

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΣΤΕΡΕΟ ΣΩΜΑ

1. Μια τροχαλία μάζας $2m$ και ακτίνας $r = 15\sqrt{3}$ cm είναι ελεύθερη να περιστρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα. Ένα αβαρές νήμα σταθερού μήκους περνάει πάνω απ' το αυλάκι της τροχαλίας. Στο ένα άκρο δένουμε σώμα μάζας m και στο άλλο σώμα μάζας $2m$. Κρατάμε τα σώματα ακίνητα στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο καθώς το νήμα είναι τεντωμένο. Κάποια στιγμή αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα. Εάν αυτά θεωρηθούν σημειακά, βρείτε σε πόσο χρόνο θα διπλασιαστεί η μεταξύ τους απόσταση. (Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας είναι $I = \frac{1}{2}(2m)r^2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$, το νήμα δεν γλιστρά επάνω στην τροχαλία, το μήκος του είναι ικανά μεγάλο.

2. Ομογενής κύλινδρος βάρους $W = 10$

N έχει μια λεπτή σχισμή στο μέσον

της παράπλευρης επιφάνειάς του

βάθους 10 cm. Η ακτίνα του

κυλίνδρου είναι $R = 40$ cm. Στη

σχισμή του κυλίνδρου τυλίγεται

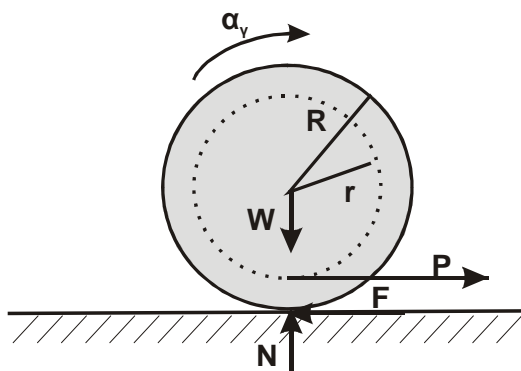
λεπτό, μη ελαστικό και αβαρές νήμα

μέσω του οποίου ασκείται οριζόντια δύναμη $P = 12$ N όπως φαίνεται στο σχήμα.

Αν ο κύλινδρος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει υπολογίστε την επιτάχυνση του

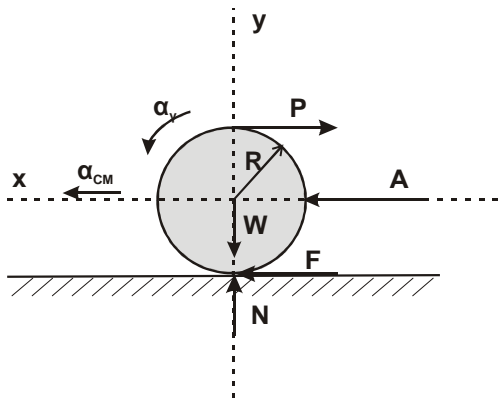
Κ.Μ. και τη δύναμη της τριβής F . Αγνοήστε την επίδραση της σχισμής στη ροπή

αδράνειας του κυλίνδρου. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.



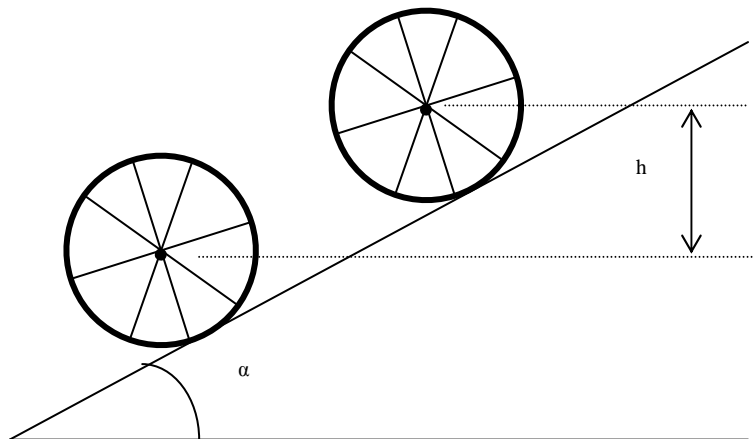
3. Ομογενής σφαίρα βάρους 70 N και ακτίνας 15 cm αφήνεται στην επιφάνεια κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης 30° . Αν ο συντελεστής τριβής (στατικής και ολίσθησης) μεταξύ σφαίρας και κεκλιμένου επιπέδου είναι $\mu = 0,1$ να προσδιορίσετε την γωνιακή επιτάχυνση και την επιτάχυνση του Κ. Μ. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$

