

## Συλλογή Ασκήσεων Φυσικής Κατεύθυνσης Γ' Λυκείου

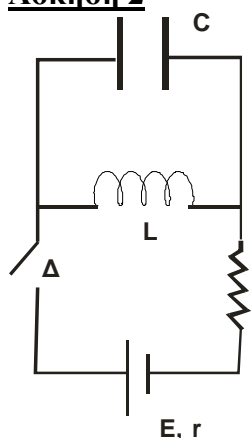
### Άσκηση 1

Κύκλωμα LC εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου είναι  $L = 10^{-2}$  H. Η εξίσωση του φορτίου του πυκνωτή είναι  $q = 10^{-2} \sin \omega t$  (S.I.) και ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής του φορτίου είναι 1 C/s. Να βρεθούν:

- α. Η περίοδος του φαινομένου, η χωρητικότητα του πυκνωτή και ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t = 5\pi \cdot 10^{-3}$  s.
- β. Να επαληθεύσετε ποιοτικά το αποτέλεσμα του ερωτήματος (α) με τη βοήθεια του διαγράμματος της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου σε σχέση με το χρόνο.
- γ. Ποιος είναι ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

(Απ.  $2\pi \cdot 10^{-2}$  s,  $10^{-2}$  F, 0, η κλίση της καμπύλης μηδενίζεται, 0,5 J/s )

### Άσκηση 2



- α. Να βρείτε την ενέργεια του ιδανικού πηνίου και του πυκνωτή στο διπλανό κύκλωμα όταν ο διακόπτης Δ είναι κλειστός.
- β. Ο διακόπτης ανοίγει τη στιγμή  $t=0$ . Ποιος οπλισμός θα φορτιστεί πρώτα θετικά; Πόσο είναι το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή;
- γ. Να γράψετε τις εξισώσεις  $q$ ,  $i$ , με το χρόνο  $t$ .
- δ. Πόσο είναι το φορτίο του πυκνωτή όταν  $U_E = U_B$ ; Πότε θα γίνει αυτό για 2<sup>η</sup> φορά; Δίνονται:  $R=18\Omega$ ,  $E=40V$ ,  $r=2\Omega$ ,  $L=10^{-2}H$ ,  $C=4\mu F$

(Απ.  $U_B=2 \cdot 10^{-2}$  J,  $U_E=0$ , ο δεξιός οπλισμός,  $Q=4 \cdot 10^{-4}$  C,  $i = 2 \sin 5000t$ ,

$$q = -4 \cdot 10^{-4} \sin 5000t, \quad q = \pm \frac{Q}{\sqrt{2}}, \quad t = \frac{3\pi}{2} \cdot 10^{-4} \text{ s } )$$

### Άσκηση 3

Σώμα κάνει φθίνουσα μηχανική ταλάντωση και η απομάκρυνσή του με το χρόνο είναι:  $x = 0,4 \cdot e^{-\ln 8t} \cdot \sin \omega t$ . Αν σε χρόνο  $t=2T$  το πλάτος ελαττώνεται κατά 50%, να βρείτε:

- α. την σταθερά  $\Lambda$  και την περίοδο  $T$  της φθίνουσας ταλάντωσης
- β. τον χρόνο υποδιπλασιασμού του πλάτους
- γ. τον χρόνο υποδιπλασιασμού της ενέργειας

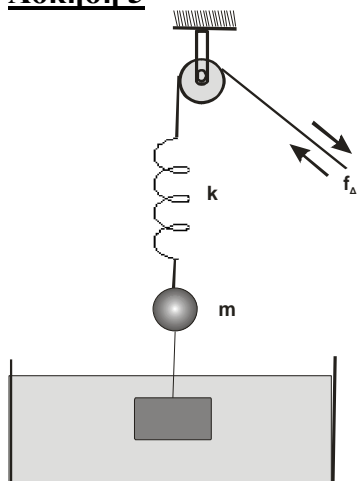
( Απ.  $\Lambda=3\ln 2$ ,  $T=1/6$  s,  $t_1=1/3$  s,  $t_2=1/6$  s )

### Άσκηση 4

Δίνεται κύκλωμα με πυκνωτή  $C = 20$  mF, πηνίο με  $L = 1/9$  H με αντιστάτες  $R_1 = 25\Omega$ ,  $R_2=100\Omega$  και ανοικτό διακόπτη σε σειρά. Αρχικά ο πυκνωτής βρίσκεται σε τάση 20V. Κλείνουμε το διακόπτη και αρχίζει φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση. Κάποια στιγμή το φορτίο του πυκνωτή γίνεται μηδέν για 1<sup>η</sup> φορά και η ένταση του ρεύματος γίνεται 6A. Να βρεθεί η θερμότητα που εκλύθηκε σε κάθε αντίσταση μέχρι τότε.

(Απ  $Q_1=0,4$  J,  $Q_2=1,6$  J)

### Άσκηση 5



Σώμα με μάζα  $m = 4 \text{ kg}$  εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πλάτους  $A=0,4\text{m}$ , στερεωμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς  $k=400 \text{ N/m}$ , υπό την επίδραση εξωτερικής περιοδικής δύναμης η οποία ασκείται με συχνότητα  $f_{\Delta}=3/\pi \text{ Hz}$ . Το σώμα για  $t=0$  βρισκόταν στη θέση ισορροπίας του, ξεκινώντας κατά τη θετική φορά  $v>0$ .

α. Να γραφεί η εξίσωση της ταλάντωσης που πραγματοποιεί το σύστημα και να υπολογιστεί η ολική της ενέργεια.

β. Αυξάνουμε τη συχνότητα του διεγέρτη σε  $f_{\Delta}=4/\pi \text{ Hz}$ . Τι θα συμβεί με το πλάτος της ταλάντωσης και γιατί;

γ. Πόση θα έπρεπε να ήταν η μάζα του σώματος στο αρχικό πείραμα, για να παρουσίαζε το σύστημα μέγιστη ικανότητα απορρόφησης ενέργειας από τον διεγέρτη;

Θεωρείστε ότι η σταθερά απόσβεσης  $b$  του συστήματος είναι πολύ μικρή.  
(  $x=0,4\eta\mu\delta t$ ,  $E=32 \text{ J}$ ,  $A'>A$ ,  $m=11,1 \text{ kg}$  )

### Άσκηση 6

Υλικό σημείο εκτελεί δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας συχνότητας, ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο ισορροπίας με εξισώσεις:

$$x_1 = \sqrt{3} \cdot \eta\mu\left(10t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ και } x_2 = 1 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ } x_1, x_2 \text{ σε cm.}$$

α. Να βρείτε την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης.

β. Να βρείτε την ενέργεια του υλικού σημείου που εκτελεί τη συνισταμένη ταλάντωση αν  $m = 1 \text{ kg}$ .

γ. Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν  $x=1\text{cm}$ .

$$\text{( Απ. } x = 2\eta\mu\left(10t - \frac{\pi}{6}\right), E=2 \cdot 10^{-2} \text{ J, } v = 10\sqrt{3}\text{cm/s} \text{ )}$$

### Άσκηση 7

Η κίνηση ενός σωματιδίου περιγράφεται από την εξίσωση  $y=8\sigma\upsilon\nu\omega\tau\eta\mu 202t$  ( $x, y$ , σε cm)

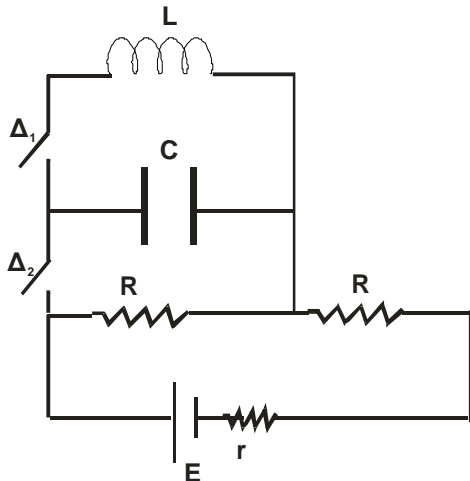
α. Αναγνωρίστε το είδος της κίνησης και αναφέρετε τις προϋποθέσεις που πρέπει να ισχύουν για τις δύο συνιστώσες κινήσεις

β. Γράψτε τις εξισώσεις των δύο κινήσεων που είναι οι συνιστώσες της κίνησης που δίνεται.

γ. Πόσες φορές σε χρόνο  $t=2\pi \text{ s}$   $m$  μεγιστοποιείται το πλάτος της συνισταμένης κίνησης.

