

**ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ &  
ΛΥΜΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

**ΑΛΓΕΒΡΑ**

**Καθηγητής:  
Κωνσταντίνος Κρικώνης  
Μαθηματικός Ειδικής Αγωγής**

Πίνακας περιεχομένων

1	Εισαγωγή στις Αριθμητικές Παραστάσεις.....	8
1.1	Αριθμητικές παράστασεις; .....	8
1.2	Σειρά εκτέλεσης πράξεων.....	9
1.3	Παρενθέσεις.....	10
1.4	Αριθμητικές παραστάσεις με περισσότερες πράξεις	13
1.5	Συνηθισμένα λάθη .....	13
1.6	Παραδείγματα για εξάσκηση.....	13
1.7	Ασκήσεις για το σπίτι .....	14
2	Αριθμητικές Παραστάσεις.....	15
2.1	Λυμένες Ασκήσεις .....	15
3	Αλγεβρικές Παραστάσεις .....	17
3.1	Τι είναι αλγεβρική παράσταση; .....	17

3.2	Στοιχεία αλγεβρικής παράστασης .....	17
3.3	Υπολογισμός τιμής αλγεβρικής παράστασης	18
3.4	Ισότητα και συνώνυμες παραστάσεις .....	18
3.5	Λυμένες Ασκήσεις .....	18
3.6	Ασκήσεις για εξάσκηση .....	19
4	Εισαγωγή στη Μαθηματική Λογική	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
4.1	Τι είναι Μαθηματική Λογική;	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
4.2	Προτάσεις.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
4.3	Λογικοί σύνδεσμοι	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
4.4	Πίνακες αληθείας	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
4.5	Λυμένες Ασκήσεις	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
4.6	Ασκήσεις για εξάσκηση	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
5	Αλγεβρική Παράσταση .....	20
5.1	Τι είναι αλγεβρική παράσταση; .....	20

5.2	Στοιχεία αλγεβρικής παράστασης .....	20
5.3	Υπολογισμός τιμής αλγεβρικής παράστασης	21
5.4	Ισότητα και συνώνυμες παραστάσεις .....	21
5.5	Λυμένες Ασκήσεις .....	21
5.6	Ασκήσεις για εξάσκηση .....	22
6	<b>Βασικές Έννοιες της Λογικής</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
6.1	Τι είναι Λογική;	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
6.2	Προτάσεις.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
6.3	Λογικοί Σύνδεσμοι	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
6.4	Πίνακες Αληθείας	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
6.5	Λυμένες Ασκήσεις	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
6.6	Ασκήσεις για Εξάσκηση	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
7	<b>Σύνολα .....</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
7.1	Τι είναι Σύνολο;	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

- 7.2 Τρόποι Αναπαράστασης Συνόλων **Error! Bookmark not defined.**
- 7.3 Σχέση Στοιχείου και Συνόλου **Error! Bookmark not defined.**
- 7.4 Υποσύνολο..... **Error! Bookmark not defined.**
- 7.5 Ειδικά Σύνολα. **Error! Bookmark not defined.**
- 7.6 Πράξεις Συνόλων **Error! Bookmark not defined.**
- 7.7 Λυμένες Ασκήσεις **Error! Bookmark not defined.**
- 7.8 Ασκήσεις για Εξάσκηση **Error! Bookmark not defined.**
- 8 Εισαγωγή στη Θεωρία Συνόλων **Error! Bookmark not defined.**
  - 8.1 Έννοια Συνόλου **Error! Bookmark not defined.**
  - 8.2 Αναπαράσταση Συνόλων **Error! Bookmark not defined.**
  - 8.3 Σχέση Στοιχείου και Συνόλου **Error! Bookmark not defined.**
  - 8.4 Υποσύνολα και Ισότητα Συνόλων **Error! Bookmark not defined.**
  - 8.5 Ειδικά Σύνολα. **Error! Bookmark not defined.**
  - 8.6 Πράξεις Συνόλων **Error! Bookmark not defined.**

8.7	Διαγράμματα Venn	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
8.8	Λυμένες Ασκήσεις	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
8.9	Ασκήσεις για Εξάσκηση	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
9	Επαναληπτικό: Αριθμητικές & Αλγεβρικές Παραστάσεις, Λογική και Σύνολα	23
9.1	Αριθμητικές Παραστάσεις.....	23
9.2	Αλγεβρικές Παραστάσεις .....	23
9.3	Μαθηματική Λογική	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
9.4	Θεωρία Συνόλων	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
9.5	Ασκήσεις για Εξάσκηση.....	24
10	Εισαγωγή στις Έννοιες .....	24
10.1	Αριθμοί.....	25
10.2	Μεταβλητές .....	25
10.3	Σχέσεις .....	25

