ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝ. ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Α΄ ΟΡΙΣΜΟΙ

ΑΝΑΛΥΣΗ

1. Πότε μια συνάρτηση f σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της λέγεται γνησίως αύξουσα και πότε γνησίως φθίνουσα; **(ΜΑΙΟΣ 2003)-(ΕΣΠ. 2005) -(ΕΣΠ. 2008)**

2. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της; **(ΕΠΑΝ. 2010)**

3. Υποθέτουμε ότι f είναι μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού Α. Πότε η f λέγεται συνεχής σ' ένα σημείο $x_0 \in$ A; **(ΕΣΠ.2004)- (ΜΑΙΟΣ 2004)**

4. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α λέγεται συνεχής; **(ΜΑΙΟΣ 2006) -(ΕΣΠ. 2010)**

5. Πότε μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το Α λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_o \in$ A; **(ΕΠΑΝ. 2006)**

6. Έστω μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το Α. Πότε λέμε ότι η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$ **(ΕΠΑΝ. 2009)**

7. Πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα Δ; **(ΕΠΑΝ.2006)**

8. Πότε μια συνάρτηση **f** λέμε ότι είναι παραγωγίσιμη στο σημείο $\mathbf{x_o}$ του πεδίου ορισμού της; **(ΜΑΪΟΣ 2007)**

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

9. **α.** Ποιες μεταβλητές λέγονται ποσοτικές;
β. Πότε μια ποσοτική μεταβλητή ονομάζεται διακριτή και πότε συνεχής; **(ΜΑΙΟΣ 2005)**

10. Ας υποθέσουμε ότι $x_1, x_2, \ldots, x_\kappa$ είναι οι τιμές μιας μεταβλητής Χ, που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους ν, $\kappa \leq \nu$.
α) Τι ονομάζουμε (απόλυτη) συχνότητα ν_i της τιμής x_i, όπου i=1, 2, 3, . . .,κ ;
β) Τι ονομάζουμε σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i όπου i=1, 2, 3, . . .,κ ;
(ΕΣΠ. 2000)- (ΙΟΥΝΙΟΣ 2002)-(ΙΟΥΝΙΟΣ 2009)

11. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου (δ) ενός δείγματος ν παρατηρήσεων. **(ΜΑΙΟΣ 2003) - (ΕΣΠ. 2004)- (ΜΑΪΟΣ 2007)**

12. Ας υποθέσουμε ότι $t_1, t_2, \ldots, t_\nu$ είναι οι τιμές μιας μεταβλητής Χ, που αφορά τις παρατηρήσεις ενός δείγματος μεγέθους ν. Να γράψετε τη σχέση που δίνει τη μέση τιμή $\bar{x}$ των παρατηρήσεων του δείγματος. **(ΕΣΠ. 2004)**

13. Αν $t_1, t_2, \ldots, t_\nu$ είναι οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής Χ σε δείγμα μεγέθους ν, να ορίσετε τη μέση τιμή x των παρατηρήσεων. **(ΕΠΑΝ. 2009)**

14. Αν $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_\nu$ είναι οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής Χ ενός δείγματος μεγέθους ν και $w_1, w_2, \ldots\ldots, w_\nu$ είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας), να ορίσετε το σταθμικό μέσο της μεταβλητής Χ. **(ΜΑΙΟΣ 2010)**

15. Να ορίσετε το συντελεστή μεταβολής ενός συνόλου παρατηρήσεων. **(ΕΠΑΝ. 2003)**

16. Πώς ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας μιας μεταβλητής x, αν $\bar{X} > 0$ και πώς, αν $\bar{X} < 0$; **(ΕΠΑΝ.2005) - (ΜΑΪΟΣ 2008)**

17. Να δώσετε τον ορισμό της διακύμανσης των παρατηρήσεων $t_1, t_2, \ldots, t_3$ μιας μεταβλητής Χ. **(ΕΠΑΝ. 2008)**

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

18. **α.** Πότε ένα πείραμα ονομάζεται πείραμα τύχης;
β. Να δώσετε τον ορισμό του δειγματικού χώρου ενός πειράματος τύχης **(ΕΠΑΝ. 2004)**

19. Πώς ορίζεται ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης; **(ΕΠΑΝ. 2010)**