4. Σε ομογενή κύλινδρο μάζας $m=50 \text{ kg}$ ασκούνται οι οριζόντιες δυνάμεις $P=85 \text{ N}$



στο άνω άκρο του και $A=110 \text{ N}$ στο μέσον του. Ο κύλινδρος κυλιέται χωρίς ολίσθηση. Προσδιορίστε την επιτάχυνση του Κ.Μ. του κυλίνδρου και την στατική τριβή απ' το οριζόντιο επίπεδο. Δίνεται $g=10 \text{ m/s}^2$.

5. Ένας τροχός αποτελείται από λεπτή στεφάνη μάζας M , πολύ ελαφρές ακτίνες και άξονα μάζας m . Ο τροχός τοποθετείται σε κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία α με το οριζόντιο δάπεδο, και κατόπιν αφήνεται ελεύθερος. Εάν ο τροχός κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, πόση ταχύτητα θα έχει αποκτήσει όταν θα έχει διανύσει απόσταση L ; Ποια είναι η ελάχιστη τιμή που επιτρέπεται να λάβει ο συντελεστής τριβής ώστε ο τροχός να κινείται χωρίς να ολισθαίνει;

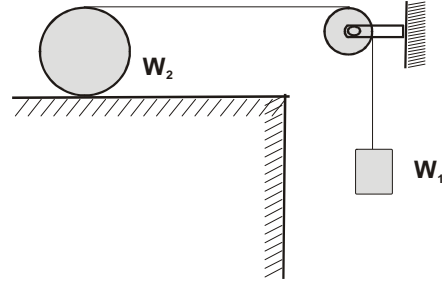


6. Εκτινάσσουμε μια μπάλα ακτίνας r και μάζας m , οριζόντια με αρχική ταχύτητα v_0 , χωρίς καμιά αρχική στροφορμή και από αμελητέο ύψος από την επιφάνεια του δαπέδου. Ζητούμε να βρούμε:
- σε πόσο χρόνο η μπάλα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει
 - πόση απόσταση διήνυσε μέχρι να έχουμε μόνο κύλιση
 - Ποιο το ποσοστό απώλειας ενέργειας μέχρι να αρχίσει καθαρή κύλιση.

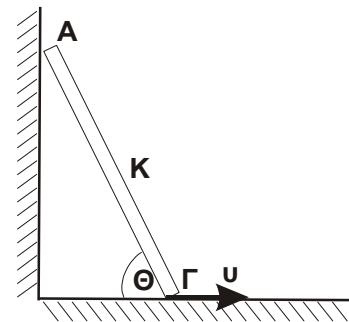
Δίνονται: $I_{CM} = \frac{2}{5} mr^2$, συντελεστής τριβής μ , επιτάχυνση της βαρύτητας g .

7. Σε ποιο ύψος πάνω απ' το τραπέζι πρέπει να ασκηθεί μια οριζόντια δύναμη σε μια μπάλα του μπιλιάρδου για να κυλίεται χωρίς να υπάρχει τριβή μεταξύ της μπάλας και του τραπεζιού.

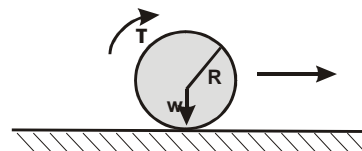
8. Αβαρές και μη ελαστικό νήμα τυλίγεται σε ομογενή κύλινδρο βάρους W_2 και αφού το περάσουμε από τροχαλία που περιστρέφεται χωρίς τριβές στο άλλο άκρο του δένουμε σώμα βάρους W_1 . Ο κύλινδρος κυλίεται στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του βάρους W_1 . Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g .