10.4	Συναρτήσεις.....	26
10.5	Σχήματα και Χώρος	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
10.6	Λογική .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
10.7	Λυμένες Ασκήσεις .....	26
10.8	Ασκήσεις για Εξάσκηση.....	27

# 1 Εισαγωγή στις Αριθμητικές Παραστάσεις

Μια αριθμητική παράσταση είναι μια μαθηματική έκφραση που αποτελείται από αριθμούς και πράξεις (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμό, διαίρεση, δυνάμεις, ρίζες).

## 1.1 Αριθμητικές παράστασεις;

- $+ 5 \times 2$
- $12 + 8$
- $20 - 7$
- $6 \times 4$
- $25 \div 5$
- $2^3$
- $(4 + 6) \times 2$

## 1.2 Σειρά εκτέλεσης πράξεων

Για να υπολογίσουμε μια παράσταση, πρέπει να ακολουθούμε συγκεκριμένη σειρά:

1. Πρώτα υπολογίζουμε ό,τι βρίσκεται μέσα σε παρενθέσεις.
2. Έπειτα κάνουμε δυνάμεις και ρίζες.
3. Συνεχίζουμε με πολλαπλασιασμό και διαίρεση (από αριστερά προς τα δεξιά).
4. Τέλος, κάνουμε προσθέσεις και αφαιρέσεις (από αριστερά προς τα δεξιά).

- $8 + 6 \div (2 \times 3) = 8 + 6 \div 6 = 8 + 1 = 9$

- $+ 5 \times 2 = 3 + 10 = 13$

- $12 + 8 = 20$

- $20 - 7 = 13$

- $6 \times 4 = 24$

- $25 \div 5 = 5$

- $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

- $(4 + 6) \times 2 = 10 \times 2 = 20$

- $3/4 + 1/4 = 4/4 = 1$
- $1/2 = (2 \times 2 + 1)/2 = 5/2$
- $7,35 + 2,15 = 9,50$

### 1.3 Παρενθέσεις

- Οι παρενθέσεις χρησιμοποιούνται για να αλλάζουν τη σειρά των πράξεων.

Παράδειγμα:

- $(4+2) \times 3 = 18$
- $4 + 2 \times 3 = 4 + 6 = 10$
- $8 + 6 \div 2 \times 2 = 8 + 3 \times 2 = 8 + 6 = 14$
- $10 - 2 \times 4 = 10 - 8 = 2$
- $15 \div 3 + 5 = 5 + 5 = 10$
- $20 - 12 \div 3 = 20 - 4 = 16$
- $30 \div 5 \times 2 = 6 \times 2 = 12$
- $18 \div 3 + 6 = 6 + 6 = 12$

- $7 + 3 \times 4 = 7 + 12 = 19$
- $50 - 5 \times 6 = 50 - 30 = 20$
- $4 + (2 \times 3) = 10$
- $(4 + 2) \times 3 = 6 \times 3 = 18$
- $(8 + 6) \div (2 \times 2) = 14 \div 4 = 3,5$
- $(10 - 2) \times 4 = 8 \times 4 = 32$
- $15 \div (3 + 5) = 15 \div 8 = 1,875$
- $(20 - 12) \div 3 = 8 \div 3 \approx 2,67$
- $30 \div (5 \times 2) = 30 \div 10 = 3$
- $18 \div (3 + 6) = 18 \div 9 = 2$
- $(7 + 3) \times 4 = 10 \times 4 = 40$

Με παρενθέσεις:  $(50 - 5) \times 6 = 45 \times 6 = 270$

Χωρίς παρενθέσεις:  $12 + 8 \div 4 = 12 + 2 = 14$

Με παρενθέσεις:  $(12 + 8) \div 4 = 20 \div 4 = 5$

## 1.4 Αριθμητικές παραστάσεις με περισσότερες πράξεις

Παράδειγμα:  $(12 - 4) \div 2 + 3^2 = 8 \div 2 + 9 = 4 + 9 = 13$

## 1.5 Συνηθισμένα λάθη

- Να ξεχνάμε τη σειρά προτεραιότητας.
- Να μην κλείνουμε σωστά τις παρενθέσεις.
- Να μπερδεύουμε το πολλαπλασιασμό με την πρόσθεση.