( Διακρότημα  $\omega_1 \cong \omega_2$ ,  $4\eta\mu 204t$ ,  $4\eta\mu 200t$ , 5)

### Άσκηση 8

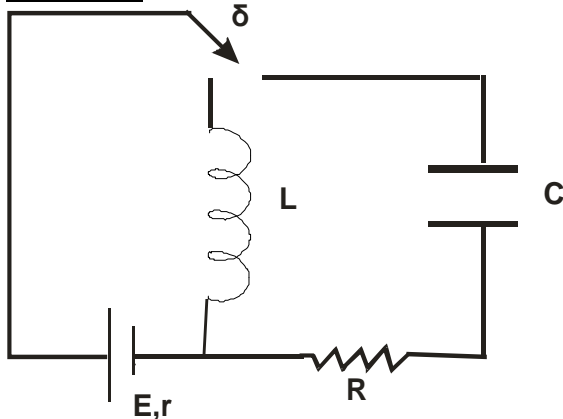


Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται:  
 $E=50V$ ,  $r=5\Omega$ ,  $R=10\Omega$ ,  $C=20\mu F$  και  $L=2mH$ . Αρχικά κλείνουμε το διακόπτη  $\Delta_2$  και αφήνουμε ανοικτό το διακόπτη  $\Delta_1$ . Στη συνέχεια κλείνουμε ακαριαία τον  $\Delta_1$  και ανοίγουμε τον  $\Delta_2$ , τη χρονική στιγμή  $t=0$ .

- Να εξηγήσετε γιατί το κύκλωμα LC θα εκτελέσει ηλεκτρική ταλάντωση.
- Να γράψετε τις εξισώσεις σε σχέση με το χρόνο για την ένταση του ρεύματος και το φορτίο του πυκνωτή.
- Να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος όταν το φορτίο του πυκνωτή είναι το  $\frac{1}{2}$  της μέγιστης τιμής του.

(Απ. κύκλωμα LC,  $q=4 \cdot 10^{-4} \sin 5000t$ ,  $i = -2 \eta\mu 5000t$ ,  $i = \pm \frac{\sqrt{6}}{2} A$ )

### Άσκηση 9



Για το κύκλωμα του διπλανού σχήματος δίνονται:  $R=4\Omega$ ,  $L=1mH$

- Ο διακόπτης  $\delta$  συνδέεται με το πηνίο και ο ρυθμός που ακτινοβολεί ενέργεια το πηνίο είναι  $32 J/s$ , όταν διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $4A$ . Να βρείτε την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.
- Ο διακόπτης συνδέεται με τον πυκνωτή τη στιγμή  $t=0$ . Τι φαινόμενο θα λάβει χώρα; Τι θα γίνει η αρχική ενέργεια.

γ. Να βρείτε το λόγο των θερμοτήτων που ελευθερώνονται στις αντιστάσεις στη διάρκεια του φαινομένου..

(Απ.  $U_B=8 \cdot 10^{-3} J$ , θερμική στις αντιστάσεις,  $2/1$ )

### Άσκηση 10

Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο ταλαντώσεις  $y_1=A_1 \cdot \eta\mu\omega t$  και  $y_2=A_2 \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi)$

Όταν εκτελεί μόνο την πρώτη ταλάντωση η ενέργεια ταλάντωσης είναι  $E_1$ , ενώ όταν εκτελεί μόνο την δεύτερη ταλάντωση η ενέργεια ταλάντωσης είναι  $E_2$  και όταν εκτελεί και τις δύο ταλαντώσεις (σύνθεση) η ενέργεια ταλάντωσης είναι  $E=E_1+E_2$ .

Ζητάμε να βρούμε τη διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων.

(Απ.  $\varphi=\pi/2$ )

### Άσκηση 11

Σώμα μάζας  $m=1kg$  εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που έχουν την ίδια διεύθυνση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι εξισώσεις των ταλαντώσεων είναι:

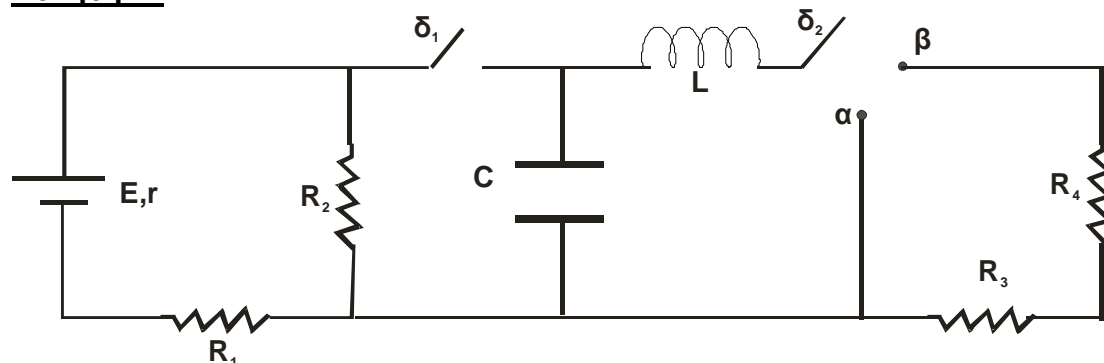
$$x_1 = 10 \cdot \eta\mu 2t \quad (x \rightarrow cm) \quad x_2 = 10\sqrt{3} \cdot \eta\mu\left(2t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (x \rightarrow cm)$$

α. Ποια η εξίσωση  $x=f(t)$

β. Ποια η δυναμική ενέργεια του σώματος τη στιγμή  $t=3\pi/12 s$ .

- γ. Το σώμα περνώντας από τη θέση  $x=12\text{ cm}$  με  $v>0$  συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με άλλο σώμα μάζας  $m_1=0,5\text{ kg}$  που κινείται αντίθετα με  $v_1=0,64\text{ m/s}$ . Ποια η ταχύτητα του συσσωματώματος και το νέο πλάτος ταλάντωσης.
- δ. Ποιο το ποσοστό μείωσης της κινητικής ενέργειας του συστήματος λόγω κρούσης. (Απ.  $x=20\cdot\eta\mu(2t+\pi/3)$ ,  $0,02\text{ J}$ ,  $0$ ,  $12\text{ cm}$ ,  $100\%$ )

### Άσκηση 12



Στο κύκλωμα του άνω σχήματος δίνονται τα εξής στοιχεία:  $E=80\text{ V}$ ,  $r=10\ \Omega$ ,  $R_1=10\ \Omega$ ,  $R_2=20\ \Omega$ ,  $R_3=20\ \Omega$ ,  $R_4=10\ \Omega$ ,  $L=10\text{ mH}$ ,  $C=100\ \mu\text{F}$

- α) στην αρχή  $\delta_1$  κλειστός και  $\delta_2$  ανοικτός. Να υπολογιστεί το μέγιστο φορτίο στον πυκνωτή
- β) ανοίγουμε το διακόπτη  $\delta_1$  και τοποθετούμε το διακόπτη  $\delta_2$  στη θέση (α). Να υπολογιστούν 1)  $q=f(t)$ ,  $i=f(t)$  2) η χρονική στιγμή που για 4<sup>η</sup> φορά  $U_B=U_E$  3)  $\Delta i/\Delta t$ ,  $\Delta V_C/\Delta t$ ,  $\Delta U_B/\Delta t$  αυτή τη χρονική στιγμή
- γ) με το διακόπτη  $\delta_1$  ανοικτό, όταν ο πυκνωτής έχει το μέγιστο φορτίο τοποθετούμε το διακόπτη  $\delta_2$  στη θέση β, οπότε αρχίζει το κύκλωμα να εκτελεί φθίνουσες ηλεκτρικές ταλαντώσεις με περίοδο  $T=0,01\text{ s}$ . Η εξίσωση του μέγιστου φορτίου είναι  $Q=Q_0\cdot e^{-0,01\cdot(\ln 2)t}$  ( $t=NT$ ). Κάποια στιγμή το μέγιστο φορτίο είναι το μισό του αρχικού. Να υπολογίσετε: 1) τη χρονική στιγμή που είναι  $Q=Q_0/2$  2) Πόσες ταλαντώσεις θα έχει κάνει το κύκλωμα μέχρι τότε. 3) Όταν το κύκλωμα κάνει τις μισές από τις παραπάνω ταλαντώσεις να βρεθεί πόση ενέργεια έχει χαθεί και πως αυτή κατανέμεται στους αντιστάτες  $R_3$  και  $R_4$ .

### Άσκηση 13

Κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου και κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα

διαδίδεται αρμονικό κύμα της μορφής  $y = -0,1 \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi x}{2} - 4\pi t\right)\text{ S.I.}$  Να

βρεθούν:

- 1) Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος
- 2) Κάποια χρονική στιγμή  $t$  οι φάσεις των ταλαντώσεων δύο σημείων (M) και (N)

του μέσου που είναι προς τα δεξιά της πηγής (O), είναι  $\phi_M = \frac{10\pi}{3}$  και

$\phi_N = \frac{17\pi}{6}$ . Να βρείτε ποιο από τα δύο σημεία είναι πιο κοντά στην πηγή (O)

και ποια είναι η απόσταση μεταξύ των δύο σημείων.

- 3) Ποια είναι η απομάκρυνση του σημείου (N) από τη θέση ισορροπίας του, κάθε φορά που το σημείο (M) αποκτά τη μέγιστη θετική απομάκρυνση.
- 4) Να βρείτε την τιμή της ταχύτητας ενός μορίου του μέσου, όταν η απομάκρυνση του από τη θέση ισορροπίας του είναι:  $x=y=0,05\text{ m}$

5) Να γίνει το στιγμιότυπο του κύματος τη στιγμή  $t=1$  s.