20. Έστω Ω ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης. Να δώσετε τους ορισμούς του βέβαιου ενδεχομένου και του αδύνατου ενδεχομένου. **(ΜΑΪΟΣ 2010)**

21. Να δώσετε τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου Α κάποιου δειγματικού χώρου Ω. **(ΙΟΥΝΙΟΣ 2002) -(ΕΠΑΝ. 2007)**

22. Πότε δύο ενδεχόμενα Α , Β ενός δειγματικού χώρου Ω λέγονται ασυμβίβαστα; **(ΜΑΪΟΣ 2008)**

Β΄ ΑΠΟΔΕΙΞΕΙΣ

ΑΝΑΛΥΣΗ

1. Δίνεται η συνάρτηση F(x)=f(x)+g(x). Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες, να αποδείξετε ότι: $F'(x)=f'(x)+g'(x)$. **(ΙΟΥΝ. 2000)- (ΕΠΑΝ. 2005)- (ΕΣΠ. ΙΟΥΝ. 2007) (ΕΠΑΝ. 2008)**

2. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ, τότε να αποδείξετε ότι: $\left(c\cdot f(x)\right)' = c\cdot f'(x)$, όπου c πραγματικός αριθμός. **(ΕΠΑΝ. 2001) - (ΕΠΑΝ. ΕΣΠΕΡ. 2005)-(ΜΑΪΟΣ 2006) (ΕΣΠ. ΜΑΙΟΣ 2008) (ΕΠΑΝ. 2010)**

3. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης f(x) = c είναι ίση με 0. **(ΜΑΙΟΣ 2004) - (ΕΣΠ. 2005) (ΜΑΙΟΣ 2008))-(ΕΣΠ. 2009)**

4. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης f(x)=x είναι $f'(x)=1$. **(ΕΣΠ. 2002) - (ΜΑΙΟΣ 2003)- (ΕΣΠ. ΕΠΑΝ. 2004)-(ΕΠΑΝ.2007) (ΕΣΠ. ΜΑΙΟΣ 2010)**

5. Έστω η συνάρτηση $f(x)= x^2$. Να αποδείξετε ότι $f'(x) = 2x$. **(ΕΣΠ. 2003)**

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

6. Ας υποθέσουμε ότι $x_1,x_2,\ldots,x_k$ είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X, που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους ν, όπου k,ν μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $k \le \nu$.Να αποδείξετε ότι:**i)** $0 \le f_i \le 1$ για i = 1,2,…,k **ii)** $f_1 + f_2 + \ldots + f_k = 1$. **(ΙΟΥΝ. 2002)**

7. Ας υποθέσουμε ότι $x_1, x_2, \ldots, x_\kappa$ είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X, που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους ν, $\kappa \le \nu$. Αν $f_1, f_2, \ldots, f_\kappa$ είναι οι σχετικές συχνότητες των τιμών $x_1, x_2, \ldots, x_\kappa$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι: $f_1+f_2 + \ldots + f_\kappa= 1$. **(ΕΣΠ. 2000)**

8. Έστω ότι $t_1, t_2, \ldots, t_\nu$ είναι οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X ενός δείγματος, μεγέθους ν και $\overline{X}$ η μέση τιμή των παρατηρήσεων. Να αποδείξετε ότι: $\dfrac{(t_1 - \overline{x}) + (t_2 - \overline{x}) + \ldots + (t_\nu - \overline{x})}{\nu} = 0$ **(ΕΠΑΝ.ΕΣΠΕΡ.2003) - (ΜΑΙΟΣ 2010)**

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

9. Να αποδείξετε ότι για δύο ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει ότι:
$P(A-B) = P(A) - P(A\cap B)$. **(ΙΟΥΝΙΟΣ 2001, (ΙΟΥΝΙΟΣ 2007)**

10. .Για οποιαδήποτε ασυμβίβαστα μεταξύ τους ενδεχόμενα Α, Β ενός δειγματικού χώρου Ω να αποδείξετε ότι $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. **(ΙΟΥΝΙΟΣ 2002) (ΙΟΥΝΙΟΣ 2009)**