## 1.6 Παραδείγματα για εξάσκηση

- $7 + 4 \times 2 = 15$
- $(10 - 6) \times (8 \div 2) = 16$
- $20 \div (3 + 2) + 7 = 11$

## 1.7 Ασκήσεις για το σπίτι

- $(15 - 9) \times 4$
- $8 + 12 \div 3$
- $(25 \div 5) + (6 \times 2)$
- Βρες ποιο αποτέλεσμα είναι μεγαλύτερο:
  - α)  $(4+3) \times 2$
  - β)  $4+(3 \times 2)$
- Δημιούργησε δική σου αριθμητική παράσταση με παρενθέσεις και υπολόγισέ την.

## 2 Αριθμητικές Παραστάσεις

### 2.1 Λυμένες Ασκήσεις

- Άσκηση 1: Υπολόγισε  $7 + 4 \times 2$   
Λύση: Πρώτα  $4 \times 2 = 8$ . Έπειτα  $7 + 8 = 15$ .  
Απάντηση: 15
- Άσκηση 2: Υπολόγισε  $(10 - 6) \times (8 \div 2)$   
Λύση:  $(10 - 6) = 4$ ,  $(8 \div 2) = 4$ . Έπειτα  $4 \times 4 = 16$ .  
Απάντηση: 16
- Άσκηση 3: Υπολόγισε  $20 \div (3 + 2) + 7$   
Λύση:  $(3 + 2) = 5$ ,  $20 \div 5 = 4$ ,  $4 + 7 = 11$ .  
Απάντηση: 11

- Άσκηση 4: Σύγκρινε  $(4 + 3) \times 2$  και  $4 + (3 \times 2)$   
Λύση:  $(4 + 3) \times 2 = 14$ , ενώ  $4 + (3 \times 2) = 10$ .  
Απάντηση: Το πρώτο είναι μεγαλύτερο.

## 3 Άλγεβρικές Παραστάσεις

### 3.1 Τι είναι αλγεβρική παράσταση;

Άλγεβρική παράσταση είναι μια μαθηματική έκφραση που περιέχει αριθμούς, μεταβλητές (π.χ.  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) και πράξεις (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμό, διαίρεση, δυνάμεις). Παράδειγμα:  $3x + 2y - 5$

### 3.2 Στοιχεία αλγεβρικής παράστασης

- Μεταβλητές: σύμβολα που παίρνουν τιμές (π.χ.  $x$ ,  $y$ ).
- Σταθεροί όροι: αριθμοί (π.χ. το  $-5$  στην παράσταση  $3x + 2y - 5$ ).
- Όροι: κάθε τμήμα που χωρίζεται με  $+$  ή  $-$  (π.χ.  $3x$ ,  $2y$ ,  $-5$ ).
- Συντελεστές: οι αριθμοί μπροστά από τις μεταβλητές (π.χ. το  $3$  στο  $3x$ ).

### 3.3 Υπολογισμός τιμής αλγεβρικής παράστασης

Για να βρούμε την τιμή μιας αλγεβρικής παράστασης, αντικαθιστούμε τις μεταβλητές με αριθμούς και εκτελούμε τις πράξεις.

Παράδειγμα: Υπολόγισε την τιμή της παράστασης  $2x + 3$  για  $x = 4$ .

Λύση:  $2 \times 4 + 3 = 8 + 3 = 11$ . Απάντηση: 11

### 3.4 Ισότητα και συνώνυμες παραστάσεις

Δύο αλγεβρικές παραστάσεις λέγονται συνώνυμες αν δίνουν την ίδια τιμή για κάθε τιμή της μεταβλητής.

Παράδειγμα:  $2(x+3)$  και  $2x + 6$  είναι συνώνυμες γιατί για κάθε  $x$  έχουν ίση τιμή.

### 3.5 Λυμένες Ασκήσεις

- Άσκηση 1: Υπολόγισε την τιμή της παράστασης  $5x - 7$  για  $x = 3$ .

Λύση:  $5 \times 3 - 7 = 15 - 7 = 8$ . Απάντηση: 8

- Άσκηση 2: Υπολόγισε την τιμή της παράστασης  $2x + y$  για  $x = 4, y = 5$ .  
Λύση:  $2 \times 4 + 5 = 8 + 5 = 13$ . Απάντηση: 13
- Άσκηση 3: Δείξε ότι οι παραστάσεις  $3(x+2)$  και  $3x + 6$  είναι συνώνυμες.  
Λύση:  $3(x+2) = 3x + 6$ , άρα είναι ίδιες.