#### Άσκηση 14

Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  δημιουργούν στην επιφάνεια του νερού που ηρεμεί εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα  $v=80$  cm/s. Οι δύο πηγές εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $y=A\eta\mu\omega t$ . Με την επίδραση των κυμάτων, ένα μικρό κομμάτι φελλού που βρίσκεται στην επιφάνεια του νερού ταλαντώνεται, με εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας του:  $y=A\eta\mu 2\pi(8t-4)$ . Οι αποστάσεις του φελλού από τις πηγές και το μήκος κύματος  $\lambda$  των δύο κυμάτων συνδέονται με τη σχέση:  $r_1-r_2=2\lambda$

- 1) Να υπολογίσετε τις αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$
- 2) Ποια η επιτάχυνση της ταλάντωσης του φελλού τις στιγμές: 0,3 s και 0,6875 s μετά τη στιγμή  $t=0$ ;
- 3) Ποια χρονική στιγμή μετά την  $t=0$  περνά ο φελλός από τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης για 1<sup>η</sup> φορά;

#### Άσκηση 15

Σε ομογενή ελαστική χορδή μήκους  $L=102,5$  cm που το ένα άκρο της είναι ακλόνητα στερεωμένο δημιουργούνται στάσιμα κύματα. Αν η εξίσωση του

στάσιμου κύματος είναι:  $y = 8 \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{\pi x}{5} \cdot \eta\mu 8\pi(x, y \text{ σε cm})$

- 1) Να γραφούν οι εξισώσεις του τρέχοντος και του ανακλώμενου κύματος και να βρεθεί η ταχύτητα διάδοσης του τρέχοντος κύματος
- 2) Να βρεθεί η εξίσωση που δίνει τις αποστάσεις από την πηγή όλων των σημείων που πάλλονται με πλάτος 4 cm. Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης χρόνου για τα σημεία αυτά.
- 3) Να βρεθεί ο αριθμός των κοιλιών που δημιουργούνται κατά μήκος της χορδής
- 4) Να γίνουν τα στιγμιότυπα του κύματος τις χρονικές στιγμές  $t_1=T/4$  και  $t_2=3T/4$
- 5) Να βρεθούν τα σημεία της χορδής που έχουν μέγιστη ταχύτητα μέτρου ίσου με το μισό του πλάτους της ταχύτητας μιας κοιλίας και να γραφεί η εξίσωση ταχύτητας χρόνου για τα σημεία αυτά.

#### Άσκηση 16

Σε χορδή έχει σχηματιστεί στάσιμο κύμα με εξίσωση:

$y = 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{\pi x}{3} \cdot \eta\mu \frac{\pi}{6} t$  (S.I). Θεωρούμε ως  $t=0$  μια χρονική στιγμή κατά

την οποία η αρχή  $x=0$ , η οποία είναι κοιλία, διέρχεται από τη θέση ισορροπίας κινούμενη κατά τη θετική κατεύθυνση

- 1) Να γίνουν τα διαγράμματα απομάκρυνσης-χρόνου δύο σημείων Κ και Λ με  $x_K=4$ cm και  $x_\Lambda=5$ cm
- 2) Να γίνει το διάγραμμα της φάσης των σημείων της χορδής, σε συνάρτηση με την απόσταση  $x$  την  $t=6$ s
- 3) Ποια η ταχύτητα ενός σημείου που βρίσκεται στη θέση  $x=9$ cm τη στιγμή  $t=8$ s
- 4) Πόσοι δεσμοί υπάρχουν ανάμεσα στις θέσεις  $x=1$ m ως  $x=7$ m;

#### Άσκηση 17

Δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα που έχουν το ίδιο πλάτος και την ίδια συχνότητα  $f=20$ Hz διαδίδονται κατά μήκος μιας χορδής προς αντίθετες κατευθύνσεις και δημιουργούν στάσιμο κύμα. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σωματιδίων που βρίσκονται στις κοιλίες είναι  $160\pi$  cm/s. Η απόσταση μεταξύ ενός δεσμού και της αμέσως επόμενης κοιλίας είναι  $\Delta x=15$  cm.

- 1) Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος

- 2) Ποια είναι η διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων της χορδής, που απέχουν απόσταση 20cm
- 3) Πόσοι δεσμοί σχηματίζονται μεταξύ μιας κοιλίας του στάσιμου κύματος που επιλέγουμε σαν αρχή μέτρησης των αποστάσεων ( $x=0$ ) και σημείου της χορδής που απέχει από αυτήν απόσταση 135cm
- 4) Ποια είναι η επιτάχυνση ενός σωματιδίου της χορδής, που απέχει 30cm από το σημείου  $x=0$  και προς τα δεξιά του, τη χρονική στιγμή  $1/160$  s;

### Άσκηση 18

Μια χορδή ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση  $y=\sin(2\pi x/3)\eta\mu 50t$  (S.I). Να βρείτε:

- 1) Το πλάτος και την ταχύτητα των κυμάτων που η συμβολή τους μπορεί να δώσει αυτή την ταλάντωση
- 2) Την απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών ακίνητων σημείων της χορδής
- 3) Την ταχύτητα που έχει ένα σημείο της χορδής το οποίο απέχει απ' το άκρο της απόσταση  $x=3m$  τη χρονική στιγμή  $t=0,42s$ .
- 4) Αν το ένα άκρο της χορδής είναι κοιλία, ενώ το άλλο ακλόνητα στερεωμένο και συνολικά σχηματίζονται 4 δεσμοί να βρείτε το μήκος της χορδής
- 5) Με ποια συχνότητα πρέπει να γίνεται η ταλάντωση ώστε να σχηματίζονται συνολικά 5 δεσμοί;

### Άσκηση 19

Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού αρμονικά κύματα με περίοδο 0,5s. Η ταχύτητα διάδοσής τους είναι 6m/s. Δύο σημεία A και B βρίσκονται στην επιφάνεια του υγρού και απέχουν από τις πηγές αντίστοιχα  $(A\Pi_1)=16m$ ,  $(A\Pi_2)=25m$ ,  $(B\Pi_1)=10m$ ,  $(B\Pi_2)=7m$ .

- 1) Στα σημεία A και B έχουμε ενίσχυση ή απόσβεση;
- 2) Πόσες υπερβολές ενισχυτικής συμβολής σχηματίζονται μεταξύ των A και B;
- 3) Η απόσταση  $\Pi_1\Pi_2$  είναι  $d=12m$ . Πόσα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος μένουν συνεχώς ακίνητα και πόσα ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος;;

### Άσκηση 20

Σε ένα σημείο O της επιφάνειας νερού που ηρεμεί εφάπτεται το ελεύθερο άκρο μιας ακίδας, το άλλο άκρο της οποίας είναι στερεωμένο σε σκέλος διαπασών. Το διαπασών εκτελεί αμείωτη ταλάντωση και έτσι δημιουργείται εγκάρσιο επιφανειακό κύμα. Το πλάτος του κύματος είναι  $A=5mm$  και η ταχύτητα διάδοσης είναι  $v=2,4m/s$ . Η απόσταση ανάμεσα σε δύο όρη του κύματος είναι  $d=1,5cm$  και η συχνότητα είναι ανάμεσα στα 170 Hz και στα 450 Hz.

- 1) Να υπολογιστεί η συχνότητα του διαπασών.
- 2) Κατά μήκος μιας ακτίνας διάδοσης υπάρχουν δύο σημεία A και B σε αποστάσεις  $x_A=8cm$  και  $x_B=18cm$  από το O. Αν η φάση του είναι  $10\pi$ , πόση είναι η φάση του B; Ποια η φυσική σημασία του αποτελέσματος
- 3) Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας του A

### Άσκηση 21

Δύο σύγχρονες πηγές  $\Pi_1, \Pi_2$  εκπέμπουν ένα εγκάρσιο μηχανικό κύμα. Ένα σημείο που βρίσκεται στη θέση των πηγών ταλαντώνεται με εξίσωση  $y=2 \cdot 10^{-3} \cdot \eta\mu 5\pi t$ . Σημείο Σ απέχει από την  $\Pi_1$  απόσταση  $x_1=4m$  και από την  $\Pi_2$  απόσταση  $x_2$ . Το κύμα για να φθάσει από την  $\Pi_1$  στο Σ χρειάζεται χρόνο  $t_1=4s$ , ενώ για να φθάσει από την  $\Pi_2$  στο Σ καθυστερεί 4s. Να βρείτε:

- 1) την εξίσωση απομάκρυνσης του σημείου Σ με το χρόνο
- 2) το διάγραμμα  $y=f(t)$  αν  $4 \leq t \leq 8$
- 3) την ταχύτητα και επιτάχυνση του Σ τη χρονική στιγμή  $t=1,2s$

- 4) την ελάχιστη συχνότητα των εκπεμπόμενων κυμάτων ώστε το σημείο Σ να είναι ακίνητο.

