \frac{1}{2} ML^2 = \frac{5}{6} ML^2$$

$$\Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{MgL}{\frac{5}{6} ML^2} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{6g}{5L}$$

$$\text{Άρα, από την (1): } \frac{\Delta L_p}{\Delta t} = \frac{1}{3} ML^2 \cdot \frac{6g}{5L} \Rightarrow \frac{\Delta L_p}{\Delta t} = \frac{2}{5} MgL$$



Β.2 Σωστή απάντηση: (i)

Η φάση του κύματος, που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα, είναι:

$$\left. \begin{aligned} \phi &= 2\pi \left(f \cdot t - \frac{x}{\lambda} \right) \\ \text{για } t &= 2\text{ s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \phi = 2\pi \left(2f - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow \phi = 4\pi f - \frac{2\pi}{\lambda} x.$$

Από το διάγραμμα, βρίσκουμε:

$$\left. \begin{aligned} \phi &= 4\pi f - \frac{2\pi}{\lambda} x \\ \text{για } x &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4\pi = 4\pi f \Rightarrow f = 1 \text{ Hz}$$

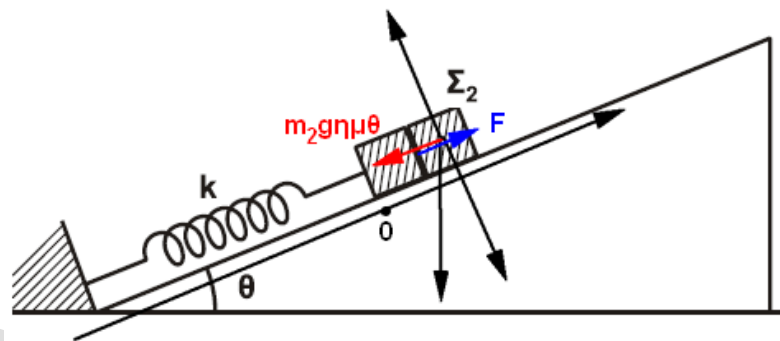
$$\left. \begin{aligned} \phi &= 4\pi - \frac{2\pi}{\lambda} x \\ \text{για } x &= 8 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0 = 4\pi - \frac{2\pi}{\lambda} 8 \Rightarrow \frac{16\pi}{\lambda} = 4\pi \Rightarrow \lambda = 4 \text{ m}$$

Άρα, η εξίσωση του κύματος είναι: $y = A \cdot \eta \mu 2\pi \left(t - \frac{x}{4} \right)$

B.3 Σωστή απάντηση: (i)

Το σύστημα των δύο σωμάτων, όσο είναι αυτά είναι σε επαφή, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με $D=k$ και επομένως: $k = (m_1 + m_2)\omega^2 \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{k}{m_1 + m_2}$

Στο σώμα Σ_2 ασκούνται, στον άξονα της κίνησης, η συνιστώσα του βάρους $m_2 g \eta \mu \theta$ και η δύναμη F από το σώμα Σ_1 .



Για την ταλάντωση του σώματος Σ_2 θα έχουμε:

$$\omega_2 = \omega \text{ και } \omega_2^2 = \omega^2 = \frac{k}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

$$\Sigma F_x = -D \cdot x \Rightarrow \Sigma F_x = -m_2 \omega^2 \cdot x \stackrel{(1)}{\Rightarrow} F - m_2 g \eta \mu \theta = -m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = m_2 g \eta \mu \theta - m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} \cdot x \Rightarrow F = m_2 \left(g \eta \mu \theta - \frac{k}{m_1 + m_2} \cdot x \right)$$

Η επαφή ανάμεσα στα σώματα Σ_1 και Σ_2 χάνεται όταν: $F = 0$.

$$m_2 \left(g \eta \mu \theta - \frac{k}{m_1 + m_2} \cdot x \right) = 0 \Rightarrow g \eta \mu \theta - \frac{k}{m_1 + m_2} \cdot x = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2) g \eta \mu \theta - k \cdot x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{(m_1 + m_2) g \eta \mu \theta}{k}$$

