ΦΥΣΙΚΗ Ι - ΜΗΧΑΝΙΚΗ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΑΚΑΔ. ΕΤΟΣ 2014-2015
3ο ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Παράδοση: 9/1/2015 Η. Ζουμπούλης, Ι. Ράπτης, Ν. Τράκας

1. Στεφάνη ακτίνας R περιστρέφεται ομαλά με γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό της και περνά από το σημείο Ο της περιφέρειάς της. Στη στεφάνη είναι περασμένη μία χάντρα μάζας m. α) Αν η χάντρα ισορροπεί ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗ ΣΤΕΦΑΝΗ σε κάποιο σημείο της, τι κίνηση κάνει ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΚΙΝΗΤΟ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΗ; β) Θεωρώντας ότι δεν έχουμε τριβή μεταξύ χάντρας και στεφάνης, σε ποια σημεία της στεφάνης θα σταματήσει η χάντρα; γ) Αν έχουμε τριβή με συντελεστή μ, σε ποια περιοχή της στεφάνης η χάντρα παραμένει ακίνητη ως προς την στεφάνη; Βρείτε τη μέγιστη τιμή της τριβής ως συνάρτηση των m, ω, R και μ. Βρισκόμαστε εκτός του πεδίου βαρύτητας (Υπόδειξη: Θυμηθείτε ότι τριβή μπορεί να πάρει τιμές ΕΩΣ μ επί την κάθετο δύναμη).

2. Τρεις λεπτές τετραγωνικές πλάκες πλευράς a και μάζας m είναι συνδεδεμένες όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σύστημα περιστρέφεται, με τη βοήθεια μηχανισμού και με γωνιακή ταχύτητα ω, γύρω από άξονα zz' μέσα σε ρευστό που αντιστέκεται στην κίνηση με μια κάθετη δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας ανάλογη της ταχύτητας: $dF_{\perp}/ds = kv$ ($k > 0$). Βρείτε τη ροπή (ως προς τον άξονα zz'), που ασκεί το ρευστό σε κάθε πλάκα ως συνάρτηση της γωνιακής ταχύτητας. Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ σταματά να λειτουργεί ο μηχανισμός περιστροφής ενώ η γωνιακή ταχύτητα είναι ω_0, βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος ως συνάρτηση του χρόνου. Δίνεται ροπή αδρανείας λεπτής τετραγωνικής πλάκας μάζας M ως προς άξονα που είναι παράλληλος με δύο από τις πλευρές της ΚΑΙ ΠΕΡΝΑ ΑΠΟ ΤΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΗΣ: $Ma^2/12$.

3. Σύστημα αρμονικού ταλαντωτή με απόσβεση, έχει παραμέτρους μάζα (m), σταθερά ελατηρίου (k), συντελεστή τριβής (b), τέτοιους ώστε να αντιστοιχούν σε ισχυρή απόσβεση. Το σύστημα διεγείρεται με αρχικές συνθήκες $x(t = 0) = x_0$ και $v(t = 0) = v_0$. (α) Να προσδιορίσετε τη σχέση που πρέπει να ικανοποιούν οι αρχικές συνθήκες (x_0, v_0), ώστε το σύστημα να διέλθει από τη θέση ισορροπίας ($x = 0$) μία τουλάχιστον φορά (για $t_1 > 0$, πριν την ασυμπτωτική του προσέγγιση σε αυτό, για $t \to \infty$). [Χειριστείται με προσοχή την ανισότητα που προκύπτει από τη συνθήκη να είναι πεπερασμένη και θετική η χρονική στιγμή t_1.] (β) Δείξτε ότι, στην περίπτωση που ικανοποιούνται οι συνθήκες του ερωτήματος (α), αυτό μπορεί να συμβεί μία μόνο φορά και να προσδιορισθεί αυτή η χρονική στιγμή t_1. (γ) Να υπολογιστεί το έργο που απορροφά η δύναμη της τριβής, $F_{\tau\rho} = -bv$, από την αρχή της κίνησης μέχρι τη χρονική στιγμή t_1.

