

Γραμμική εξίσωση με 2 αγνώστους

1. Τι ονομάζουμε γραμμική εξίσωση με δύο αγνώστους και τι λύση αυτής της εξίσωσης;

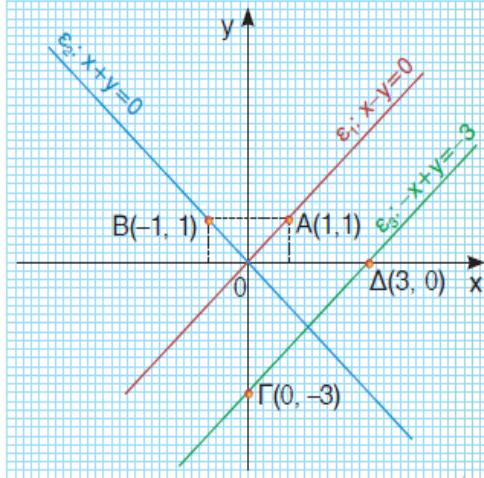
Απάντηση: Κάθε εξίσωση της μορφής $ax + \beta y = \gamma$ ονομάζεται γραμμική εξίσωση με δύο αγνώστους. Κάθε ζεύγος αριθμών (x, y) που την επαληθεύει ονομάζεται λύση της εξίσωσης.



1

Παρατήρηση: Αν σε ένα σύστημα συντεταγμένων τοποθετήσουμε τα σημεία (x, y) που οι συντεταγμένες τους είναι λύσεις της γραμμικής εξίσωσης $ax + \beta y = \gamma$ τότε σχηματίζεται μια ευθεία γραμμή. Δηλαδή, η εξίσωση $ax + \beta y = \gamma$ παριστάνει ευθεία γραμμή, και αντίστροφα κάθε σημείο αυτής της ευθείας γραμμής επαληθεύει την εξίσωση.

Παράδειγμα:



Στο γράφημα βλέπουμε τις ευθείες ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 οι οποίες περιγράφονται από τις εξισώσεις $x + y = 0$, $x - y = 0$ και $-x + y = -3$ αντίστοιχα.

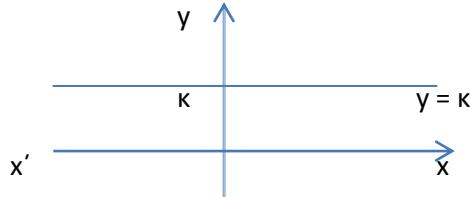
Το σημείο $(-1, 1)$ είναι σημείο της ευθείας ϵ_1 γιατί επαληθεύει την εξίσωση $x + y = 0$ (πράγματι: $-1 + 1 = 0$). Δεν είναι, όμως, σημείο της ϵ_2 γιατί δεν επαληθεύει την εξίσωση $x - y = 0$ (πράγματι: $-1 - 1 = -2 \neq 0$).

Το σημείο $(3, 0)$ είναι σημείο της ευθείας ϵ_3 γιατί επαληθεύει την εξίσωση $-x + y = -3$ (πράγματι: $-3 + 0 = -3$). Δεν είναι, όμως, σημείο της ϵ_2 γιατί δεν επαληθεύει την εξίσωση $x - y = 0$ (πράγματι: $3 - 0 = 3 \neq 0$).

Το σημείο $O(0, 0)$ είναι κοινό σημείο των ευθειών ϵ_1 και ϵ_2 γιατί επαληθεύει τις εξίσωσεις $x + y = 0$ και $x - y = 0$ αντίστοιχα (πράγματι: $-1 + 1 = 0$ και $-1 - (-1) = -1 + 1 = 0$).

2. Τι παριστάνει μια εξίσωση της μορφής $y = k$, $k \neq 0$;

Απ: Κάθε εξίσωση της μορφής $y = k$, $k \neq 0$ παριστάνει ευθεία γραμμή παράλληλη στον xx' άξονα.



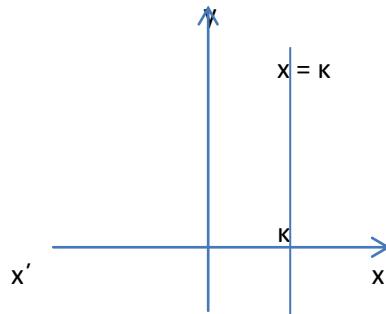
2

Παρατήρηση 1: Ο άξονας xx' περιγράφεται από την εξίσωση $y = 0$.

Παρατήρηση 2: Η εξίσωση $y = k$ προκύπτει από την εξίσωση $\alpha x + \beta y = \gamma$ όταν $\alpha = 0$.

3. Τι παριστάνει μια εξίσωση της μορφής $x = k$, $k \neq 0$;

Απ: Κάθε εξίσωση της μορφής $x = k$, $k \neq 0$ παριστάνει ευθεία γραμμή παράλληλη στον yy' άξονα.



Παρατήρηση 1: Ο άξονας yy' περιγράφεται από την εξίσωση $x = 0$.

Παρατήρηση 2: Η εξίσωση $x = k$ προκύπτει από την εξίσωση $\alpha x + \beta y = \gamma$ όταν $\beta = 0$.

Σημαντική Παρατήρηση:

Για να βρω σε ποιο σημείο τέμνει τον xx' άξονα η ευθεία $\alpha x + \beta y = \gamma$ θέτω όπου $y = 0$.

Για να βρω σε ποιο σημείο τέμνει τον yy' άξονα η ευθεία $\alpha x + \beta y = \gamma$ θέτω όπου $x = 0$.

Π.χ.: Η ευθεία $2x - y = 2$ τέμνει τον xx' άξονα στο σημείο $A(1, 0)$ γιατί αν θέσουμε όπου $y = 0$ έχουμε: $2x - 0 = 2$, δηλαδή $x = 1$. Επίσης, η ευθεία $2x - y = 2$ τέμνει τον yy' άξονα στο σημείο $A(0, -2)$ γιατί αν θέσουμε όπου $x = 0$ έχουμε: $2 \cdot 0 - y = 2$, δηλαδή $y = -2$.