Για να μη χαθεί η επαφή θα πρέπει:

$$A < x \Rightarrow A < \frac{(m_1 + m_2)g\eta\mu\theta}{k} \Rightarrow k \cdot A < (m_1 + m_2)g\eta\mu\theta.$$

Θέμα Γ

Γ.1 Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ηλεκτρική ταλάντωση, θα έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} E = U_E + U_B &\Leftrightarrow U_E = E - U_B \Rightarrow U_E = E - \frac{1}{2}Li^2 \\ U_E = 8 \cdot 10^{-2}(1 - i^2) &\Leftrightarrow U_E = 8 \cdot 10^{-2} - 8 \cdot 10^{-2} \cdot i^2 \end{aligned} \right\} \text{ από τη σύγκριση:}$$

$$E = 8 \cdot 10^{-2} \text{ J και } \frac{1}{2}L = 8 \cdot 10^{-2} \text{ ή } L = 16 \cdot 10^{-2} \text{ H}$$

$$E = \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow C = \frac{2E}{V^2} \Rightarrow C = \frac{2 \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{16 \cdot 10^2} \text{ F} \Rightarrow C = 10^{-4} \text{ F}$$

Άρα, η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης θα είναι ίση με:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{16 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4}} \text{ s} \Rightarrow T = 8\pi \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Γ.2 Η δυναμική ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι:

$$\left. \begin{aligned} U_E &= \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \\ q &= Q \cdot \sin\omega t \end{aligned} \right\} \Rightarrow U_E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \sin^2 \frac{2\pi}{T} t$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \left. \right\} \Rightarrow U_E = E \cdot \sin^2 \frac{2\pi}{T} t$$

Τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{12}$ η ενέργεια είναι:

$$U_E = 8 \cdot 10^{-2} \cdot \sin^2 \frac{2\pi}{T} \frac{T}{12} \Rightarrow U_E = 8 \cdot 10^{-2} \cdot \sin^2 \frac{\pi}{6} \text{ J} \Rightarrow U_E = 8 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \text{ J} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_E = 6 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

Γ.3 Από το νόμο της αυτεπαγωγής:

$$(E_{\text{αυτ}}) = V_L = V_C = -L \frac{\Delta i}{\Delta t} \Leftrightarrow \left| \frac{\Delta i}{\Delta t} \right| = \frac{|V_C|}{L} \Rightarrow \left| \frac{\Delta i}{\Delta t} \right| = \frac{C}{L} \Rightarrow \left| \frac{\Delta i}{\Delta t} \right| = \frac{|q|}{LC} \quad (1)$$

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας, για τις στιγμές που $U_E = 3 \cdot U_B$:

$$\left. \begin{aligned} U_E = 3 \cdot U_B &\Leftrightarrow U_B = \frac{U_E}{3} \\ E = U_E + U_B &\end{aligned} \right\} \Rightarrow E = U_E + \frac{U_E}{3} \Rightarrow E = \frac{4}{3}U_E \Rightarrow U_E = \frac{3}{4}E \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{3}{4} E \Rightarrow q^2 = \frac{3}{2} E \cdot C \Rightarrow |q| = \sqrt{\frac{3}{2} E \cdot C} \Rightarrow |q| = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot 8 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4}} \text{ C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |q| = 2\sqrt{3} \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

Άρα, από την (1):

