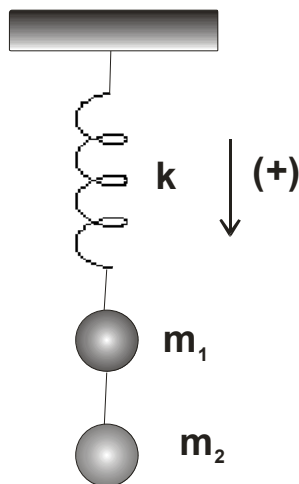


## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

- 1) Υλικό σημείο κινείται πάνω σε ευθεία γραμμή **OAB** (τα σημεία με αυτή τη διάταξη) και κάνει α.α.τ. Στα σημεία A και B που απέχουν από το O αποστάσεις  $\alpha$  και  $\beta$  αντίστοιχα, έχει μηδενική ταχύτητα. Όταν περνάει από το σημείο M που είναι το μέσον του AB έχει ταχύτητα  $u$ . Να αποδείξετε ότι η περίοδος δίνεται από τη σχέση:  $T = \pi \frac{\beta - \alpha}{u}$ . Διευκρίνιση: Το σημείο O βρίσκεται εκτός των A και B και πλησιέστερα στο A.
- 2) Αρμονικός ταλαντωτής περνάει με την ίδια ταχύτητα από δυο σημεία B και Γ, τα οποία απέχουν 56 cm. Το χρονικό διάστημα για την μετάβαση από το B στο Γ είναι 2 s. Μετά από χρονικό διάστημα 2 s περνάει για δεύτερη φορά από το σημείο Γ. Να υπολογίσετε την περίοδο και το πλάτος της ταλάντωσης.
- 3) Υλικό σημείο εκτελεί α.α.τ. με εξίσωση  $x=A\eta\mu(\omega t+\pi/6)$ . Πόσος χρόνος μεσολαβεί από τη στιγμή όπου:  $x = A \frac{\sqrt{2}}{2}$  ως τη χρονική στιγμή όπου για πρώτη φορά:  $x = -A \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; Πόσο μεταβλήθηκε το μέτρο της ταχύτητάς του στο ίδιο χρονικό διάστημα;
- (Απ.  $t_2 - t_1 = \frac{7\pi}{12\omega}$  s,  $\Delta|v| = \omega A(1 - \sqrt{2})/2$ )
- 4) Σε απλή αρμονική ταλάντωση για  $t=0$ ,  $U=U_{\max}$ . Ποια μορφή έχει η συνάρτηση  $x=f(t)$  και η  $K=f(t)$ .
- 5) Σώμα ( $m=2$  kg) είναι συνδεδεμένο στην ελεύθερη άκρη δύο ελατηρίων με σταθερές  $k_1=300$  N/m και  $k_2=600$  N/m. Τα ελατήρια συνδέονται σε σειρά, ενώ η άλλη άκρη του συστήματος είναι στερεωμένη σε ακλόνητο υποστήριγμα. Το σύστημα ισορροπεί αρχικά κατακόρυφα. Εκτρέπουμε το σώμα τραβώντας το προς τα κάτω από τη θέση ισορροπίας. Να δείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει α.α.τ. και να βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης. Επηρεάζεται η σταθερά επαναφοράς αν το σύστημα ταλαντώνεται εκτός βαρυτικού πεδίου;
- 6) Σε ιδανικό κύκλωμα H/M ταλαντώσεων : i) ποιες χρονικές στιγμές σε μια περίοδο το φορτίο του πυκνωτή είναι ίσο με το μισό του μέγιστου φορτίου; ii) με πόσο ρυθμό μεταβάλλεται τότε το φορτίο;
- 7) Ένα υλικό σημείο ( $m=0,2$  kg) εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση σε εξίσωση στο S.I.  $x=4\sigma\upsilon\nu(\pi t+\pi/4)$
- απεικονίστε με στρεφόμενα ανύσματα τις συναρτήσεις  $x$ ,  $v$  και  $a$
  - υπολογίστε την ενέργεια της ταλάντωσης
  - υπολογίστε την αρχική κινητική του ενέργεια
  - πόση είναι η μετατόπιση του από  $t=0$  έως  $t=1$  s

