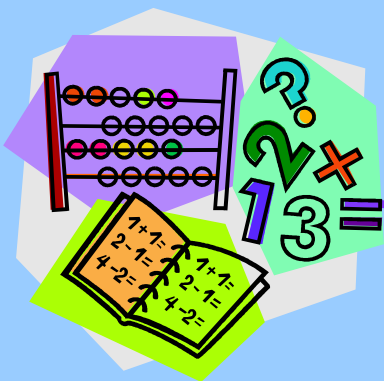




Επαναληπτικές ασκήσεις για το Πάσχα.

Άλγεβρα.

Κεφάλαιο 1°.

1. Να υπολογιστούν οι παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις :

$$\alpha) \left(-\frac{3}{4} + 1\right)(-2)^2 + \left(4\frac{1}{5}\right)^2 : \left(-\frac{2}{3}\right) - \frac{7}{10} \quad \beta) \left(-1 + \frac{1}{2} + \frac{7}{9}\right)\left(-\frac{3}{2}\right) - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{3}{5} - 1\right)$$

2. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{2(x-1)}{4} - \frac{4(1-x)}{5} = \frac{3(x-2)}{6}$$

$$\beta) 2x - \frac{2x-1}{3} = \frac{x-2}{5}$$

$$\gamma) \frac{3(x+1)}{2} - \frac{2x-1}{4} = \frac{x-1}{8}$$

$$\delta) \frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2} = \frac{x-1}{3}$$

$$\epsilon) \frac{3(2x-1)}{5} - \frac{2(x-3)}{2} = \frac{x+1}{10}$$

$$\sigma\tau) \frac{x-3}{2} - \frac{4-x}{3} = \frac{5x-1}{6}$$

3. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{x-1}{5} + \frac{x-3}{3} = \frac{x-5}{15}$$

$$\beta) \frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = \frac{2-x}{6} - \frac{3x+1}{3}$$

$$\gamma) \frac{x-2}{2} - \frac{2x+4}{4} = x + \frac{3x-2}{8}$$

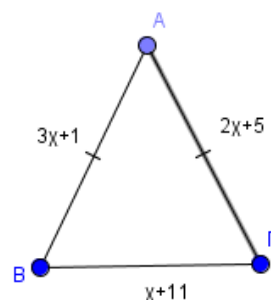
$$\delta) \frac{2x}{3} + \frac{1-x}{2} = 4 - \frac{x-5}{12}$$

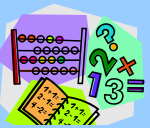
$$\epsilon) \frac{x-4}{3} + \frac{x-6}{2} = \frac{4x-5}{10}$$

$$\sigma\tau) \frac{2-x}{3} + 3(x-6) = \frac{3(1+4x)}{6}$$

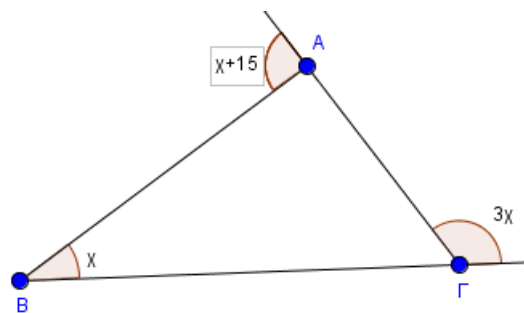
4. Να βρείτε έναν αριθμό που το επταπλάσιό του, αν ελαττωθεί κατά το μισό του να δίνει τον αριθμό αυτό αυξημένο κατά 22.

5. Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα μήκη σε cm ενός τριγώνου. Αν το τρίγωνο είναι ισοσκελές να βρεθεί το x και η περίμετρός του.





6. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας χ



7. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να παραστήσετε τις λύσεις σε άξονα:

α) $7\chi - 2(\chi - 5) \leq 0$

β) $-3(2\chi - 4) < 4\chi - 2$

γ) $2\chi - 4 > 2(\chi - 8)$

δ) $3(1 + \chi) < 3\chi + 1$

8. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να παραστήσετε τις λύσεις σε άξονα:

α) $1 - \frac{1 - \chi}{2} > \frac{2 - \chi}{-4}$

β) $-\frac{2\chi - 1}{3} + \frac{1 - \chi}{2} < -\frac{1}{12} - 2\chi$

γ) $\frac{1 - \chi}{2} + \frac{2\chi + 1}{3} > 3$

δ) $6 - \frac{\chi - 2}{3} > \frac{\chi - 1}{2} - \frac{\chi - 3}{4}$

9. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

α) $\chi - 5 > 5\chi - 1$ και $\frac{3\chi}{2} + 1 > \chi - 2$

β) $\frac{\chi}{3} + 2 > \chi - \frac{\chi - 4}{3}$ και $\frac{2\chi}{3} - \frac{1}{3} < \frac{3\chi}{4} + \frac{3}{4}$

Κεφάλαιο 2°.

10. Να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

α) $(\sqrt{36} - \sqrt{49})(\sqrt{36} + \sqrt{49})$,

β) $(\sqrt{9} - \sqrt{16})(\sqrt{9^2} + \sqrt{144} + \sqrt{16^2})$,

γ) $(\sqrt{100} + \sqrt{81})(\sqrt{100^2} - \sqrt{8100} + \sqrt{81^2})$

11. Η μια κάθετη πλευρά ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι 8cm και η υποτείνουσα είναι 10cm. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τριγώνου.
12. Να υπολογιστεί το εμβαδόν ορθογωνίου που έχει πλευρά μήκους 6cm, και διαγώνιο μήκους 10cm.
13. Σε ισοσκελές τραπέζιο η μεγάλη βάση είναι 11cm και οι άλλες τρεις πλευρές είναι ίσες με 5cm η κάθε μια. Να βρεθεί το εμβαδόν του.



14. Να γράψετε με πιο απλή μορφή τις παραστάσεις:

$$A = 2\sqrt{5} - 7\sqrt{5} \quad B = \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{3}{5}\sqrt{3}$$

$$\Gamma = -\sqrt{6} - 3\sqrt{6}$$

$$\Delta = \sqrt{8} - 3\sqrt{8} \quad E = 2\sqrt{7} - 8\sqrt{7} + 15\sqrt{6} - 3\sqrt{6} \quad Z = \frac{\sqrt{5}}{4} + \frac{\sqrt{5}}{3} - \frac{5\sqrt{5}}{6} - \sqrt{5}$$

15. Να γράψετε σε απλούστερη μορφή τις ρίζες:

$$\alpha) 6\sqrt{3^2} + 5\sqrt{(-3)^2} - 2\sqrt{(-3)^2}$$

$$\beta) 5\sqrt{4^2} - 3\sqrt{6^2} + 5\sqrt{(-2)^2}$$

$$\gamma) -4\sqrt{5^2} - 12\sqrt{(-1)^2} - 2\sqrt{(-7)^2}$$

$$\delta) 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3^2} - 5\sqrt{3} + 7\sqrt{5^2}$$

$$\epsilon) 8\sqrt{4} + 9\sqrt{25} - 4\sqrt{9}$$

$$\sigma\tau) \sqrt{81} - 2\sqrt{9} + \sqrt{121} - \sqrt{49}$$

Κεφάλαιο 3°.

16. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=x+3$ όταν x είναι πραγματικός αριθμός.

17. Δίνεται η συνάρτηση $y=2x-1$. Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα τιμών της συνάρτησης αυτής.

x	-3	-2	0	1	4	6
y						

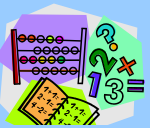
18. Δίνονται τα σημεία $A(3, -1)$ και $B(6, 3)$.

α. Να υπολογίσετε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία αυτά.

β. Να υπολογίσετε την απόσταση των σημείων A και B .

19. Να βρεθούν τα α, β, γ ώστε τα σημεία $A(-3, \alpha), B(\beta, 2), \Gamma(\gamma, -1)$ να είναι σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $y=6-x$.

20. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $y=\frac{a}{x}$. Αν το σημείο $A(2, 3)$ είναι σημείο της γραφικής της παράστασης, να βρείτε την συνάρτηση και να κάνετε την γραφική της παράσταση.



Γεωμετρία.

Κεφάλαιο 1°.

21. Οι κάθετες πλευρές ενός ορθογώνιου τριγώνου έχουν μήκη 12cm και 6cm αντίστοιχα. Να υπολογίσετε την υποτείνουσα του τριγώνου.