### 3.6 Ασκήσεις για εξάσκηση

- Υπολόγισε  $4x + 2$  για  $x = 5$ .
- Υπολόγισε  $x^2 + y$  για  $x = 3, y = 4$
- Δείξε ότι  $2(x+5)$  και  $2x + 10$  είναι συνώνυμες παραστάσεις.
- Υπολόγισε  $3a - 2b + 7$  για  $a = 2, b = 1$ .
- Αν  $x = 1, y = 2$ , βρες την τιμή της παράστασης  $x^2 + 2xy + y^2$ .

## 4 Άλγεβρική Παράσταση

### 4.1 Τι είναι αλγεβρική παράσταση;

Άλγεβρική παράσταση είναι μια μαθηματική έκφραση που περιέχει αριθμούς, μεταβλητές (π.χ.  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) και πράξεις όπως πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμό, διαίρεση και δυνάμεις. Παράδειγμα:  $4x + 3y - 7$

### 4.2 Στοιχεία αλγεβρικής παράστασης

- Μεταβλητές: τα γράμματα που παριστάνουν αριθμούς (π.χ.  $x$ ,  $y$ ).
- Σταθεροί όροι: οι απλοί αριθμοί χωρίς μεταβλητές (π.χ.  $-7$ ).
- Όροι: τα μέρη που χωρίζονται με  $+$  ή  $-$  (π.χ.  $4x$ ,  $3y$ ,  $-7$ ).
- Συντελεστές: οι αριθμοί μπροστά από τις μεταβλητές (π.χ.  $4$  στο  $4x$ ).

### 4.3 Υπολογισμός τιμής αλγεβρικής παράστασης

Για να βρούμε την τιμή μιας αλγεβρικής παράστασης, αντικαθιστούμε τις μεταβλητές με αριθμούς και εκτελούμε τις πράξεις.

Παράδειγμα: Υπολόγισε την τιμή της παράστασης  $3x + 2$  για  $x = 5$ .

Λύση:  $3 \times 5 + 2 = 15 + 2 = 17$ .

### 4.4 Ισότητα και συνώνυμες παραστάσεις

Δύο αλγεβρικές παραστάσεις είναι συνώνυμες αν δίνουν την ίδια τιμή για κάθε τιμή των μεταβλητών.

Παράδειγμα:  $(x + 2) + (x + 3) = 2x + 5$ . Οι παραστάσεις είναι συνώνυμες.

### 4.5 Λυμένες Ασκήσεις

Άσκηση 1: Υπολόγισε την τιμή της παράστασης  $2x - 5$  για  $x = 4$ .

Λύση:  $2 \times 4 - 5 = 8 - 5 = 3$ .

Άσκηση 2: Υπολόγισε την τιμή της παράστασης  $x^2 + y$  για  $x = 2$ ,  $y = 3$ .

Λύση:  $2^2 + 3 = 4 + 3 = 7$ .

Άσκηση 3: Δείξε ότι οι παραστάσεις  $3(x+1)$  και  $3x + 3$  είναι συνώνυμες.

Λύση:  $3(x+1) = 3x + 3$ , άρα είναι ίδιες.

#### 4.6 Ασκήσεις για εξάσκηση

1. Υπολόγισε την τιμή της παράστασης  $5x + 2$  για  $x = 6$ .
2. Υπολόγισε την τιμή της παράστασης  $2a + 3b$  για  $a = 1$ ,  $b = 4$ .
3. Δείξε ότι οι παραστάσεις  $4(x+2)$  και  $4x + 8$  είναι συνώνυμες.
4. Υπολόγισε την τιμή της παράστασης  $2x^2 + y$  για  $x = 3$ ,  $y = 5$ .
5. Υπολόγισε την τιμή της παράστασης  $7m - 2n$  για  $m = 2$ ,  $n = 3$ .

## 5 Επαναληπτικό: Αριθμητικές και Άλγεβρικές Παραστάσεις

### 5.1 Αριθμητικές Παραστάσεις

Αριθμητική παράσταση είναι ένας συνδυασμός αριθμών και πράξεων. Η σειρά εκτέλεσης πράξεων είναι: Παρενθέσεις → Δυνάμεις/Ρίζες → Πολλαπλασιασμός/Διαίρεση → Πρόσθεση/Αφαίρεση.

Παράδειγμα:  $(2+3) \cdot 4 = 20$ , ενώ  $2+3 \cdot 4 = 14$ .