11. Για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα Α και Α΄ ενός δειγματικού χώρου Ω, να αποδείξετε ότι ισχύει : $P(A') = 1 - P(A)$ **(ΕΠΑΝΑΛ. 2003) (ΕΠΑΝΑΛ. 2006) (ΕΠΑΝΑΛ. 2009)**

12. Αν Α και Β είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $A\subseteq B$, τότε να αποδείξετε ότι $P(A) \le P(B)$. **(ΕΠΑΝ.2004)**

13. Να αποδειχθεί ότι για δύο ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει: $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$. **(ΜΑΙΟΣ 2005)**

Γ΄ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟΥ ΛΑΘΟΥΣ

Για καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της και, ακριβώς δίπλα, την ένδειξη (**Σ**), αν η πρόταση είναι σωστή, ή (**Λ**), αν αυτή είναι λανθασμένη,

ΑΝΑΛΥΣΗ

1. Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_1\in A$, όταν $f(x)\le f(x_1)$ για κάθε x σε μια περιοχή του x_1.
2. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = l_1$ και $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = l_2$ τότε $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)g(x)) = l_1 l_2$
3. Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν στο x_0 όρια πραγματικούς αριθμούς, τότε:
$$\lim_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x) = \lim_{x\to x_0} f(x)\cdot \lim_{x\to x_0} g(x)$$
4. Ισχύει $\lim\limits_{x\to x_0}(\sigma\upsilon\nu x)= \sigma\upsilon\nu x_0$

5. Αν η συνάρτηση f έχει στο x_0 όριο έναν πραγματικό αριθμό ℓ_1, δηλαδή αν

$\lim_{x\to x_0} f(x) = \ell_1$, τότε $\lim_{x\to x_0} \left(f(x)\right)^{\nu} = \ell_1^{\nu}$ (ν θετικός ακέραιος).

6. Χαρακτηριστικό γνώρισμα μιας συνεχούς συνάρτησης σε ένα κλειστό διάστημα είναι ότι η γραφική της παράσταση είναι μια συνεχής καμπύλη.

7. Η έννοια της συνέχειας μιας συνάρτησης αναφέρεται μόνο σε σημεία του πεδίου ορισμού της.

8. Η παράγωγος της f στο x_0 εκφράζει το ρυθμό μεταβολής του y=f(x) ως προς x, όταν $x = x_0$.

9. Η ταχύτητα ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα και η θέση του στον άξονα κίνησής του εκφράζεται από τη συνάρτηση x = f(t), θα είναι τη χρονική στιγμή to υ(to) = f΄(to).

10. $(x^{\rho})'=\rho . x^{\rho-1}$, ρ ρητός, x>0

11. $\left(x^{\nu}\right)' = \nu \cdot x^{\nu}$,όπου ν φυσικός αριθμός διάφορος του μηδενός και $x\in \mathbb{R}$

12. (ημx)΄=συνx

13. (συνx)΄=ημx

14. $(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x,\ x\in \mathbb{R}$

15. Για τη συνάρτηση f(x)=ημx ισχύει ότι $(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$.

16. $\left(f(x)+g(x)\right)' = f'(x)+g'(x)$

17. .(f(x).g(x))΄=f΄(x).g(x)-f(x).g΄(χ)

18. Ισχύει $(f(x)\cdot g(x))' = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$, όπου f και g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

19. Για το γινόμενο δύο παραγωγίσιμων συναρτήσεων f, g ισχύει ότι

$(f(x)g(x))' = f'(x)g'(x)+f(x)g(x)$.

20. $\left(f(x)\cdot g(x)\right)' = f'(x)\cdot g'(x)$

21. (f(g(x)))΄=f΄(g(x)).g΄(x)

22. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{\left(g(x)\right)^2}$, $g(x)\neq 0$

23. Ισχύει $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)}{\left(g(x)\right)^2}$ όπου f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

24. $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)}{\left(g(x)\right)^2}$, $g(x)\neq 0$

25. Για το πηλίκο δύο παραγωγίσιμων συναρτήσεων f, g ισχύει ότι

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g'(x) - f(x)g(x)}{\left(g(x)\right)^2}$$

26. $\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, x>0

27. Ισχύει $\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ με x > 0 .

28. Αν x>0, τότε $\left(\ln x\right)' = \frac{1}{x}$

29. $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$

30. Ισχύει $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ όπου f , g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

31. Ισχύει: $(συνx)' = ημx$, για κάθε $x \in$ **IR.**

32. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x)>0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ.

33. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) < 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ.

34. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A, λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 \in A$, όταν $f(x) \le f(x_0)$ για κάθε x σε μια περιοχή του x_0.

35. Για κάθε $x \neq 0$ ισχύει: $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$

36. Αν **f,g** είναι δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις, για την παράγωγο της σύνθετης συνάρτησης ισχύει $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

37. Αν για μια συνάρτηση **f** ισχύουν $f'(x_0)=0$ για $x_0 \in (\alpha,\beta)$ και $f'(x) > 0$ στο (α, x_0), και $f'(x) < 0$ στο (x_0,β) τότε η **f** παρουσιάζει στο διάστημα (α,β) για $x = x_0$ ελάχιστο.

38. Έστω f, g δύο οποιεσδήποτε παραγωγίσιμες συναρτήσεις στο IR, τότε ισχύει:

$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g'(x)$ για κάθε x ε IR.

39. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο x_1 ε A, όταν $f(x)>f(x_1)$ για κάθε x σε μια περιοχή του x_1.

40. Αν x>0, τότε $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

41. Αν x_0 είναι ένας πραγματικός αριθμός τότε $\lim\limits_{x \to x_0} ημx = ημx_0$

42. Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης που είναι η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f στο σημείο της $(x_0, f(x_0))$ είναι ο αριθμός $f'(x_0)$

43. Αν η συνάρτηση f έχει στο x_0 όριο έναν πραγματικό αριθμό l, δηλαδή αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = l$ τότε για κάθε φυσικό αριθμό ν μεγαλύτερο του 1 θα ισχύει $\lim\limits_{x \to x_0} (f(x))^{\nu} = \nu l^{\nu-1}$

44. Αν για τη συνάρτηση f ισχύει $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \ell$, όπου ℓ πραγματικός αριθμός, τότε ισχύει ότι $\lim\limits_{x \to x_0} (\kappa f(x)) = \kappa \ell$, για κάθε πραγματικό αριθμό κ.

45. Για τη συνάρτηση $f(x) = e^x$, $x \in R$, ισχύει $f'(x) = e^x$

46. Η ταχύτητα ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα και η θέση του στον άξονα κίνησής του εκφράζεται από τη συνάρτηση $x = f(t)$, τη χρονική στιγμή t_0 είναι $\upsilon(t_0) = f'(t_0)$

47. Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$

48. Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν κοινό πεδίο ορισμού το A, τότε η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ έχει πάντα πεδίο ορισμού το A