### Άσκηση 22

Στάσιμο κύμα διαδίδεται πάνω σε χορδή με  $f=20\text{Hz}$ , αν η ταχύτητα σημείου που είναι σε κοιλία είναι  $v_0=1,6\pi\text{ m/s}$  και η απόσταση κοιλίας με τον μεθεπόμενο δεσμό είναι  $0,15\text{ m}$ , να βρεθούν:

- 1) η εξίσωση του στάσιμου κύματος
- 2) η διαφορά φάσης δύο σημείων που απέχουν  $0,2\text{m}$
- 3) το πλήθος δεσμών στην απόσταση  $0-13,5\text{m}$
- 4) η επιτάχυνση ενός σημείου αν  $x=0,3\text{m}$ ,  $t=1/160\text{s}$
- 5) αν σημείο Ν απέχει από την αρχή Ο απόσταση  $1,26\text{m}$ , να βρεθεί η απόσταση του Ν από την πλησιέστερη κοιλία

### Άσκηση 23

Να βρεθεί το πλάτος των σημείων Α και Β που απέχουν από ένα δεσμό αποστάσεις  $\lambda/3$  και  $\lambda/6$

### Άσκηση 24

Ένα σημείο Ο ενός ομογενούς γραμμικού ελαστικού μέσου που έχει την διεύθυνση του άξονα  $x'x$  τίθεται τη χρονική στιγμή  $t=0$  σε απλή αρμονική ταλάντωση. Η ταλάντωση του σημείου Ο δημιουργεί ένα εγκάρσιο κύμα που διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση με εξίσωση  $y=5\cdot 10^{-2}\eta\mu\pi(t-0,4x)$  (S.I)

- 1) Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος
- 2) Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή  $t_1=1\text{s}$  τη διαφορά φάσης μεταξύ του σημείου Ο και ενός σημείου Μ του ελαστικού μέσου που απέχει  $x=2\text{m}$  από το Ο.
- 3) Να παρασταθεί γραφικά η απομάκρυνση του σημείου Μ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο
- 4) Να βρεθεί η ταχύτητα του σημείου Μ τη χρονική στιγμή  $t=1,05\text{ s}$
- 5) Να παρασταθούν γραφικά οι φάσεις των σημείων Ο και Μ σε συνάρτηση με το χρόνο στο ίδιο σύστημα αξόνων.
- 6) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $t=2\text{s}$

### Άσκηση 25

Κατά μήκος ενός ομογενούς γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδονται ταυτόχρονα δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα, με εξισώσεις:  $y_1=0,02\eta\mu 2\pi(2t-10x)$  (S.I)  $y_2=0,02\eta\mu 2\pi(2t+10x)$  (S.I) Από τη συμβολή των δύο κυμάτων δημιουργείται στάσιμο κύμα. Θεωρούμε ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων ( $x=0$ ) μια κοιλία του στάσιμου κύματος και ως αρχή των χρόνων ( $t=0$ ) τη χρονική στιγμή κατά την οποία η φάση της ταλάντωσης του σημείου του σχοινιού που βρίσκεται στη θέση  $x=0$  είναι  $\varphi=0^0$ .

- 1) Να υπολογίσετε την περίοδο, το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων
- 2) Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει από τη συμβολή των δύο κυμάτων.
- 3) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης ενός σημείου Μ του μέσου που βρίσκεται στη θέση  $x=40\text{ cm}$ , καθώς και την ταχύτητα του σημείου Μ τη χρονική στιγμή  $t=3,5\text{ s}$
- 4) Υποθέτοντας ότι το μέσο έχει μήκος  $30\text{ cm}$  να σχεδιάσετε τα στιγμιότυπα του στάσιμου κύματος τις χρονικές στιγμές  $t_1=0$ ,  $t_2=0,25\text{s}$ ,  $t_3=0,75\text{s}$
- 5) Να υπολογιστεί η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων του ελαστικού μέσου Α ( $x_A=0,025\text{m}$ ) και Γ ( $x_\Gamma=0,075\text{m}$ ).

### Άσκηση 26

Στα σημεία A και B που απέχουν 4m βρίσκονται δύο σύμφωνες πηγές που εκπέμπουν στην επιφάνεια ενός αρχικά ήρεμου υγρού, αρμονικά κύματα πλάτους  $A=10\text{mm}$  και συχνότητας  $5\text{Hz}$ . Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στο ελαστικό μέσο είναι  $10\text{ m/s}$ . Στο σημείο Γ βρίσκεται ένα κομμάτι φελλού και απέχει από την πηγή B  $3\text{m}$  ενώ  $AB \perp B\Gamma$

- 1) Αν θεωρήσουμε ότι οι πηγές άρχισαν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή  $t=0$ , να βρεθεί η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας και η ταχύτητα του φελλού τις χρονικές στιγμές  $t_1=0,2\text{s}$ ,  $t_2=0,45\text{s}$ ,  $t_3=0,575\text{s}$
- 2) Να παρασταθεί γραφικά η απομάκρυνση του φελλού από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο
- 3) Ποια χρονική στιγμή, μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων, ο φελλός θα φτάσει για πρώτη φορά στη θέση της μέγιστης; αρνητικής απομάκρυνσης
- 4) Σε ποια σημεία του ευθυγράμμου τμήματος AB θα μπορούσε να τοποθετηθεί ένας άλλος φελλός ώστε να παραμένει συνεχώς ακίνητος.

### Άσκηση 27

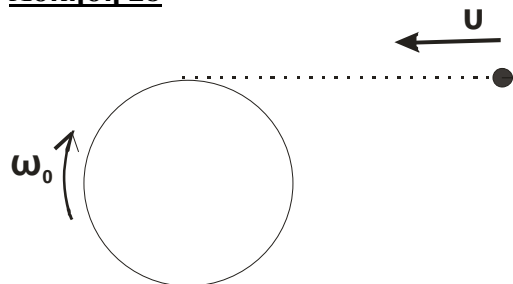
Ένας δορυφόρος εκπέμπει H/M κύμα με κατεύθυνση ένα υποβρύχιο σταθμό. Το H/M κύμα πριν εισέλθει στο νερό έχει ηλεκτρικό πεδίο που περιγράφεται από την εξίσωση  $E=30\eta\mu 2\pi(6 \cdot 10^{10}t - 2 \cdot 10^2x)$  (S.I). Όταν το H/M κύμα εισέλθει στο νερό η μέγιστη τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου μειώνεται από  $B_0$  σε  $B_0'$  όπου  $B_0' = B_0 \sqrt{2}$ .

Όταν ο υποβρύχιος σταθμός εκπέμπει προς το δορυφόρο, για γωνίες πρόσπτωσης μεγαλύτερες από  $30^\circ$ , η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία παθαίνει ολική ανάκλαση στη διαχωριστική επιφάνεια νερού-αέρα και τα σήματα δεν φτάνουν στο δορυφόρο. Να υπολογίσετε:

- 1) την εξίσωση που περιγράφει το μαγνητικό πεδίο του H/M κύματος στον αέρα
- 2) την ταχύτητα διάδοσης του H/M κύματος στο νερό
- 3) την εξίσωση που περιγράφει την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου του H/M κύματος στο νερό.

Δίνεται η ταχύτητα διάδοσης του H/M κύματος στον αέρα  $c=3 \cdot 10^8\text{m/s}$

### Άσκηση 28



Δίσκος με μάζα  $M=2\text{kg}$  και ακτίνα  $R=0,4\text{m}$  περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο του δίσκου με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_0=10\text{rad/s}$ . Κομμάτι στόκου μάζας  $m=0,5\text{ kg}$  κινείται με ταχύτητα  $v=5\text{m/s}$  και

σφηνώνεται στο πάνω μέρος του δίσκου. Ζητάμε:

- 1) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος λόγω κρούσης
- 2) τη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος δίσκος-στόκος, όταν καθώς περιστρέφεται το σύστημα ο στόκος είναι στην κατώτερη θέση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς το Κ.Μ. του  $I=1/2MR^2$

### Άσκηση 29



Κύλινδρος μάζας  $m=10\text{ kg}$  δέχεται μια κεντρική δύναμη  $F$  η οποία το υποχρεώνει να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει μεταφέρεται από τη θέση

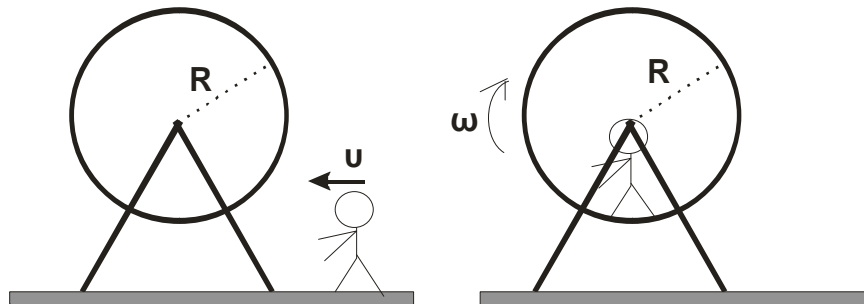


Α στη θέση Β σε χρόνο  $t_{AB}=5s$ . Στη θέση Β η συχνότητα περιστροφής είναι  $10/\pi$  Hz. Στη συνέχεια ο κύλινδρος ανεβαίνει σε μια καμπυλόγραμμη τροχιά και σταματά στη θέση Γ η οποία απέχει από το έδαφος ύψος  $h=0,3m$  ( $I=mR^2/2$ ).