9. Μια ομογενής και συμπαγής ράβδος ΑΓ κινείται ενώ τα δύο άκρα τους είναι σε επαφή με τους τοίχους. Σε μια χρονική στιγμή η ράβδος σχηματίζει γωνία θ με το οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητα του σημείου Γ είναι u . Βρείτε τις ταχύτητες την ίδια χρονική στιγμή για τα σημεία Α και Κ (μέσον της ράβδου).



10. Σε ομογενή κύλινδρο βάρους W και ακτίνας R ασκείται ροπή ως προς το Κ.Μ τ. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή του συντελεστή στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και οριζόντιας επιφάνειας για να έχουμε κύλιση του κυλίνδρου προς τα δεξιά (χωρίς ολίσθηση).

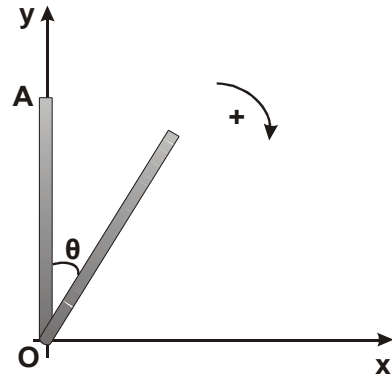


11. Σφαίρα μάζας $m=1,6$ kg και ακτίνας R (πολύ μικρή), αφήνεται να κυλήσει από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου ύψους $h=7/4$ m, γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$, με συντελεστή τριβής $\mu = \frac{\sqrt{3}}{6}$. Όταν φθάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου συγκρούεται μετωπικά με σώμα μάζας $M=4$ kg, το οποίο είναι συνδεδεμένο στην άκρη ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=400$ N/m, του οποίου η

άλλη άκρη είναι δεμένη σε ακλόνητο και κατακόρυφο τοίχωμα. Το οριζόντιο δάπεδο είναι λείο και μετά την κρούση η σφαίρα ακινητοποιείται.

- Να δείξετε ότι η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει
- Να βρείτε την ταχύτητα το Κ.Μ. της σφαίρας m πριν την κρούση
- Να βρείτε την ταχύτητα v του σώματος μάζας M αμέσως μετά την κρούση.
- Να βρείτε το ποσοστό της αρχικής ενέργειας της σφαίρας m που έγινε θερμική ενέργεια κατά την κρούση.
- Να βρείτε τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου. Δίνεται η ροπή αδράνειας συμπαγούς και ομογενούς σφαίρας ως προς το Κ.Μ. της $I = \frac{2}{5} mR^2$

12. Ομογενής ράβδος μάζας M και μήκους L αρθρώνεται στο ένα άκρο της O και αφήνεται να περιστραφεί περί το O ενώ είναι σε κατακόρυφη θέση. Να βρείτε τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου όταν έχει διαγράψει γωνία θ με την κατακόρυφο. Να λύσετε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις της κίνησης και ενεργειακά.



13. Η ομογενής ράβδος OA του σχήματος που ακολουθεί έχει μήκος $L=1m$, μάζα $m=3kg$ και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα που περνά από το άκρο της O και είναι κάθετος σε αυτή.

A. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια δύναμης μέτρου F_1 , που ασκείται στο άκρο A , κάθετα στη ράβδο

Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F_1 και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής.

B. Ασκώντας στο άκρο A , αντί της F_1 μια δύναμη

F_2 , σταθερού μέτρου και διαρκώς κάθετη στη ράβδο, η ράβδος ανέρχεται και περνά από την ανώτερη θέση της με γωνιακή ταχύτητα $\omega = \sqrt{30} \text{ rad/s}$. Τη στιγμή αυτή η F_2 παύει να ασκείται στη ράβδο. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F_2

