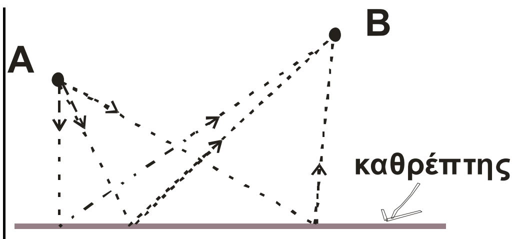
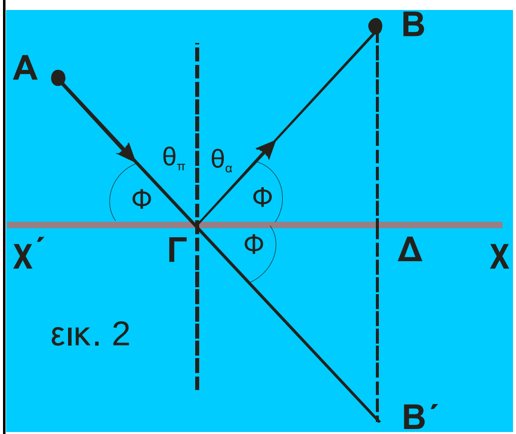
ΑΝΑΚΛΑΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΘΛΑΣΗ ΜΕ ΛΙΓΗ «ΔΙΑΦΑΝΕΙΑ»

Στην καθημερινή μας ζωή παρατηρούμε μια μεγάλη ποικιλία οπτικών εμπειριών που παραπέμπουν στα γνωστά φαινόμενα της ανάκλασης και της διάθλασης του φωτός.
Η ανάπτυξη αυτών των φαινομένων στα σχολικά βιβλία της Γ΄ τάξης του λυκείου (γενικής παιδείας και κατεύθυνσης) γίνεται λιγάκι «στεγνά» με την απλή παράθεση των νόμων και την επισήμανση ότι οι νόμοι αυτοί προκύπτουν πειραματικά.
Παρ' όλο που οι νόμοι αυτοί επιβεβαιώνονται εύκολα πειραματικά (αν και το πείραμα στο λύκειο είναι μια αρκετά πονεμένη ιστορία), νομίζω ότι μπορεί να δοθεί και μια απλή θεωρητική απόδειξη η οποία μάλιστα είναι συμβατή με τη διδασκόμενη ύλη των μαθηματικών. Ταπεινή μου γνώμη είναι ότι η μέθοδος του βιβλίου ενισχύει την συσσώρευση θεωρητικών γνώσεων (συνεχής παράθεση νόμων και τύπων) χωρίς να αναζητά το «πως» είτε με τη χρήση των μαθηματικών εργαλείων είτε με την κατασκευή νοητικών αναλόγων. Αρκεί να ξεφυλλίσει κάποιος ένα ξενόγλωσσο βιβλίο φυσικής ανάλογου επιπέδου και θα διαπιστώσει τι διαφορά υπάρχει στην προσέγγιση των θεμάτων αυτών.
Η απόδειξη και των δύο νόμων είναι μια απλή διαδικασία και στηρίζεται σε μια αρχή που διατύπωσε πριν 200 περίπου χρόνια ο Γάλλος επιστήμονας **Pierre Fermat** και ονομάζεται **αρχή του ελαχίστου χρόνου** ή **αρχή του Fermat.**
Σύμφωνα με την αρχή αυτή από όλες τις δυνατές διαδρομές που μπορεί να ακολουθήσει μια φωτεινή ακτίνα κατά την μετάβασή της από ένα σημείο σε άλλο, ακολουθεί εκείνη που απαιτεί τον **ελάχιστο χρόνο.**
Η απόδειξη της ισότητας των γωνιών στην ανάκλαση γίνεται και με τις στοιχειώδεις γνώσεις της Ευκλείδειας γεωμετρίας.
Ας δούμε πρώτα την απόδειξη αυτή η οποία είναι κατανοητή και από μαθητές της Γ΄ Γυμνασίου.



εικ. 1

Η διαδρομή της φωτεινής ακτίνας θα είναι τέτοια (δηλ. το σημείο που θα προσπέσει στο κάτοπτρο) ώστε να αντιστοιχεί στον ελάχιστο χρόνο μετάβασης από το Α στο Β.
Επειδή όμως η ταχύτητα του φωτός είναι σταθερή, συντομότερος χρόνος σημαίνει ελάχιστο μήκος διαδρομής.