Ζητάμε:

- 1) την ταχύτητα του Κ.Μ στη θέση Β
- 2) το λόγο  $F/T$
- 3) Το έργο της  $F$  στη διαδρομή ΑΓ
- 4) το ρυθμό μεταβολής του έργου της  $F$  στη θέση Β
- 5) το ρυθμό μεταβολής του έργου της  $T$  στη θέση Β
- 6) το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής στη θέση  $H=B$

### Άσκηση 30



Άνθρωπος μάζας  $m$  τρέχει με ταχύτητα  $u$  και μπαίνει σε τροχό ακτίνας  $R$  και μάζας  $M=4m$  συγκεντρωμένης στην περιφέρεια. Ο άνθρωπος μαζί με τον τροχό τίθεται σε περιστροφική κίνηση.. Ζητείται:

- 1) η ελάχιστη ταχύτητα  $u$  ώστε ο άνθρωπος καθώς θα περιστρέφεται ο τροχός να φθάνει στην ανώτερη θέση χωρίς να πέφτει (ο άνθρωπος να θεωρηθεί σημειακή μάζα)
- 2) το ποσοστό της χαμένης μηχανικής ενέργειας που γίνεται θερμική κατά την ανάβαση του ανθρώπου στον τροχό.

### Άσκηση 31

Σφαίρα μάζας  $m=1,6$  kg και ακτίνας  $R$  (πολύ μικρή), αφήνεται να κυλήσει από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου ύψους  $h=7/4$  m, γωνίας κλίσης  $\phi=30^\circ$ , με συντελεστή

τριβής  $\mu = \frac{\sqrt{3}}{6}$ . Όταν φθάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου συγκρούεται

μετωπικά με σώμα μάζας  $M=4$  kg, το οποίο είναι συνδεδεμένο στην άκρη ιδανικού οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς  $k=400$  N/m, του οποίου η άλλη άκρη είναι δεμένη σε ακλόνητο και κατακόρυφο τοίχωμα. Το οριζόντιο δάπεδο είναι λείο και μετά την κρούση η σφαίρα ακινητοποιείται.

- 1) Να δείξετε ότι η σφαίρα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει
- 2) Να βρείτε την ταχύτητα το Κ.Μ. της σφαίρας  $m$  πριν την κρούση
- 3) Να βρείτε την ταχύτητα  $u$  του σώματος μάζας  $M$  αμέσως μετά την κρούση.
- 4) Να βρείτε το ποσοστό της αρχικής ενέργειας της σφαίρας  $m$  που έγινε θερμική ενέργεια κατά την κρούση.
- 5) Να βρείτε τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου. Δίνεται η ροπή αδράνειας

συμπαγούς και ομογενούς σφαίρας ως προς το Κ.Μ. της  $I = \frac{2}{5} mR^2$

### Άσκηση 32

Ένας παρατηρητής κινείται σε μια ευθεία που ενώνει δύο ηχητικές πηγές  $S_1, S_2$  οι οποίες παράγουν ήχο συχνότητας  $f_s=400$  Hz. Ο παρατηρητής κινείται από την πηγή  $S_1$  προς την  $S_2$  με ταχύτητα  $v_A=2$  m/s.

- 1) Να υπολογίσετε τη συχνότητα των διακροτημάτων που ακούει ο παρατηρητής
- 2) Ποιος είναι ο αριθμός των μεγίστων που ακούει ο παρατηρητής σε 3s; Δίνεται  $v_{\eta\chi}=340$  m/s

### Άσκηση 33

Ομογενής δίσκος έχει μάζα  $m=0,5$  kg και ακτίνα  $R=0,4$  m και μπορεί να περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που είναι κάθετος στο δίσκο και διέρχεται από το κέντρο του. Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς

τον άξονα περιστροφής του είναι  $I = \frac{1}{2} mR^2$ . Σε ένα σημείο της περιφέρειας του

δίσκου ασκείται δύναμη σταθερού μέτρου  $F=40\pi$  N, που είναι συνεχώς εφαπτόμενη στο ίδιο σημείο της περιφέρειας. Ο δίσκος αρχικά είναι ακίνητος και αρχίζει να περιστρέφεται με την επίδραση της δύναμης. Να υπολογιστούν:

- 1) η ροπή της δύναμης
- 2) το έργο της δύναμης και η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου μετά από 4 πλήρεις περιστροφές
- 3) ο ρυθμός προσφοράς ενέργειας από τη δύναμη τη στιγμή που ολοκληρώνεται η 4<sup>η</sup> περιστροφή
- 4) ο μέσος ρυθμός προσφοράς ενέργειας από τη δύναμη από την αρχή της κίνησης και μέχρι την ολοκλήρωση της 4<sup>ης</sup> περιστροφής

### Άσκηση 34

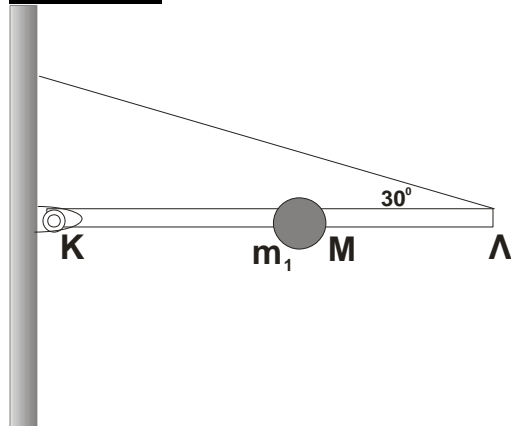
Ένας τροχός ακτίνας  $R=10$  cm κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, σε οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  τα σημεία της περιφέρειάς του, που βρίσκονται στα άκρα μιας

οριζόντιας διαμέτρου του κινούνται με ταχύτητα  $v = 10\sqrt{2}$  m/s όπως την αντιλαμβάνεται ακίνητος παρατηρητής και αρχίζει να επιβραδύνεται με επιβράδυνση

α. Αν ο τροχός σταματά αφού μετατοπιστεί κατά  $\Delta x=10$  m, να βρείτε:

- 1) την ταχύτητα του Κ.Μ. του δίσκου πριν αρχίσει η επιβράδυνσή του
- 2) το χρόνο που διαρκεί η επιβραδυνόμενη κίνηση του τροχού
- 3) τη γωνιακή επιβράδυνση του τροχού
- 4) τον αριθμό των περιστροφών που κάνει ο τροχός από τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  μέχρι να σταματήσει
- 5) την ταχύτητα του σημείου του τροχού που απέχει από το δάπεδο  $d=2R$  τη χρονική στιγμή  $t_1=1$  s.

### Άσκηση 35



Οριζόντια ομογενής δοκός ΚΛ μήκους 2m και βάρους  $B=90$  N μπορεί να περιστρέφεται περί το άκρο της Κ με άρθρωση που βρίσκεται σε κατακόρυφο τοίχο και ισορροπεί με τη βοήθεια σχοινιού που δένεται στο ελεύθερο άκρο και στον τοίχο. Το όριο αντοχής του νήματος είναι 150N και η γωνία σχοινιού-δοκού είναι  $\varphi=30^\circ$ . Μια σφαίρα μάζας  $m_1=5$  kg προσαρμόζεται στη δοκό και μπορούμε να την μετακινούμε δεξιά

ή αριστερά. Να υπολογίσετε:

1) μέχρι ποια απόσταση ΚΜ μπορεί να τοποθετηθεί η σφαίρα για να μη σπάσει το σχοινί;

Τοποθετούμε τη σφαίρα στο άκρο Λ και το σχοινί σπάει. Να υπολογίσετε

2) τη ροπή αδράνειας του συστήματος

3) την αρχική γωνιακή επιτάχυνση

4) την ταχύτητα της σφαίρας στην κατακόρυφη θέση

### Άσκηση 36

Δύο σφαίρες μάζας  $m=2\text{kg}$  η καθεμιά είναι στερεωμένες στα άκρα ομογενούς ράβδου μάζας  $M=18\text{kg}$ . Το σύστημα μπορεί να περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σημείο Κ και απέχει από το άκρο Α απόσταση  $d$ , ενώ από το άκρο Γ απόσταση  $2d$  ( $d=1\text{m}$ ). Στο σημείο Γ ασκείται δύναμη σταθερού μέτρου  $F=14/\pi$  N που είναι συνεχώς κάθετη στη ράβδο, οπότε το σύστημα αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από το σημείο Κ. Να υπολογιστούν:

1) η ροπή αδράνειας του συστήματος

2) η ροπή της δύναμης

3) το έργο της δύναμης και η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος μετά από 4 πλήρεις περιστροφές

4) ο χρόνος που χρειάστηκε για να ολοκληρωθούν οι τέσσερις περιστροφές και η μέση ισχύς σ' αυτή τη χρονική διάρκεια.

### Άσκηση 37

Ένα αστερί έχει μάζα  $M$  και ακτίνα  $R_0$ , κάποια στιγμή λόγω βαρυτικής επίδρασης συρρικνώνεται σε ακτίνα  $3R_0/4$  χωρίς να μειώνεται η μάζα του. Ζητάμε το λόγο της αρχικής προς την τελική κινητική ενέργεια του αστεριού.