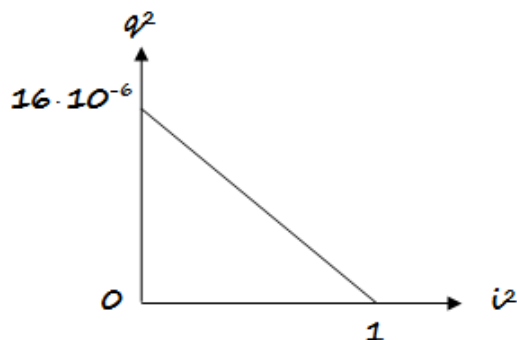
$$\left| \frac{\Delta i}{\Delta t} \right| = \frac{2\sqrt{3} \cdot 10^{-3}}{16 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4}} \frac{\text{A}}{\text{s}} \Rightarrow \left| \frac{\Delta i}{\Delta t} \right| = \frac{\sqrt{3}}{8} \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{s}} \text{ ή } \left| \frac{\Delta i}{\Delta t} \right| = 125 \cdot \sqrt{3} \frac{\text{A}}{\text{s}}$$

Γ.4 Από τη δυναμική ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή, θα έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} U_E &= \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \Rightarrow U_E = \frac{1}{2 \cdot 10^{-4}} q^2 \\ U_E &= 8 \cdot 10^{-2} - 8 \cdot 10^{-2} \cdot i^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2 \cdot 10^{-4}} q^2 = 8 \cdot 10^{-2} - 8 \cdot 10^{-2} \cdot i^2 \Rightarrow$$

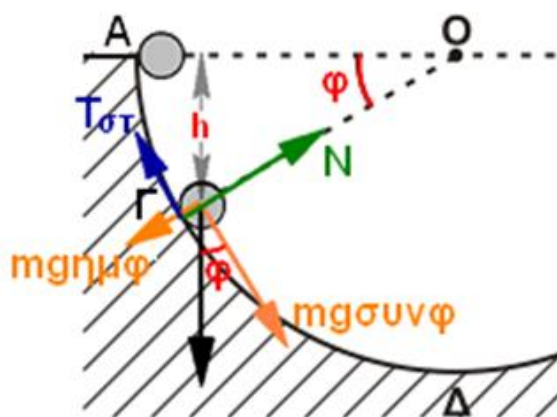
$$\Rightarrow q^2 = 16 \cdot 10^{-6} - 16 \cdot 10^{-6} \cdot i^2$$

Η γραφική παράσταση είναι της μορφής $y = \beta - \alpha x$:



Θέμα Δ

Δ.1



Από το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για τη σφαίρα:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \tau &= I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau} \cdot r = \frac{2}{5} m r^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \\ a_{cm} &= r \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \end{aligned} \right\} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{2}{5} m a_{cm} \Rightarrow m a_{cm} = \frac{5}{2} T_{\sigma\tau} \quad (1)$$

Από το 2^ο νόμο του Newton για τη μεταφορική κίνηση της σφαίρας:

$$\Sigma F = m \cdot a_{cm} \Leftrightarrow m g \sin \phi - T_{\sigma\tau} = m \cdot a_{cm} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} m g \sin \phi - T_{\sigma\tau} = \frac{5}{2} T_{\sigma\tau} \Rightarrow \frac{5}{2} T_{\sigma\tau} = m g \sin \phi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{2}{7} m g \sin \phi \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{2}{7} \cdot 1,4 \cdot 10 \cdot \sin \phi \Rightarrow \underline{T_{\sigma\tau} = 4 \cdot \sin \phi}$$

Δ.2 Η $\Sigma \vec{F}_y$ είναι η απαραίτητη κεντρομόλος δύναμη, όσο η σφαίρα είναι σε επαφή με το ημισφαίριο:

$$\Sigma F_y = F_{\text{κεντρ}} \Rightarrow N - m g \cos \phi = \frac{m v_{cm}^2}{R} \Rightarrow N = m g \cos \phi + \frac{m v_{cm}^2}{R} \Rightarrow N = m \left(g \cos \phi + \frac{v_{cm}^2}{R} \right) \quad (2)$$

