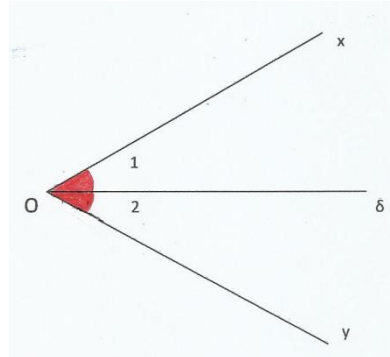


## ΔΙΧΟΤΟΜΟΣ ΓΩΝΙΑΣ

**Διχοτόμος** της γωνίας  $x\hat{O}y$  ονομάζεται η ημιευθεία  $O\delta$  που ξεκινά από την κορυφή της  $O$  και τη χωρίζει σε δύο ίσα μέρη.

$$\text{Οδ διχοτόμος} \Rightarrow \hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_2 = \frac{\hat{\theta}}{2}$$

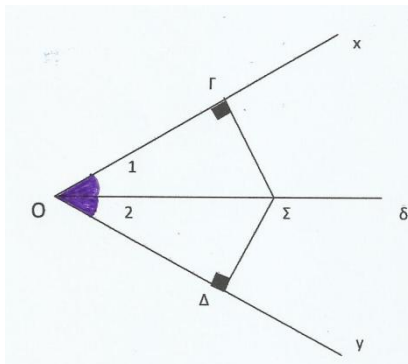


1

### ΙΔΙΟΤΗΤΑ ΔΙΧΟΤΟΜΟΥ

Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας **ισαπέχει** από τις πλευρές της γωνίας.

απόδειξη



Δεδομένα	Ζητούμενα
Οδ διχοτόμος Σ τυχαίο σημείο της Οδ	$\Sigma\Gamma = \Sigma\Delta$

\*  $\Sigma\Gamma$ : η απόσταση του σημείου  $\Sigma$  από την πλευρά  $Ox$  (κάθετο ευθύγραμμο τμήμα)

\*  $\Sigma\Delta$ : η απόσταση του σημείου  $\Sigma$  από την πλευρά  $Oy$  (κάθετο ευθύγραμμο τμήμα)

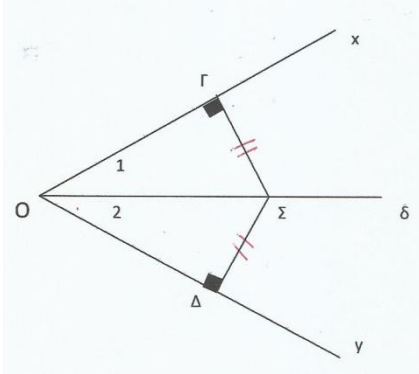
Για να δείξω ότι το σημείο  $\Sigma$  **ισαπέχει** (απέχει την ίδια απόσταση) από τις πλευρές  $Ox$  και  $Oy$  της γωνίας  $x\hat{O}y$ , αρκεί να δείξω ότι:  $\Sigma\Gamma = \Sigma\Delta$ .

Συγκρίνω τα **ορθογώνια** τρίγωνα  $O\Gamma\Sigma$  και  $O\Delta\Sigma$ :

$$\left. \begin{array}{l} 1) \hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_2 (\text{Οδ διχοτόμος}) \\ 2) O\Sigma \text{ κοινή πλευρά} \end{array} \right\} \Rightarrow O\Gamma\Sigma = O\Delta\Sigma \text{ (1 πλευρά και 1 μία οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες). Άρα } \Sigma\Gamma = \Sigma\Delta.$$

**ΣΗΜΑΝΤΙΚΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:**

Ισχύει και το αντίστροφο της παραπάνω πρότασης, δηλαδή: «Αν ένα σημείο  $\Sigma$  ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας  $xOy$ , τότε είναι σημείο της διχοτόμου  $O\delta$  της γωνίας.

**απόδειξη**

Δεδομένα	Ζητούμενα
$\Sigma\Gamma = \Sigma\Delta$ $\Sigma$ εσωτερικό σημείο της γωνίας $xOy$	$O\delta$ διχοτόμος

2

Έστω  $\Sigma$  εσωτερικό σημείο της γωνίας  $xOy$ , τέτοιο ώστε  $\Sigma\Gamma = \Sigma\Delta$  (ισαπέχει από τις πλευρές  $Ox$  και  $Oy$ ).

Συγκρίνω τα **ορθογώνια** τρίγωνα  $O\Gamma\Sigma$  και  $O\Delta\Sigma$ :

$$\left. \begin{array}{l} 1) \Sigma\Gamma = \Sigma\Delta \text{ (Υπόθεση)} \\ 2) O\Sigma \text{ κοινή πλευρά} \end{array} \right\} \Rightarrow O\Gamma\Sigma = O\Delta\Sigma \text{ (2 πλευρές αντίστοιχα ίσες).}$$

Άρα,  $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow O\delta$  διχοτόμος της γωνίας  $xOy$ .

**ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ ΙΣΧΥΟΥΝ ΤΑ ΕΞΗΣ:**

Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας.

&

Κάθε εσωτερικό σημείο μιας γωνίας που ισαπέχει από τις πλευρές της είναι σημείο της διχοτόμου της γωνίας.