### Άσκηση 38

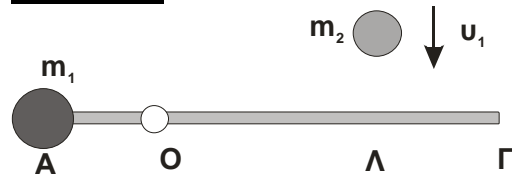


Σώμα μάζας  $m_1$  απομακρύνεται από παρατηρητή και εκπέμπει ήχο με συχνότητα  $f_s$  και συγκρούεται ελαστικά με μάζα  $m_2$ . Μετά την κρούση το σώμα μάζας  $m_1$  έχει ταχύτητα  $v_1/2$  και ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται αύξηση της συχνότητας για το εκπεμπόμενο σήμα. Ζητάμε:

1) το ποσοστό της ενέργειας του σώματος  $m_1$  που μεταβιβάστηκε στο  $m_2$

2) το λόγο των μαζών των δύο σωμάτων.

### Άσκηση 39



Ράβδος ΑΓ μήκους  $3\text{m}$ , έχει στην άκρη Α προσαρμοσμένη μάζα  $m_1=1\text{kg}$  και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το σημείο Ο, ενώ η μάζα της ράβδου είναι  $M=2\text{kg}$ . Στην αρχή το σύστημα ισορροπεί και ζητάμε α) την απόσταση ΟΑ.

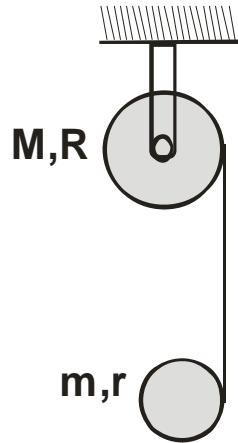
Κάποια στιγμή μάζα  $m_2=1\text{kg}$ , πέφτει με ταχύτητα  $v_1$  στη θέση Δ ( $ΟΔ=ΟΓ/2$ ) και κολλάει στη ράβδο. Να βρείτε:

1) την ταχύτητα της μάζας  $m_2$  όταν μετά την κρούση το σύστημα αποκτά γωνιακή ταχύτητα  $\omega=9\text{rad/s}$

2) τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος αμέσως μετά την κρούση

- 3) το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του συστήματος όταν η ράβδος σχηματίσει γωνία  $30^\circ$  με το οριζόντιο επίπεδο.
- 4) την ελάχιστη ταχύτητα  $v_1$  με την οποία το σώμα  $m_2$  θα κτυπήσει την ράβδο και θα την υποχρεώσει να κάνει γωνία  $270^\circ$

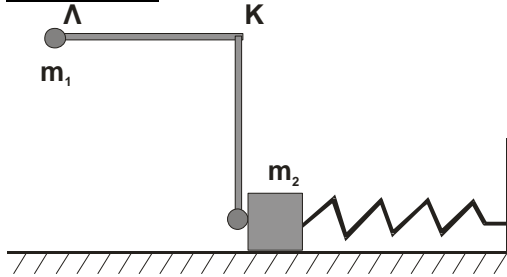
#### Άσκηση 40



Η σταθερή τροχαλία έχει μάζα  $M=3\text{kg}$  και ακτίνα  $R=0,2\text{m}$ , η κινούμενη τροχαλία έχει μάζα  $m=1\text{kg}$  και ακτίνα  $r=0,1\text{m}$ . Νήμα μεγάλου μήκους και αμελητέας μάζας συνδέει τις δύο τροχαλίες και το νήμα ξετυλίγεται στο αυλάκι κάθε τροχαλίας χωρίς να ολισθαίνει.. Να υπολογίσετε:

- 1) την τάση του νήματος
- 2) τις γωνιακές επιταχύνσεις των τροχαλιών.\
- 3) την επιτάχυνση του Κ.Μ. της κινούμενης τροχαλίας.

#### Άσκηση 41



Η ράβδος ΚΛ του σχήματος, μήκους  $l=0,8\text{m}$  και μάζας  $M=3\text{kg}$ , μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Κ. Στο άλλο άκρο Λ της ράβδου βρίσκεται στερεωμένο σώμα μάζας  $m_1=1\text{kg}$  (μικρών διαστάσεων) . Αφήνουμε τη ράβδο ελεύθερη από την οριζόντια θέση. Όταν διέρχεται από την κατακόρυφη θέση

συγκρούεται με σώμα μάζας  $m_2=1\text{kg}$  (μικρών διαστάσεων) το οποίο είναι στερεωμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς  $k=100\text{ N/m}$ . Αμέσως μετά την κρούση η ράβδος μένει ακίνητη. Να υπολογίσετε:

- 1) τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή που γίνεται κατακόρυφη
- 2) την ταχύτητα του σώματος  $m_2$  αμέσως μετά την κρούση
- 3) τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου

Δίνεται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της

$$I = \frac{1}{3} Ml^2 \text{ και } g=10\text{ m/s}^2. \text{ Το οριζόντιο δάπεδο θεωρείται λείο.}$$

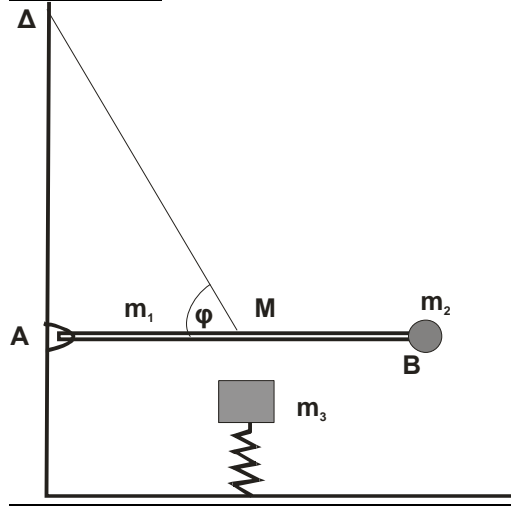
#### Άσκηση 42

Ομογενής ράβδος ΒΓ μήκους  $l=3\text{m}$  και μάζας  $M=2\text{kg}$ , ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια αβαρούς, μη εκτατού νήματος το οποίο είναι στερεωμένο στο μέσο Κ της ράβδου και σε κατακόρυφο τοίχο. Το νήμα σχηματίζει με τη ράβδο γωνία  $30^\circ$ . Το άκρο Β της ράβδου συνδέεται με τοίχο μέσω άρθρωσης. Στο άκρο Γ της ράβδου είναι στερεωμένο κατακόρυφο αβαρές ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $k=100\text{ N/m}$ , στο άλλο άκρο του οποίου έχει προσδεθεί και ισορροπεί σημειακή μάζα  $m=1\text{kg}$ . Τη στιγμή  $t=0$ , προσδίδουμε στη μάζα  $m$  ταχύτητα μέτρου  $v=2\text{m/s}$  με φορά θετική προς τα κάτω, οπότε το σύστημα ελατηρίου-μάζας, αρχίζει να εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Αν το όριο θραύσεως του νήματος είναι  $T_{\theta\rho}=120\text{ N}$ , να υπολογίσετε:

- 1) το μέτρο της τάσης του νήματος κατά τη διάρκεια ισορροπίας του συστήματος ελατηρίου-μάζας
- 2) την περίοδο  $T_0$  και το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης του συστήματος ελατηρίου-μάζας και να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σε συνάρτηση με το χρόνο.
- 3) τη χρονική στιγμή που θα κοπεί το νήμα.
- 4) την ταχύτητα της μάζας  $m$  τη στιγμή που κόβεται το νήμα.
- 5) το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής όλου του συστήματος τη στιγμή που το νήμα μόλις έχει κοπεί.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g=10\text{m/s}^2$

### Άσκηση 43



Ομογενής ράβδος  $AB$  μήκους  $L=2\text{m}$  και μάζας  $m_1=2\text{kg}$  ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια νήματος που είναι στερεωμένο στο μέσο  $M$  και σε κατακόρυφο τοίχο. Το νήμα σχηματίζει με τη ράβδο γωνία  $\varphi=60^\circ$ . Το άκρο  $A$  της ράβδου συνδέεται με τον τοίχο μέσω άρθρωσης. Στο άκρο  $B$  της ράβδου είναι στερεωμένη μια σημειακή μάζα  $m_2=1\text{kg}$ . Κάτω από το κέντρο μάζας της ράβδου βρίσκεται ένα κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $k=100\text{ N/m}$ . Στο πάνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο και ισορροπεί σώμα μάζας  $m_3=4\text{kg}$ . Με

προσφορά ενέργειας  $E=98\text{ J}$  συμπιέζουμε το ελατήριο συγκρατώντας το σώμα ακίνητο.