Η κινητική ενέργεια της σφαίρας που κυλιέται στο ημισφαίριο γράφεται ως:

$$K_{ολ} = K_{μετ} + K_{στροφ} \Rightarrow K_{ολ} = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 \Rightarrow K_{ολ} = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} m r^2 \omega^2 \left. \vphantom{K_{ολ}} \right\} \Rightarrow v = \omega \cdot r$$

$$K_{ολ} = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{5} m v_{cm}^2 \Rightarrow K_{ολ} = \frac{7}{10} m v_{cm}^2$$

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας, για την κύλιση της σφαίρας από το Α στο Γ, θα έχουμε:

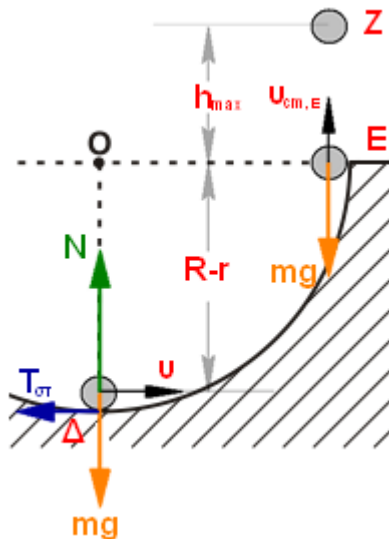
$$K_{ολ,A}^0 + U_A = K_{ολ,Γ} + U_{Γ}^0 \Rightarrow mgh = \frac{7}{10} m v_{cm,Γ}^2 \Rightarrow gR\eta\mu\phi = \frac{7}{10} v_{cm,Γ}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_{cm,Γ}^2}{R} = \frac{10}{7} g\eta\mu\phi$$

Επομένως, από την (2), θα έχουμε:

$$N = m(g\eta\mu\phi + \frac{10}{7} g\eta\mu\phi) \Rightarrow N = \frac{17}{7} mg\eta\mu\phi \Rightarrow N = \frac{17}{7} 1,4 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} N \Rightarrow \underline{N = 17 N}$$

Δ.3 Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας, για την κύλιση της σφαίρας από το Δ στο Ε, θα έχουμε:



$$K_{ολ,Δ} + U_{Δ}^0 = K_{ολ,Ε} + U_{Ε} \Rightarrow \frac{7}{10} m v_{cm,Δ}^2 = \frac{7}{10} m v_{cm,Ε}^2 + mg(R-r) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{7}{10} m v_{cm,Ε}^2 = \frac{7}{10} m v_{cm,Δ}^2 - mg(R - \frac{R}{8}) \Rightarrow m v_{cm,Ε}^2 = m v_{cm,Δ}^2 - \frac{10}{7} m g \frac{7}{8} R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{cm,Ε}^2 = v_{cm,Δ}^2 - \frac{5}{4} gR \Rightarrow v_{cm,Ε} = \sqrt{v_{cm,Δ}^2 - \frac{5}{4} gR} \Rightarrow v_{cm,Ε} = 4 \frac{m}{s}$$

Από τη στιγμή που χάνεται η επαφή της σφαίρας με το ημισφαίριο η κινητική ενέργειά της λόγω στροφικής κίνησης παραμένει σταθερή. Έτσι, από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την κίνηση της σφαίρας από το σημείο Ε στο σημείο Ζ, θα έχουμε:

$$K_{ολ,Ε} + U_E^ο = K_{ολ,Ζ} + U_Z \Rightarrow \frac{1}{2} m v_{cm,Ε}^2 + \frac{1}{2} I \omega_E^2 = \frac{1}{2} I \omega_E^2 + m g h_{max} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_{max} = \frac{v_{cm,Ε}^2}{2g} \Rightarrow h_{max} = \frac{16}{20} \text{ m} \Rightarrow \underline{h_{max} = 0,8 \text{ m}}$$

Δ.4 Τη στιγμή που χάνεται η επαφή της σφαίρας με το ημισφαίριο, θα έχουμε:

$$\underline{\frac{\Delta L}{\Delta t} = \Sigma \tau = 0.}$$

Λάζαρος Λίμος