22. Να υπολογίσετε την διαγώνιο τετραγώνου πλευράς 5cm.

23. Ένα ισόπλευρο τρίγωνο έχει ύψος 4cm. Να υπολογίσετε την πλευρά και το εμβαδόν του.

24. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο έχει κάθετες πλευρές 8cm και 15cm. Να βρεθεί η περίμετρός του.

Κεφάλαιο 2°.

25. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) έχει $AB=8\text{cm}$, $B\Gamma=10\text{cm}$. Να βρείτε τις εφαπτόμενες των οξείων γωνιών του τριγώνου.

26. Ένα τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ έχει πλευρά $AB=6\text{cm}$. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών που σχηματίζει μια διαγώνιός του με τις πλευρές του

27. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) είναι $B=30^\circ$ και $B\Gamma=20\text{cm}$.

α) Να υπολογίσετε το συνβ β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου.

28. Ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $AB=A\Gamma=15\text{cm}$ και $A=120^\circ$. Να υπολογίσετε την περίμετρό του.

29. Ένα τρίγωνο έχει $AB=5\text{cm}$, $A\Gamma=9\text{cm}$ και $A=60^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

30. Ένα ισοσκελές τραπέζιο έχει $AB=20\text{cm}$, $\Gamma\Delta=6\text{cm}$ και $A=B=45^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

Κεφάλαιο 3°.

31. Σε κύκλο (O, ρ) πάρετε δύο διαδοχικά τόξα $AB=30^\circ$ και $B\Gamma=150^\circ$.

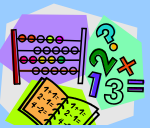
α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

β) Να υπολογίσετε τις οξείες γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

32. Σε ένα κύκλο (O, ρ) να πάρετε δύο διαδοχικά τόξα $AB=80^\circ$ και $B\Gamma=160^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

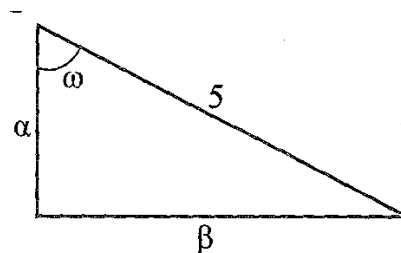


33. Να βρείτε την κεντρική γωνία
α) ενός κανονικού επταγώνου και β) ενός κανονικού δεκάγωνου.
34. Ένα κυκλικό τραπέζι έχει διάμετρο 120cm.
α. Να υπολογίσετε το μήκος της περιμέτρου του.
β. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
35. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι 628cm^2 . Να βρείτε το μήκος του.



Συνδυαστικές ασκήσεις.

1. Έστω $\alpha = -8 + 12 + 1$, $\beta = (-4) \cdot (-1)$ και $\gamma = 3^8 : 3^7$
 - A. Αφού υπολογίσετε τα α , β , γ να εξετάσετε αν το τρίγωνο με πλευρές α , β , γ είναι ορθογώνιο.
 - B. Ένα κανονικό πολύγωνο έχει $(\alpha + \beta + \gamma)$ πλευρές. Ποια η κεντρική γωνία ω του πολυγώνου και ποια η γωνία του φ ;
 - Γ. Ποιο το μήκος και ποιο το εμβαδόν κύκλου που η ακτίνα του είναι α cm;
2. Η υποτείνουσα α ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι η λύση της εξίσωσης $5(\alpha - 10) = \alpha + 2$ ενώ μια κάθετη πλευρά του είναι όσο και το πλήθος των πλευρών ενός κανονικού πολυγώνου με κεντρική γωνία $\omega = 30^\circ$.
 - A. Ποια τα μήκη των πλευρών του τριγώνου;
 - B. Να βρεθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των οξείων γωνιών του παραπάνω τριγώνου.
3. Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο έστω ότι $\eta\mu\omega = 0,8$
 - A. Ποιες οι πλευρές του α και β
 - B. Ποιο το συνω και ποια η εφω
 - Γ. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης
 $K = \beta^5 : 4^\alpha$ και της $\Lambda = -2[\alpha - \beta - (-3)] - (\beta - \alpha)^{2004}$
4. Σ' ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων δίνονται τα σημεία $A(1, 1)$, $B(2, 1)$, $\Gamma(1, 3)$, $\Delta(1, -1)$, $E(2, -1)$, $Z(1, -3)$.
 - A. Σχηματίστε τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ και εξετάστε ως προς ποιον άξονα είναι συμμετρικά.
 - B. Τι είδους είναι οι γωνίες A και Δ καθώς και τα μήκη των πλευρών των δύο τριγώνων.
 - Γ. Βρείτε τις εφαπτόμενες των γωνιών B , Γ , E , Z .
Αν υπάρχουν γωνίες με ίσες εφαπτόμενες τι συμπεραίνεται γι' αυτές;
Χρησιμοποιώντας τα συμπεράσματα από τα ερωτήματα B. και Γ. τι μπορούμε να πούμε για τα τρίγωνα που είναι συμμετρικά ως προς ευθεία;
5. Δίνονται τα σημεία $A(-1, 1)$, $B(3, 2)$ και $\Gamma(4, -2)$. Να χαρακτηρίσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ ως προς τις γωνίες και ως προς τις πλευρές του.
6. Να βρεθεί το εμβαδόν ισοσκελούς τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$ ($AB // \Gamma\Delta$), αν $A\Delta = B\Gamma = 2\sqrt{2}$ cm, $AB = 6$ cm και $A = B = 135^\circ$.