Λυμένη άσκηση: Υπολογίστε  $2 \cdot (5+3) - 4$ . Λύση:  $2 \cdot 8 - 4 = 16 - 4 = 12$ .

### 5.2 Άλγεβρικές Παραστάσεις

Άλγεβρική παράσταση είναι ένας συνδυασμός αριθμών, μεταβλητών και πράξεων.

Βασικά στοιχεία: μεταβλητές, σταθεροί όροι, συντελεστές.

Παράδειγμα:  $2x+3$ , όπου η μεταβλητή είναι  $x$ , ο συντελεστής 2 και ο σταθερός όρος 3.

Λυμένη άσκηση: Για  $x=2$ , η τιμή της παράστασης  $2x+3$  είναι  $2\cdot 2+3=7$ .

### 5.3 Ασκήσεις για Εξάσκηση

1. Υπολογίστε την τιμή της παράστασης  $(3+5)\cdot 2-4$ .
2. Υπολογίστε την τιμή της αλγεβρικής παράστασης  $3x-2$  για  $x=4$ .
3. Δώστε τον πίνακα αληθείας για την πρόταση  $\neg A \vee B$ .
4. Έστω  $A=\{1,3,5\}$ ,  $B=\{3,4,5\}$ . Να βρείτε  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  και  $A-B$ .
5. Σχεδιάστε ένα διάγραμμα Venn που να παριστάνει δύο σύνολα με κοινά στοιχεία.

## 6 Εισαγωγή στις Έννοιες

Η μαθηματική σκέψη βασίζεται σε θεμελιώδεις έννοιες, οι οποίες αποτελούν το υπόβαθρο για την ανάπτυξη και κατανόηση όλων των μαθηματικών θεωριών.

Μερικές από τις πιο βασικές έννοιες είναι οι εξής:

## 6.1 Αριθμοί

Οι αριθμοί χρησιμοποιούνται για να μετράμε, να υπολογίζουμε και να εκφράζουμε ποσότητες. Διακρίνονται σε φυσικούς, ακέραιους, ρητούς, άρρητους και πραγματικούς.

## 6.2 Μεταβλητές

Μια μεταβλητή είναι ένα σύμβολο που χρησιμοποιείται για να εκφράζει έναν άγνωστο ή μεταβαλλόμενο αριθμό. Παράδειγμα: στην αλγεβρική παράσταση  $2x+3$ , η μεταβλητή είναι το  $x$ .

## 6.3 Σχέσεις

Οι σχέσεις περιγράφουν τον τρόπο που συνδέονται δύο ή περισσότερα αντικείμενα ή ποσότητες. Παράδειγμα: η σχέση «μικρότερο από» ( $<$ ).

## 6.4 Συναρτήσεις

Μια συνάρτηση είναι μια αντιστοίχιση που κάθε στοιχείο ενός συνόλου (πεδίο ορισμού) αντιστοιχίζεται σε ένα και μόνο στοιχείο ενός άλλου συνόλου (πεδίο τιμών).

## 6.5 Λυμένες Ασκήσεις

Άσκηση 1: Να αναφέρετε αν ο αριθμός  $-3$  ανήκει στους φυσικούς, στους ακέραιους ή στους ρητούς.

Λύση: Ο  $-3$  δεν ανήκει στους φυσικούς, ανήκει όμως στους ακέραιους και στους ρητούς.

Άσκηση 2: Έστω συνάρτηση  $f(x) = 2x+1$ . Υπολογίστε την τιμή της για  $x=3$ .

Λύση:  $f(3) = 2 \cdot 3 + 1 = 7$ .

## 6.6 Ασκήσεις για Εξάσκηση

1. Να γράψετε τους πέντε πρώτους φυσικούς αριθμούς.
2. Στην παράσταση  $4y+7$ , ποια είναι η μεταβλητή και ποιος ο σταθερός όρος;
3. Να δώσετε ένα παράδειγμα σχέσης ανάμεσα σε δύο αριθμούς.
4. Αν  $f(x)=x^2$ , να υπολογίσετε  $f(5)$ .
5. Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο και να ονομάσετε τις πλευρές και τις γωνίες του.

## 7 ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

### 7.1 Τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού

### 7.2 Άρρητοι αριθμοί – Πραγματικοί αριθμοί Προβλήματα

## 8 ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

4.1 Βασικές έννοιες της Στατιστικής: Πληθυσμός – Δείγμα

4.2 Γραφικές Παραστάσεις

4.5 Μέση τιμή – Διάμεσος (χωρίς την υποπαράγραφο: «Μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής»)