εικ. 2

Θα πρέπει λοιπόν να ελαχιστοποιείται το μήκος ΑΓ+ΓΒ.
Λαμβάνοντας το συμμετρικό του σημείου Β ως προς τον καθρέπτη δηλ. ΒΔ=Β΄Δ και γων. ΒΔΓ=90^0 θα πρέπει η διαδρομή ΑΓΒ΄ να έχει το ελάχιστο μήκος και αυτό ισχύει όταν τα σημεία Α, Γ, Β είναι στην ίδια ευθεία.

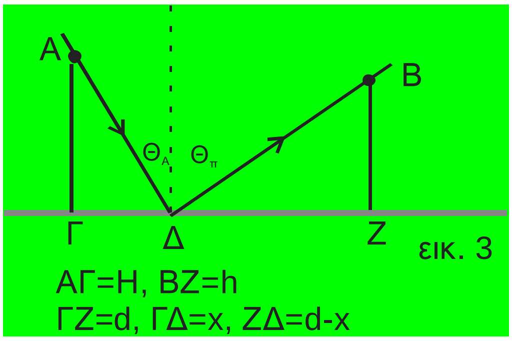
$$\angle ΑΓx' = \angle ΔΓΒ' \text{ ως κατακορυφή}$$

$$\angle ΔΓΒ = \angle ΔΓΒ' \text{ διότι } ΒΔΓ = Β'ΔΓ$$

$$\text{Άρα } \angle ΑΓx' = \angle ΒΓΔ = \varphi$$

$$\text{και } \theta_\alpha = \theta_\pi = 90^0 - \varphi$$

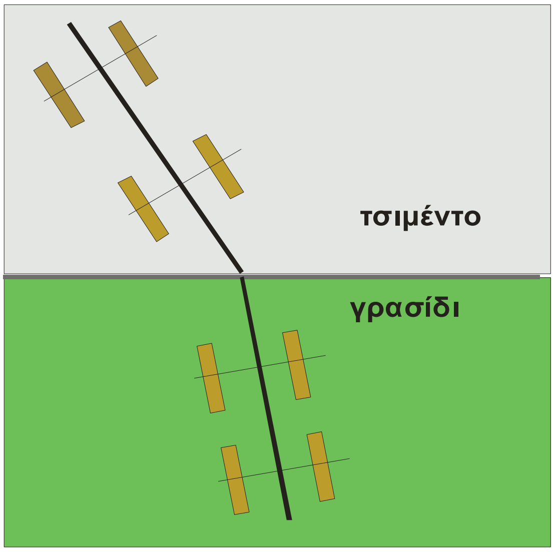
Με τη χρήση της κλασσικής ανάλυσης η απόδειξη είναι επίσης απλή:



εικ. 3

$$\mathrm{A}\Delta + \Delta\mathrm{B} = y$$
$$y = \sqrt{H^2 + x^2} + \sqrt{h^2 + (d-x)^2}$$
$$y' = \frac{2x}{2\sqrt{H^2 + x^2}} - \frac{2(d-x)}{2\sqrt{h^2 + (d-x)^2}}$$
$$\text{ελάχιστο έχουμε στο σημείο όπου } y' = 0$$
$$\frac{x}{\sqrt{\mathrm{H}^2 + x^2}} = \frac{d-x}{\sqrt{h^2 + (d-x)^2}}$$
$$\sigma\upsilon\nu\,(90^0 - \theta_\alpha) = \sigma\upsilon\nu\,(90^0 - \theta_\pi)$$
$$\theta_\alpha = \theta_\pi$$

Ακολουθώντας την ίδια μέθοδο είναι εύκολο να βρούμε και το νόμο που συνδέει τη γωνία πρόσπτωσης με τη γωνία διάθλασης που είναι: $n_1 \eta\mu\theta_1 = n_2 \eta\mu\theta_2$



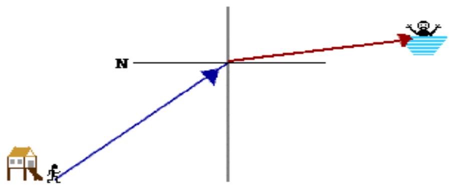
εικ. 4

Η εκτροπή της ακτίνας όταν αυτή διαθλάται οφείλεται στη μεταβολή της ταχύτητας του φωτός καθώς εισέρχεται σε μέσο με διαφορετικό δείκτη διάθλασης. Ίσως το φαινόμενο αυτό κατανοείται πιο εύκολα αν χρησιμοποιήσουμε ένα μηχανικό ανάλογο που συναντάμε στην καθημερινή μας ζωή.

Η τριβή που ασκείται στα πέδιλα είναι μεγαλύτερη στο γρασίδι από το τσιμέντο και το παιδί που τροχοδρομεί καθώς εισέρχεται με κλίση στο γρασίδι η κατεύθυνσή του πλησιάζει την κάθετο στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο μέσων.