7. Θεωρούμε ένα κύκλο με κέντρο O και ακτίνα $\rho=5\text{cm}$. Από σημείο εκτός του κύκλου A φέρνουμε την εφαπτομένη $AB=13\text{cm}$.
 Α. Να υπολογίσετε τις γωνίες BAO , BOA
 Β. Να βρείτε ένα σημείο Γ του κύκλου έτσι ώστε $BO\Gamma = 60^\circ$.
8. Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$, οι κορυφές έχουν συντεταγμένες: $A(0,4)$, $B(3,0)$, $\Gamma(9,8)$ και $\Delta(6,12)$. Να το σχεδιάσετε και να βρείτε:
 1. Τα μήκη των πλευρών,
 Β. Την περίμετρο του σχήματος,
 Γ. Το είδος του.
9. α) Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\frac{2\sqrt{100x}}{10} = 2 - 3x \quad \text{και} \quad 4y + \sqrt{4y^2} - 7 = -10y - 5$$

 β) Αν $AB\Gamma$ ορθογώνιο τρίγωνο ($A=90^\circ$) και οι πλευρές AB , $A\Gamma$ έχουν αντίστοιχα μέτρο $AB=x^2+1$, $A\Gamma=y^3+1$, όπου x και y οι λύσεις των παραπάνω εξισώσεων, να βρεθεί το μέτρο της πλευράς $B\Gamma$.
10. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) με $A\Gamma=5\sqrt{3}$ cm και υποτείνουσα 10cm. Να βρεθεί η πλευρά AB και οι γωνίες B και Γ .
11. Σε τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ οι διαγώνιες $A\Gamma$ και $B\Delta$ τέμνονται στο σημείο O και είναι κάθετες μεταξύ τους. Να αποδείξετε ότι:
 Α. $OA^2 + OB^2 + OD^2 + OG^2 = AB^2 + \Gamma\Delta^2$
 Β. $AB^2 + \Gamma\Delta^2 = A\Delta^2 + B\Gamma^2$
12. Δίνεται ημικύκλιο κέντρου O , διαμέτρου $B\Gamma=2a\sqrt{18}$ cm και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με το A να είναι σημείο του κύκλου. Να υπολογιστούν:
 Α. Οι πλευρές του τριγώνου συναρτήσει του a .
 Β. Το εμβαδόν του τριγώνου συναρτήσει του a .
 Γ. Το εμβαδόν του ημικυκλίου συναρτήσει του a .
 Δ. Αν το εμβαδόν της καμπυλόγραμμης επιφάνειας που σχηματίζεται από τις πλευρές του τριγώνου και το ημικύκλιο είναι $E=8(2\pi-1)\text{cm}^2$ να βρεθεί το μέτρο του μήκους της ακτίνας.
13. Μια πινακίδα είναι ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρά βάσης 40cm και η γωνία απέναντι από τη βάση, έχει μέτρο 90° . Αν η κορυφή της πινακίδας απέχει από το έδαφος 1cm, να υπολογίσετε την απόσταση από την κορυφή του τριγώνου έως το έδαφος.