4. Κυκλική οριζόντια πλατφόρμα μάζας M, ακτίνας R και ροπής αδράνειας I, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές περί τον κατακόρυφο άξονα συμμετρίας της, και είναι αρχικά ακίνητη. Σε απόσταση $r < R$ από το κέντρο της πλατφόρμας είναι στηριγμένος, ακλόνητα ως προς την πλατφόρμα, πυροσβεστήρας μάζας m ο οποίος περιέχει υλικό μάζας m_0. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, ενεργοποιείται ο πυροσβεστήρας έτσι ώστε να εκτοξεύει υλικό με ρυθμό $|dm/dt| = \mu$, και με σχετική ταχύτητα u ως προς τον πυροσβεστήρα, κάθετα στην ακτίνα που συνδέει τον πυροσβεστήρα με το κέντρο της πλατφόρμας. (α) Δείξτε ότι η πλατφόρμα θα αρχίσει να περιστρέφεται, και γράψτε τη διαφορική εξίσωση που ικανοποιεί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της πλατφόρμας, όπως προκύπτει από το νόμο διατήρησης της στροφορμής του κατάλληλου κλειστού συστήματος. (β) Υπολογίστε την εξάρτηση της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος "Πλατφόρμα-Πυροσβεστήρας" από το χρόνο και την τελική της τιμή, ω_0, όταν εξαντλείται το περιεχόμενο του πυροσβεστήρα. (γ) Ο κενός πυροσβεστήρας μετακινείται στο κέντρο της πλατφόρμας, με τη βοήθεια εσωτερικού μηχανισμού του συστήματος. Υπολογίστε τη νέα τελική γωνιακή ταχύτητα της πλατφόρμας, ω_f, και το έργο που έδωσε ο μηχανισμός μετακίνησης του πυροσβεστήρα.

5. Θεωρήστε μία ομογενή ράβδο μάζας M και μήκους L. Η ράβδος εκτελεί περιστροφική κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω περί άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της O και σχηματίζει γωνία θ με τον άξονά της. Να βρείτε την στροφορμή $\mathbf{L}$ της ράβδου και και την ροπή $\mathbf{N}$ που πρέπει να ασκείται στη ράβδο, στο σημείο άρθρωσης, από τον μηχανισμό που επιβάλλει αυτή την κίνηση.

6. Θεωρήστε την παιδική αιώρα (κούνια) με όμοια αβαρή ελατήρια ίσου μήκους σε σχήμα V. Το (αβαρές) κάθισμα του αναβάτη είναι αναρτημένο στο σημείο σύνδεσης των δύο ελατηρίων, το άλλο άκρο τους είναι σταθεροποιημένο σε δύο κατακόρυφους τοίχους που απέχουν απόσταση $2a$, ενώ η αιώρηση γίνεται κατά μήκος της κατακορύφου, η οποία διχοτομεί την γωνία μεταξύ τους. Τα δύο ελατήρια έχουν φυσικό μήκος $l_{ph} = 0$ και σταθερά C. (α) Βρείτε την συνθήκη ισορροπίας για αναβάτη μάζας m, δηλ. το μήκος l_0 του καθενός ελατηρίου, καθώς και την γωνία θ_0 που πρέπει να σχηματίζει κάθε ελατήριο με την κατακόρυφο για να ασκείται μηδενική δύναμη στον αναβάτη. (β) Αποδείξτε ότι το σύστημα κάθισμα+αναβάτης εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, αν μετακινηθεί κατά απόσταση ξ από τη θέση ισορροπίας του κατά μήκος της κατακορύφου. [Δεχθείτε ότι το σύστημα: κάθισμα+αναβάτης έχει δυνατότητα μετακίνησης μόνο κατά μήκος της κατακορύφου. (γ) Βρείτε την σταθερά C των ελατηρίων, τέτοια ώστε η πρίοδος T της ταλάντωσης να είναι 1 s, για μάζα αναβάτη $m = 30$ kg.

ΛΥΣΤΕ 5 ΑΠΟ ΤΙΣ 6 ΑΣΚΗΣΕΙΣ