- 1) Να υπολογίσετε την τάση του νήματος που συγκρατεί τη ράβδο και τη δύναμη από την άρθρωση
- 2) Αφήνουμε το σώμα  $m_3$  τη χρονική στιγμή  $t=0$  να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης και να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσής της.
- 3) Το σώμα  $m_3$  μετά από χρόνο  $t=T/12$  συγκρούεται με τη ράβδο στο κέντρο μάζας της. Μετά τη σύγκρουση κινείται με ταχύτητα  $v=0,1\text{m/s}$  και με φορά αντίθετη από τη φορά της ταχύτητας πριν την σύγκρουση. Να υπολογίσετε:
- 4) τη γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει η ράβδος μετά την κρούση
- 5) την ελάχιστη γωνία που θα σχηματίσει η ράβδος με τον τοίχο
- 6) το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος  $m_3$  μετά την κρούση

Δίνεται για τη ράβδο  $I_{CM} = \frac{1}{12} M \cdot L^2$

### Άσκηση 44

Το ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k=100\text{ N/m}$  στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο και στο άλλο άκρο προσδένεται σώμα μάζας  $m=1\text{kg}$ , που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας προς τα δεξιά κατά  $x=20\text{cm}$  και τη χρονική στιγμή  $t=0$  του προσδίνουμε ταχύτητα μέτρου  $u = 2\sqrt{3}\text{m/s}$  προς τα δεξιά.

- A. α. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε σχέση με το χρόνο και να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου τη χρονική στιγμή  $t=T_1/2$  όπου  $T_1$  η περίοδος της ταλάντωσης
- β. Να υπολογίσετε ποια χρονική στιγμή το σώμα θα περάσει για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του και να βρείτε την ταχύτητά του εκείνη τη στιγμή.
- B. Τη στιγμή που το σώμα περνάει από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά, κομμάτι από πλαστελίνη μάζας  $m_1=m/3$ , το οποίο πέφτει κατακόρυφα, προσκολλάται στο σώμα. Να βρεθεί:
- α. Η νέα κυκλική συχνότητα και το νέο πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος
- β. Το ποσοστό μεταβολής της ενέργειας του ταλαντωτή.
- Θεωρείστε ότι  $\pi^2 \approx 10$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και θετική τη φορά της αρχικής απομάκρυνσης.

#### Άσκηση 45

Σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=4\text{kg}$  βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Ένα δεύτερο σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1=2\text{kg}$  κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα  $v_1=12\text{m/s}$  συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$ . Μετά τη σύγκρουση το σώμα  $\Sigma_2$  συσπειρώνει το ελατήριο εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση και σταματά στιγμιαία για πρώτη φορά μετά από χρόνο  $\Delta t = \pi/20 \text{ sec}$

A. Να υπολογίσετε:

- 1) τις ταχύτητες των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  αμέσως μετά την κρούση
- 2) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του  $\Sigma_1$  και του συστήματος των  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$
- 3) το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του  $\Sigma_1$  που μεταφέρθηκε στο  $\Sigma_2$

B. Να υπολογίσετε

- 1) τη σταθερά του ελατηρίου και τη μέγιστη συσπείρωσή του μετά την κρούση
- 2) Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος  $\Sigma_2$
- 3) τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου τη χρονική στιγμή  $t_1 = 3\pi/20 \text{ sec}$
- 4) το μήκος της τροχιάς του  $\Sigma_2$  από τη στιγμή της κρούσης μέχρι  $t_1$

Γ. Τη στιγμή  $t_1$  πομπός που βρίσκεται στο  $\Sigma_2$  εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s = 500 \text{ Hz}$

Να βρεθεί η συχνότητα  $f_A$  που θα καταγράψει δέκτης που βρίσκεται στο  $\Sigma_1$ .

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα  $v_{\text{ηχ}} = 340 \text{ m/s}$

#### Άσκηση 46

Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $M$  ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς  $k=100 \text{ N/m}$  το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται ακλόνητα. Μετατοπίζουμε το  $\Sigma_1$  κατακόρυφα προς τα πάνω συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά  $5\text{cm}$ . Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το σώμα  $\Sigma_1$  αφήνεται και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με κυκλική συχνότητα  $\omega = 5\pi/2 \text{ rad/s}$ . Όταν το  $\Sigma_1$  διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του, αφήνεται να πέσει σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m=0,4\text{kg}$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  πέφτει κατακόρυφα και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το  $\Sigma_1$  όταν αυτό βρίσκεται για πρώτη φορά στην κάτω ακραία θέση της ταλάντωσής του.

- 1) Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του  $\Sigma_1$  σε συνάρτηση με το χρόνο
- 2) Να υπολογίσετε τη μάζα  $M$  του  $\Sigma_1$  και τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου
- 3) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση
- 4) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος

#### Άσκηση 47

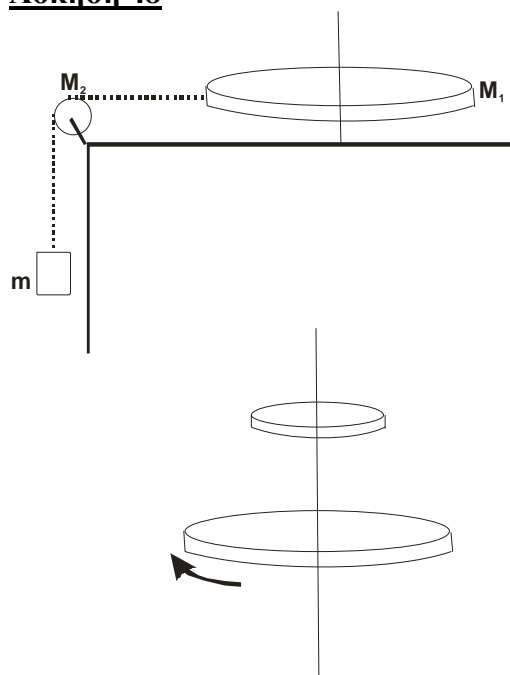
Ομογενής σφαίρα μάζας  $m=2\text{kg}$  και ακτίνας  $R=10\text{cm}$  αφήνεται σε ένα σημείο πλάγιου επιπέδου, γωνίας κλίσης  $\varphi=30^\circ$ . Η σφαίρα κυλιέται χωρίς ολίσθηση στο πλάγιο επίπεδο και συνεχίζει να κυλιέται χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο επίπεδο όταν φτάνει στη βάση του πλάγιου. Τη στιγμή που η σφαίρα φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο

το κέντρο μάζας της έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά  $h=3,57\text{m}$ . Η σφαίρα συνεχίζει στο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα ίσου μέτρου με την ταχύτητα που φτάνει στη βάση του πλάγιου επιπέδου.

- 1) Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του Κ.Μ. της σφαίρας καθώς κινείται στο πλάγιο επίπεδο.
- 2) Να υπολογίσετε το χρόνο που χρειάστηκε η σφαίρα για να φτάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου
- 3) Να δείξετε ότι η κινητική ενέργεια της σφαίρας καθώς κυλιέται χωρίς ολίσθηση στο κεκλιμένο επίπεδο είναι  $K = \frac{7}{5} \cdot m \cdot v_{\text{ΚΜ}}^2$
- 4) Να υπολογίσετε τη στροφορμή της σφαίρας τη στιγμή που συναντά το οριζόντιο επίπεδο
- 5) Να υπολογίσετε το μέτρο της σταθερής ροπής που πρέπει να ασκηθεί στη σφαίρα ως προς το Κ.Μ. της ώστε να ακινητοποιηθεί στο οριζόντιο επίπεδο σε χρόνο  $\Delta t=14,28\text{ s}$ .

$$\text{Δίδεται } I = \frac{2}{5} mR^2$$

### Άσκηση 48



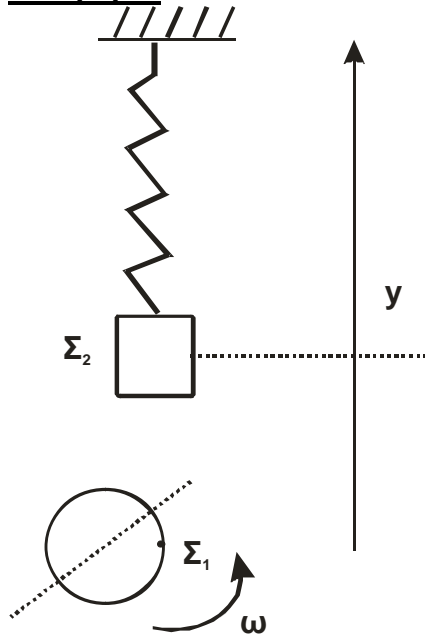
Ένας ομογενής δίσκος μάζας  $M_1=4\text{kg}$  και ακτίνας  $R_1=25\text{cm}$  και μια τροχαλία μάζας  $M_2=2\text{kg}$  και ακτίνας  $R_2$  συνδέονται με αβαρές μη εκτατό νήμα μεγάλου μήκους. Στο άκρο του νήματος είναι δεμένο σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m=2\text{kg}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα  $\Sigma$  αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί. Ο δίσκος και η τροχαλία περιστρέφονται χωρίς τριβές. Όταν το σώμα  $\Sigma$  έχει μετατοπιστεί κατά  $h=4,5\text{m}$ , ένας δεύτερος ομογενής δίσκος μάζας  $M_1$  και ακτίνας  $R_1/2$  αφήνεται χωρίς κινητική ενέργεια πάνω στον πρώτο δίσκο. Αμέσως μετά οι δύο δίσκοι περιστρέφονται μαζί γύρω απ' τον ίδιο άξονα. Να υπολογίσετε:

- 1) την επιτάχυνση  $a$  με την οποία μετατοπίζεται το σώμα  $\Sigma$  πριν την ένωση των δύο δίσκων
  - 2) Τις τάσεις των νημάτων σε κάθε πλευρά της τροχαλίας πριν την ένωση των δύο δίσκων
  - 3) την κινητική ενέργεια της τροχαλίας τη στιγμή που πέφτει ο δεύτερος δίσκος
  - 4) το έργο της ροπής της τάσης του νήματος στον πρώτο δίσκο στη διάρκεια της μετατόπισης του  $\Sigma$  κατά  $h$ .
  - 5) τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του συστήματος των δύο δίσκων αμέσως μετά την πτώση του δεύτερου δίσκου
  - 6) τη θερμότητα που εκλύεται λόγω της ένωσης των δύο δίσκων
- Να θεωρήσετε ότι η διάρκεια της ένωσης των δύο δίσκων είναι αμελητέα



Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας και του δίσκου είναι  $I = \frac{1}{2}MR^2$

### Άσκηση 49



Ο ομογενής δίσκος του σχήματος έχει μάζα  $M=4\text{kg}$  και ακτίνα  $R=1\text{m}$ . Σε ένα σημείο της περιφέρειάς του είναι στερεωμένο σώμα  $\Sigma_1$ , αμελητέων διαστάσεων, μάζας  $m=1\text{kg}$ . Το σύστημα περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του δίσκου. Όταν το  $\Sigma_1$  βρίσκεται σε τέτοια θέση ώστε η επιβατική ακτίνα του να είναι οριζόντια εγκαταλείπει το δίσκο και συνεχίζει να κινείται κατακόρυφα. Αρχικά ο δίσκος μαζί με το  $\Sigma_1$  περιστρέφονταν με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_1=7\text{ rad/s}$  ενώ όταν το  $\Sigma_1$  εγκαταλείπει το δίσκο, ο

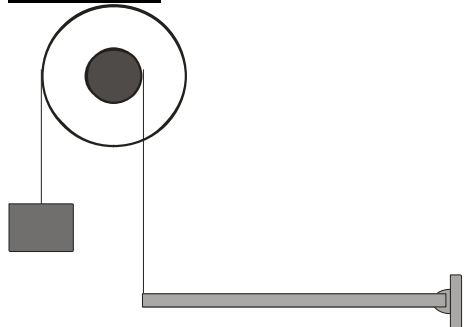
δίσκος περιστρέφεται με  $\omega_2=3\text{ rad/s}$ . Ένα άλλο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=1\text{kg}$  βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη θέση από την οποία το  $\Sigma_1$  εγκαταλείπει το δίσκο. Το σώμα  $\Sigma_2$  είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθερής  $k$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $y=(5/\pi)\eta\mu\pi t$  (S.I.) με θετική φορά προς τα πάνω, ενώ ως χρονική στιγμή 0 θεωρείται η στιγμή κατά την οποία το  $\Sigma_1$  εγκαταλείπει το δίσκο. Κατά την κατακόρυφη κίνησή του το  $\Sigma_1$  συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το  $\Sigma_2$  όταν αυτό περνάει για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τα κάτω. Να υπολογίσετε:

- 1) το μέτρο της κατακόρυφης ταχύτητας  $v_0$  με την οποία το σώμα μάζας  $m_1$  εγκαταλείπει το δίσκο
- 2) τη χρονική στιγμή στην οποία τα δύο σώματα συγκρούονται
- 3) την απόσταση  $h$  μεταξύ της θέσης σύγκρουσης και της θέσης στην οποία το  $\Sigma_1$  εγκαταλείπει το δίσκο
- 4) το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του

$I = \frac{1}{2}MR^2$ , η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{ m/s}^2$  και ότι  $\pi^2 \cong 10$

### Άσκηση 50



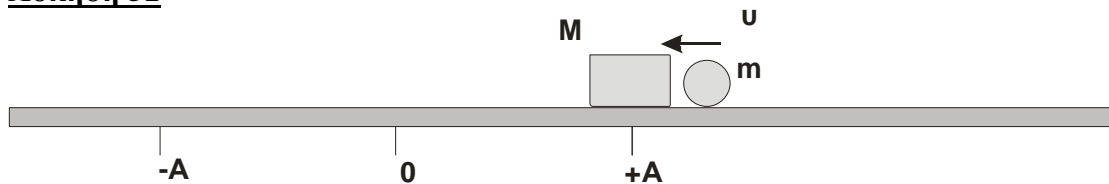
Μια τροχαλία αποτελείται από δύο δίσκους. Ο μεγάλος έχει μάζα  $M=5\text{ kg}$  και ακτίνα  $R=0,6\text{m}$  και ο μικρός μάζα  $m=2\text{kg}$  και ακτίνα  $r=0,2\text{m}$ . Από τον μικρό δίσκο μέσω νήματος συγκρατούμε μια ράβδο μάζας  $m_2$  και μήκους  $l=1\text{m}$ , το άλλο άκρο της ράβδου στηρίζεται σε τοίχο με τη βοήθεια άρθρωσης. Από τα μεγάλο



δίσκο μέσω νήματος κρεμάμε ένα σώμα μάζας  $m_1=1\text{kg}$ . Στην αρχή το σώμα ισορροπεί και ζητάμε:

- 1) τη μάζα της ράβδου. Στη συνέχεια κόβουμε το νήμα που ενώνει το μικρό δίσκο με τη ράβδο και ζητάμε:
- 2) τη στροφορμή του μεγάλου δίσκου όταν το σώμα μάζας  $m_1$  κατέβει  $0,5\text{m}$
- 3) το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του μεγάλου δίσκου
- 4) το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του μεγάλου δίσκου τη χρονική στιγμή  $t=2\text{s}$
- 5) το ρυθμό μεταβολής τη κινητικής ενέργειας της ράβδου όταν αυτή σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με τον οριζόντιο άξονα
- 6) τη δύναμη της άρθρωσης όταν η ράβδος έχει διαγράψει γωνία  $90^\circ$

### Άσκηση 51



Σώμα  $\Sigma$ , μάζας  $M=3\text{kg}$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με συχνότητα

$$f = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$$

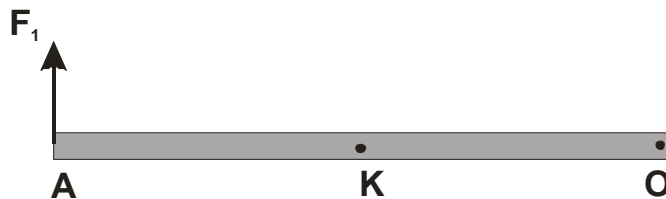
σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η απόσταση των ακραίων θέσεων της

τροχιάς του είναι  $0,2\text{m}$ . Πάνω στο σώμα  $\Sigma$  βρίσκεται προσαρμοσμένη ηχητική πηγή αμελητέας μάζας, που εκπέμπει ήχο με συχνότητα  $f_s=676 \text{ Hz}$ . Δεύτερο σώμα μάζας  $m=1\text{kg}$ , που κινείται με ταχύτητα μέτρου  $v = 2\sqrt{3}\text{m/s}$  συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το  $\Sigma$ , τη στιγμή που αυτό βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του, όπως φαίνεται και στο σχήμα.

- 1) Να βρεθούν οι ταχύτητες των δύο σωμάτων αμέσως μετά την κρούση
  - 2) Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του  $\Sigma$  από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο, για την ταλάντωση που ξεκινά αμέσως μετά την κρούση. Να θεωρήσετε ως χρονική στιγμή  $t_0=0$  τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά τη θετική φορά της ταλάντωσης του  $\Sigma$  πριν την κρούση
- Ακίνητος δέκτης ηχητικών κυμάτων βρίσκεται στη διεύθυνση ταλάντωσης του  $\Sigma$ .
- 3) Να βρεθεί η μέγιστη συχνότητα του ήχου που καταγράφει ο δέκτης μετά την κρούση
  - 4) Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης επαφής που δέχεται το  $\Sigma$  τη στιγμή που ο δέκτης καταγράφει την πραγματική συχνότητα που εκπέμπει η πηγή μετά την κρούση.

Δίνεται η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα:  $v_{\text{ηχ}}=340\text{m/s}$

### Άσκηση 52



Η ομογενής ράβδος  $OA$  του σχήματος που ακολουθεί έχει μήκος  $L=1\text{m}$ , μάζα  $m=3\text{kg}$  και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα που περνά από το άκρο της  $O$  και είναι κάθετος σε αυτή.  $A$ . Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια δύναμης μέτρου  $F_1$ , που ασκείται στο άκρο  $A$ , κάθετα στη ράβδο

Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης  $F_1$  και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής.

Β. Ασκώντας στο άκρο Α, αντί της  $F_1$  μια δύναμη  $F_2$ , σταθερού μέτρου και διαρκώς κάθετη στη ράβδο, η ράβδος ανέρχεται και περνά από την ανώτερη θέση της με γωνιακή ταχύτητα  $\omega = \sqrt{30} \text{ rad/s}$ . Τη στιγμή αυτή η  $F_2$  παύει να ασκείται στη ράβδο. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης  $F_2$