

ΦΥΣΙΚΗ Ι - ΜΗΧΑΝΙΚΗ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΑΚΑΔ. ΕΤΟΣ 2014-2015
2ο ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Παράδοση: 5/12/2014

Η. Ζουμπούλης, Ι. Ράπτης, Ν. Τράκας

1. Ένα σώμα μάζας m βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο και είναι συνδεδεμένο στο αριστερό άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k και φυσικού μήκους $99a$. Το δεξί άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο σημείο $x_1 = 100a$. Το σώμα δέχεται και μια επιπλέον δύναμη $\mathbf{F}(x) = k(x-a)^2/a$ με a θετική σταθερά. (α) Ποιά είναι η συνάρτηση της δυναμικής ενέργειας $U(x)$ του σώματος στο διάστημα $(-\infty, 10a]$, αν $U(a) = 0$; (β) Να σχεδιασθεί πρόχειρα η $U(x)$ στο διάστημα $(-\infty, 10a]$ και να βρεθούν τα σημεία ισορροπίας του σώματος, καθώς και το είδος ισορροπίας στο καθένα. (γ) Αν το σώμα ξεκινήσει από τη θέση $x = 0$ με μηδενική αρχική ταχύτητα, υπολογίστε με πόση ταχύτητα θα περάσει από το σημείο του παραπάνω διαστήματος όπου η δυναμική του ενέργεια είναι πεπερασμένη και έχει τοπικό μέγιστο. (δ) Έστω ότι το σώμα αφήνεται με μηδενική αρχική ταχύτητα από την θέση $0, 9a$. Δείξτε ότι η κίνηση που θα επακολουθήσει είναι κατά προσέγγιση αρμονική ταλάντωση και βρείτε την περίοδό της.

2. Η δυναμική ενέργεια ενός διατομικού μορίου είναι ίση με $U(r) = -U_0 + U_0(1 - e^{-a(r-r_0)})^2$, όπου r είναι η απόσταση μεταξύ των δύο ατόμων και U_0 και a είναι θετικές σταθερές. Έστω ότι το ένα άτομο παραμένει ακίνητο στη θέση $r = 0$. (α) Σχεδιάστε τη συνάρτηση $U(r)$. (β) Βρείτε τη δύναμη που ασκείται στο ελεύθερο άτομο. Εξηγήστε για ποια r είναι η δύναμη ελκτική, μηδενική, απωστική. (γ) Το ελεύθερο άτομο κρατείται στη θέση $r = 3r_0/2$ και αφήνεται να κινηθεί, με μηδενική αρχική ταχύτητα. Βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει. Περιγράψετε την κίνηση που θα επακολουθήσει. (δ) Αν μπορούσαμε να συμπίεσουμε τα δύο άτομα, έτσι ώστε να πλησιάσουν σε απόσταση μικρότερη από την απόσταση ευσταθούς ισορροπίας τους, πόση πρέπει να γίνει η μεταξύ τους απόσταση ώστε, όταν αφεθούν ελεύθερα, να απομακρυνθούν με τρόπο ώστε να διασπασθεί το μόριο;

3. Πύραυλος είναι προσαρμοσμένος πάνω σε αβαρές έλκηθρο και έχει μάζα 100 kg όταν είναι άδειος από καύσιμα. Το σύστημα βρίσκεται στο ομογενές βαρυτικό πεδίο της Γης ($g \approx 10 \text{ m/sec}^2$) και πάνω σε επίπεδο έδαφος. Γεμίζουμε τον πύραυλο με καύσιμα 500 kg και την χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζουμε την ανάφλεξη έτσι ώστε τα καύσιμα να καίγονται με μεταβλητό ρυθμό $\lambda = (dm/dt) = at$ όπου $a = 50 \text{ kg/sec}^2$. Τα καύσιμα που καίγονται εκτοξεύονται με σχετική ταχύτητα $u = 25 \text{ m/sec}$ ως προς τον πύραυλο. Έστω ότι ο συντελεστής τριβής ανάμεσα στο έλκηθρο και ο έδαφος είναι $\mu = 0,5$. α) Βρείτε τη χρονική στιγμή t_1 που ο πύραυλος θα αρχίσει να κινείται. β) Αμέσως μόλις αρχίσει ο πύραυλος να κινείται, ο ρυθμός ανάφλεξης σταθεροποιείται στην τιμή $\lambda = at_1$, ενώ τα καύσιμα συνεχίζουν να εκτοξεύονται με την ίδια σχετική ταχύτητα u προς τον πύραυλο. Να βρεθεί η ταχύτητα του πυραύλου την στιγμή t_2 που τελειώνουν τα καύσιμα από τις δεξαμενές του. γ) Βρείτε την απόσταση που θα διανύσει ο πύραυλος από την στιγμή t_2 έως ότου σταματήσει.

4. Δίνεται η δύναμη $\mathbf{F} = (2xyz, x^2z, x^2y + 3)$, σε N όταν τα μήκη είναι σε m. Βρείτε την συνάρτηση δυναμικής ενέργειας αν θεωρήσουμε ότι $U(1, 1, 1) = 0$.

5. Υπολογίστε το έργο που παράγει η δύναμη $\mathbf{F} = (3x - 2y, y + 2z, -x^2)$, σε N όταν τα μήκη είναι σε m, όταν το σημείο εφαρμογής της μετατοπίζεται από το σημείο $(0,0,0)$ στο σημείο $(1,1,1)$ κατά μήκος της καμπύλης C, όταν C είναι: α) η καμπύλη $x = t, y = t^2, z = t^3$ και β) η καμπύλη $x = z^2, z = y^2$. γ) Είναι διατηρητική η δύναμη;