

Γραμμικά Συστήματα (2 εξισώσεων με 2 αγνώστους)

1. Τι ονομάζουμε **γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους** και τι λύση αυτού του συστήματος.;

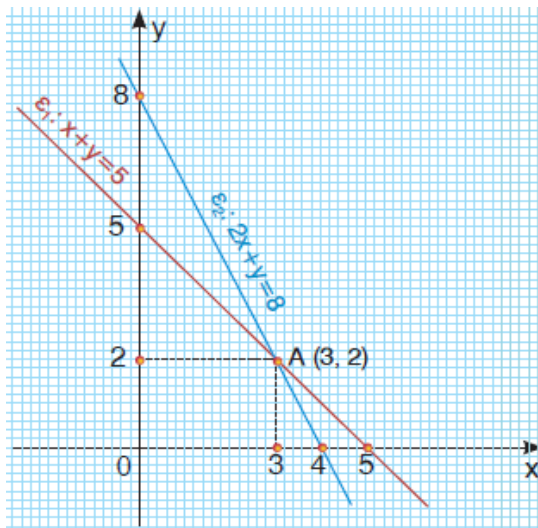
Απάντηση: Όταν έχουμε δύο γραμμικές εξισώσεις με δύο αγνώστους και αναζητούμε το ζεύγος των αριθμών (x, y) που είναι ταυτόχρονα λύση και των δύο εξισώσεων λέμε ότι έχουμε ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων με δύο αγνώστους. Π.χ:

$$\begin{cases} ax + by = \gamma \\ a'x + b'y = \gamma' \end{cases}$$

Λύση ενός γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x και y ονομάζεται κάθε ζεύγος αριθμών (x, y) που επαληθεύει και τις δύο εξισώσεις του.

Παρατήρηση: Η λύση (x, y) του γραμμικού συστήματος επαληθεύει και τις δύο εξισώσεις του παραπάνω συστήματος, δηλαδή είναι σημείο του επιπέδου που ανήκει και στις δύο ευθείες που περιγράφουν οι εξισώσεις αυτές.

Παράδειγμα:



Οι ευθείες $x + y = 5$ και $2x + y = 8$ τέμνονται στο σημείο $A(3, 2)$. Άρα η λύση του συστήματος:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

είναι το ζεύγος $(x, y) = (3, 2)$.

Παρατήρηση: Υπάρχουν πολλοί τρόποι αλγεβρικής επίλυσης των γραμμικών συστημάτων δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. Συνήθως χρησιμοποιούμε τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών.



2. α) Ποια συστήματα ονομάζονται **αδύνατα**; Δώστε ένα παράδειγμα.

Απάντηση: Αδύνατο ονομάζεται το σύστημα που δεν έχει καμία λύση. Π.χ:

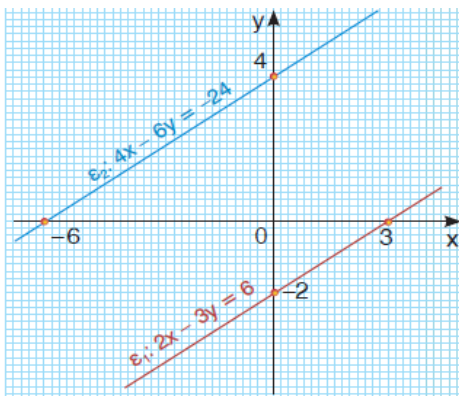
$$\begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ -2x - 3y = -8 \end{cases}$$

$$0.x + 0.y = 2$$

Παρατήρηση: Το παραπάνω σύστημα είναι αδύνατο. Επομένως, οι ευθείες του συστήματος δεν έχουν κανένα κοινό σημείο, δηλαδή είναι παράλληλες.



Παράδειγμα:



Οι ευθείες $2.x - 3.y = 6$ και $4.x - 6.y = -24$ είναι παράλληλες. Δεν έχουν κανένα κοινό σημείο.

Άρα το σύστημα:

$$\begin{cases} 2.x - 3.y = 6 \\ 4.x - 6.y = -24 \end{cases}$$

είναι αδύνατο (καμία λύση).

β) Ποια συστήματα ονομάζονται **αόριστα**; Δώστε ένα παράδειγμα.

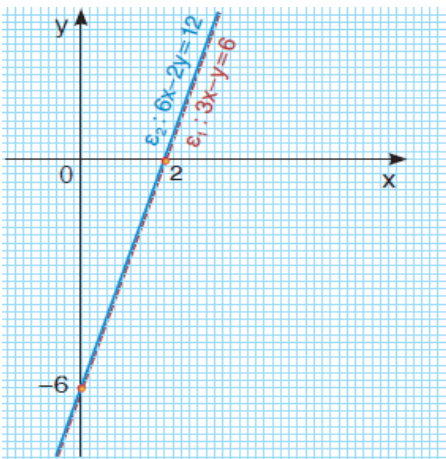
Απ: Αόριστο ονομάζεται το σύστημα που έχει άπειρες λύσεις. Π.χ:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ -2x - 3y = -10 \end{cases}$$

$$0.x + 0.y = 0$$

Παρατήρηση: Το παραπάνω σύστημα έχει άπειρες λύσεις. Επομένως, οι ευθείες του συστήματος έχουν άπειρα κοινά σημεία, δηλαδή ταυτίζονται.

Παράδειγμα:



Οι ευθείες $6.x - 2.y = 12$ και $3.x - y = 6$ ταυτίζονται. Άρα, έχουν άπειρα κοινά σημεία.

Επομένως, το σύστημα:

$$\begin{cases} 6.x - 2.y = 12 \\ 3.x - y = 6 \end{cases}$$

είναι αόριστο (άπειρες λύσεις).