Η κίνηση αλλάζει κατεύθυνση καθώς όταν ο ένας τροχός εισέρχεται στο άλλο μέσο κινείται με διαφορετική ταχύτητα από τον άλλο τροχό που συνεχίζει να κινείται στο πρώτο μέσο. Είναι προφανές ότι αν τα πέδιλα εισέρχονται κάθετα στη διαχωριστική επιφάνεια τότε η κατεύθυνση της κίνησης δεν μεταβάλλεται και μειώνεται μόνο η ταχύτητα. Είναι η περίπτωση όπου ημθ_1=0.

Ένα άλλο ανάλογο της διάθλασης από την καθημερινή ζωή βλέπουμε στην εικόνα5



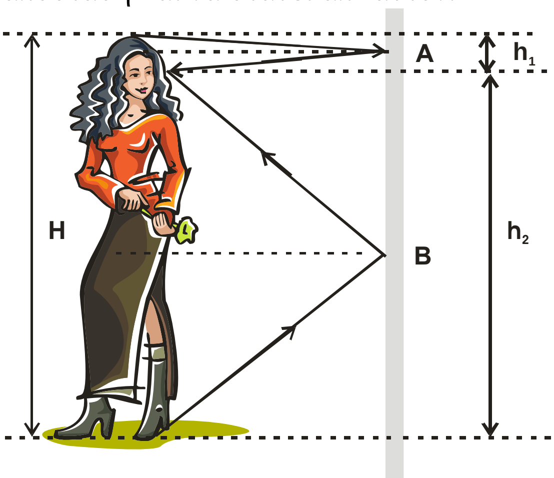
εικ. 5

Ο ναυαγοσώστης που αντιλαμβάνεται ένα άτομο που βρίσκεται σε κίνδυνο θα σπεύσει σε βοήθεια όχι ακολουθώντας την νοητή ευθεία που τον συνδέει με τον λουόμενο (εκτός αν η νοητή ευθεία είναι κάθετη στην ακτή).

Για να ελαχιστοποιήσει το χρόνο που χρειάζεται να φτάσει στο σημείο που κινδυνεύει ο λουόμενος, η διαδρομή που θα ακολουθήσει θα είναι τέτοια ώστε να τρέξει μεγαλύτερη απόσταση στο έδαφος και μικρότερη απόσταση να κολυμπήσει.. συμφασικά σημεία) συμπεριφέρεται σαν να ήταν μια νέα πηγή κυμάτων.

ΑΝΑΚΛΑΣΗ ΚΑΙ ΕΙΔΩΛΟ

Η Νατάσσα σε κάθε βραδινή της έξοδο ρίχνει μια τελευταία ματιά στον καθρέπτη που έχει τοποθετήσει στο σαλόνι. Πολλές φορές θέλει να έχει μια συνολική εικόνα της εμφάνισής της (απ' την κορυφή ως τα νύχια) αλλά δεν καταφέρνει να δει στον καθρέπτη το συνολικό της είδωλο σε όση απόσταση και να σταθεί απ' αυτόν.



εικ. 6

Αν το ύψος της Νατάσσας είναι $H=h_1+h_2$ όπου h_2 το ύψος των ματιών και h_1 η απόσταση των ματιών απ' την κορυφή του κεφαλιού της. Για να μπορεί να βλέπει στον καθρέπτη τις άκρες των παπουτσιών της θα πρέπει μια ακτίνα φωτός που φεύγει από το έδαφος να ανακλάται στον καθρέπτη στο σημείο B και να κατευθύνεται στον οφθαλμό της. Εύκολα διαπιστώνουμε από την εικόνα 6 ότι το σημείο B απέχει απόσταση $h_2/2$ από το έδαφος. Ομοίως για να μπορεί να βλέπει στον καθρέπτη την κορυφή του κεφαλιού της θα πρέπει μια ακτίνα φωτός που φεύγει από αυτό το σημείο να ανακλάται στον καθρέπτη στο σημείο A και να εισέρχεται στον οφθαλμό της. Το σημείο A απέχει $h_1/2$ από την κορυφή του κεφαλιού της Νατάσσας. Τα σημεία του καθρέπτη λοιπόν που χρειάζονται για να σχηματίζεται το πλήρες είδωλό της βρίσκονται μεταξύ του A και του B. Εύκολα διαπιστώνεται ότι η απόσταση AB είναι H/2.

Εφαρμόζοντας λοιπόν τους νόμους της ανάκλασης μαθαίνουμε τι ύψος θα πρέπει να έχει ο καθρέπτης που θα παραγγείλουμε για το σαλόνι μας!

Πηγές
Physics "Halliday, Resnick"
Οι έννοιες της Φυσικής "P. Hewitt"