- e) ποια η φάση της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή  $t=2$  s.
- 8) Φθίνουσα ταλάντωση έχει συχνότητα 4 Hz και το πλάτος της μειώνεται εκθετικά με το χρόνο. Δύο πλάτη αυτής της ταλάντωσης, τα οποία απέχουν χρονικά μια περίοδο, έχουν λόγο 8/7. Να βρεθεί η σταθερά απόσβεσης  $b$  δεδομένου ότι είναι  $b=2m\cdot\Lambda$ , όπου  $m$  είναι η μάζα του ταλαντωτή ( $m=1$  kg) και  $\Lambda$  η σταθερά του τύπου  $A=A_0\cdot e^{-\Lambda t}$
- 9) Αρμονικός ταλαντωτής στη θέση  $x_1=2$  cm έχει ταχύτητα  $v_1=4$  cm/s και στη θέση  $x_2=-4$  cm έχει ταχύτητα  $v_2=2$  cm/s. Αν η μάζα του είναι  $m=5$  kg, πόσο είναι το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς και πόσο είναι το έργο της δύναμης επαναφοράς από  $x_1$  έως  $x_2$ ;  
(Απ.  $F_0=\sqrt{5}\cdot 10^{-1}$  N,  $W = -3\cdot 10^{-3}$  J)
- 10) Ένας αρμονικός ταλαντωτής ( $m=2$ kg), όταν απορροφήσει πρόσθετη ενέργεια  $4\cdot 10^{-3}$  J, αποκτά νέο πλάτος που είναι κατά 2 cm μεγαλύτερο από το αρχικό. Αν  $\omega=2$  rad/s, πόση είναι η ολική ενέργεια της αρχικής ταλάντωσης;  
(Απ.  $E=9\cdot 10^{-4}$  J)
- 11) Υλικό σημείο εκτελεί α.α.τ. με συχνότητα 20 Hz και πλάτος 10 cm. Τη στιγμή 0 s η απομάκρυνση είναι 5 cm και η ταχύτητα αρνητική. Ποια είναι η απομάκρυνση τη χρονική στιγμή 0,125 s  
(Απ.  $x=-5$  cm)
- 12) Απλή αρμονική ταλάντωση έχει περίοδο 2 s. Να βρεθούν οι χρονικές στιγμές σε μια περίοδο, κατά τις οποίες η κινητική ενέργεια είναι τριπλάσια της δυναμικής.  
(Απ. 1/6 s, 5/6 s, 7/6 s, 11/6 )
- 13)



Το σύστημα ταλαντώνεται κατακόρυφα, με πλάτος  $A$ . Να βρείτε την τάση,  $T$ , του νήματος που συνδέει τις δύο μάζες στη θέση που η απομάκρυνση είναι:

i)  $x=A/2$

ii)  $x=-A/2$

Δίνονται  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $k$ ,  $A$ ,  $g$ .

(Απ.  $T_1 = -\left[ \frac{km_2 A}{2(m_1 + m_2)} + m_2 g \right]$   
 $T_2 = -\left[ \frac{-km_2 A}{2(m_1 + m_2)} - m_2 g \right]$ )

14)



Μια οριζόντια εξέδρα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερό πλάτος,  $A$ , σε κατακόρυφη διεύθυνση. Πάνω στην εξέδρα βρίσκεται ένας άνθρωπος. Μέχρι ποια τιμή μπορούμε να αυξήσουμε τη συχνότητα της ταλάντωσης της εξέδρας ώστε να μη βρεθεί ο άνθρωπος σε συνθήκες έλλειψης βαρύτητας; Δίνονται το πλάτος  $A$  και το  $g$ .

$$( f_{\max} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{A}} )$$

15) Σε αρμονικό ταλαντωτή L-C η τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή είναι  $V_0$ , όταν ο διακόπτης είναι ανοικτός. Κλείνουμε το διακόπτη. Ζητείται η τιμή του φορτίου  $Q$  του πυκνωτή σε μια χρονική στιγμή που το ρεύμα έχει τιμή:

- a)  $I_0/2$   
b)  $I_{\text{ev}}$

$$( \text{Απ. } Q = \pm C \cdot V \frac{\sqrt{3}}{2}, Q = \pm C \cdot V_0 \frac{\sqrt{2}}{2} )$$

16) Φθίνουσα ταλάντωση έχει συχνότητα 4 Hz και το πλάτος της μειώνεται εκθετικά με το χρόνο. Δύο πλάτη αυτής της ταλάντωσης, τα οποία απέχουν χρονικά μια περίοδο, έχουν λόγο 8/7. Να βρεθεί η σταθερά απόσβεσης  $b$  δεδομένου ότι είναι  $b=2m \cdot \Lambda$ , όπου  $m$  είναι η μάζα του ταλαντωτή ( $m=1 \text{ kg}$ ) και  $\Lambda$  η σταθερά του τύπου  $A=A_0 \cdot e^{-\Lambda t}$ .

Δίνονται οι  $\ln 2$  και  $\ln 7$ .

$$( \text{Απ. } b=8(3\ln 2-\ln 7) )$$

17) Σε φθίνουσα ταλάντωση η αντίσταση είναι  $F=-bv$ , όπου  $v$  είναι το μέτρο της ταχύτητας και  $b$  σταθερά, η οποία εξαρτάται από τη φύση του μέσου μέσα στο οποίο κινείται ο ταλαντωτής και από τα γεωμετρικά του στοιχεία. Δίνεται ότι ύστερα από 6 αιωρήσεις το πλάτος έχει ελαττωθεί στο μισό και η διάρκεια των 6 αιωρήσεων είναι 24 s. Να βρεθεί η μείωση του πλάτους ύστερα από 24 πλήρεις αιωρήσεις.

$$( \text{Απ. } A=A_0/16 )$$

18) Ζητείται η διαφορά φάσης δύο α.α.τ. ίδιας διεύθυνσης και συχνότητας με πλάτη  $A=3 \text{ cm}$  και  $B=4 \text{ cm}$  από τη σύνθεση των οποίων προκύπτει συνισταμένη ταλάντωση πλάτους 5 cm.

$$( \text{Απ. } \pi/2 \text{ ή } 3\pi/2 )$$

19) Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα στην ίδια ευθεία γύρω από το ίδιο κέντρο δύο α.α.τ. με εξισώσεις:

$$\psi_1 = A \cdot \eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{6}) \quad \psi_2 = B \cdot \eta\mu(\omega t - \frac{\pi}{3}), \quad A > B$$

Ζητείται: i) Να βρεθούν τα στοιχεία της συνισταμένης κίνησης.

ii) Η χρονική στιγμή που το κινητό έχει τη μέγιστη απομάκρυνση.

Εφαρμογή: ( $A = 2\text{cm}$ ,  $B = 2\sqrt{3}\text{cm}$ ,  $\omega = \frac{\pi}{3}$ )

- 20) Δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης, μέτρου και πλάτους, έχουν συχνότητες  $f_1=620\text{ Hz}$  και  $f_2=625\text{ Hz}$  και διαφορά φάσης 0. Να βρεθεί η συχνότητα της συνισταμένης ταλάντωσης. Ποιο είναι το αποτέλεσμα της σύνθεσης αυτών των αρμονικών ταλαντώσεων;

(Απ. διακρότημα με συχνότητα 5 Hz)

- 21) Υλικό σημείο μάζας 0,2 kg εκτελεί σε ευθεία γραμμική κίνηση, η οποία περιγράφεται από την εξίσωση:

$$x = 0,6 \cdot \eta\mu(4t + \frac{\pi}{4}) + 0,8 \cdot \eta\mu(4t - \frac{\pi}{4}) \text{ στο S.I., όπου } x \text{ η}$$

απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας.

- Να βρείτε τη μέγιστη Κ.Ε. και τη μέγιστη Δ.Ε. του υλικού σημείου αυτού.
- Να βρείτε τη θέση της τροχιάς, στην οποία  $K=2U$ .

( Απ:  $K_{\max} = U_{\max} = 1,6 \cdot 10^{-3}\text{ J}$ ,  $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$  )