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

1. Οι ποιοτικές μεταβλητές διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς.
2. Οι ποσοτικές μεταβλητές διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς μεταβλητές.
3. Στην περίπτωση των ποσοτικών μεταβλητών, εκτός από τις συχνότητες f_i και v_i, χρησιμοποιούνται και οι λεγόμενες αθροιστικές συχνότητες F_i, N_i.
4. Το άθροισμα όλων των σχετικών συχνοτήτων των τιμών της μεταβλητής X είναι ίσο με 100.
5. Το άθροισμα όλων των σχετικών συχνοτήτων των τιμών μιας μεταβλητής X είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος.
6. Για τη σχετική συχνότητα f_i ισχύει ότι $f_i > 1$, για κάθε i = 1, 2, ..., k.
7. Αν διαιρέσουμε τη συχνότητα $\mathbf{v_i}$ μιας μεταβλητής **X** με το μέγεθος **v** του δείγματος, προκύπτει η σχετική συχνότητα $\mathbf{f_i}$ της τιμής $\mathbf{x_i}$.
8. Η σχετική συχνότητα fi της τιμής x_i, μιας μεταβλητής X, είναι, $f_i = \frac{\nu_i}{\nu}$ i = 1, 2, ..., k, v_i η συχνότητα της τιμής x_i και v το μέγεθος του δείγματος.
9. Αν f_1, f_2, ..., f_k είναι οι σχετικές συχνότητες των τιμών x_1, x_2, ..., x_k μιας μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους v, ισχύει: $f_1 + f_2 + ... + f_k = 100$.
10. Η συχνότητα της τιμής $\mathbf{x_i}$ μιας μεταβλητής **X** είναι αρνητικός αριθμός.
11. Αν οι τιμές x_1, x_2, . . . , x_k μιας ποσοτικής μεταβλητής X είναι σε αύξουσα διάταξη και οι αντίστοιχες απόλυτες συχνότητές τους είναι v_1, v_2, ..., v_k, τότε η αθροιστική συχνότητα της τιμής x_i είναι $N_i = v_1 + v_2 + ...+ v_i$, για i = 1, 2, ... , k
12. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται μόνο για τη γραφική παράσταση των ποσοτικών μεταβλητών.
13. Τα σπουδαιότερα μέτρα διασποράς μιας μεταβλητής είναι η μέση τιμή και η διάμεσος αυτής.
14. Το μέτρο διασποράς **εύρος** ισούται με τη διαφορά της ελάχιστης παρατήρησης από τη μέγιστη παρατήρηση.
15. Η διάμεσος ενός δείγματος ν παρατηρήσεων δεν είναι μέτρο θέσης.
16. Σε ένα δείγμα τιμών μιας οιασδήποτε μεταβλητής X το εύρος R ορίζεται από τη σχέση: R = μεγαλύτερη παρατήρηση + μικρότερη παρατήρηση
17. Η μέση τιμή $\overline{x}$ ορίζεται από τη σχέση: $\overline{x} = \frac{1}{v}\sum_{i=1}^{k} x_i v_i$
18. Η διακύμανση είναι μέτρο θέσης
19. Η διακύμανση (ή διασπορά) της μεταβλητής X ορίζεται από τη σχέση: $s^2 = \frac{1}{v}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \overline{x})^2 v_i$.
20. Σε μία κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 95% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $\overline{x} - 2s$, $\overline{x} + 2s$ όπου $\overline{x}$ η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση.
21. Σε μία κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το εύρος ισούται περίπου με έξι τυπικές αποκλίσεις, δηλαδή $R \approx 6s$.
22. Το εύρος είναι μέτρο θέσης.
23. Η διακύμανση εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.
24. Ο συντελεστής μεταβολής CV ορίζεται (για $\overline{x} \neq 0$) από το λόγο: $CV = \frac{\text{τυπικη αποκλιση}}{\text{μεση τιμη}}$.
25. Γενικά δεχόμαστε ότι ένα δείγμα τιμών μιας μεταβλητής θα είναι ομοιογενές εάν ο συντελεστής μεταβολής (CV) ξεπερνά το 10%.
26. Γενικά δεχόμαστε ότι ένα δείγμα τιμών μιας μεταβλητής είναι ομοιογενές, εάν ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος δεν ξεπερνά το 10%.
27. Στην κανονική κατανομή το 95% των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα ($\overline{x} - s$, $\overline{x} + s$), όπου $\overline{x}$ είναι η μέση τιμή των παρατηρήσεων και s η τυπική τους απόκλιση.
28. Ένα δείγμα τιμών μιας μεταβλητής θα είναι ομοιογενές, αν ο συντελεστής μεταβολής ξεπερνά το 10%.

29. Ο συντελεστής μεταβολής ενός δείγματος τιμών μιας οιασδήποτε μεταβλητής Χ ορίζεται (για s ≠ 0) από το λόγο $CV = \frac{\bar{x}}{s}$, όπου $\bar{x}$ η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση.

30. Ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης των δεδομένων.

31. Η διάμεσος δ είναι μέτρο διασποράς.

32. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μόνο ποσοτικών δεδομένων.

33. Στην περίπτωση των ποσοτικών μεταβλητών, οι αθροιστικές σχετικές συχνότητες F_i εκφράζουν το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i

34. Το εύρος R ενός δείγματος ν παρατηρήσεων δεν επηρεάζεται από τις δύο ακραίες παρατηρήσεις.

35. Το εύρος ενός δείγματος ν παρατηρήσεων είναι μέτρο διασποράς.

36. Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

37. Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποσοτικής μεταβλητής.

38. Το διάγραμμα συχνοτήτων χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

39. Το διάγραμμα συχνοτήτων χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποσοτικής μεταβλητής

40. Σε ένα ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με 1.

41. Η διάμεσος δ ενός δείγματος ν παρατηρήσεων $t_1, t_2, \ldots, t_\nu$ είναι πάντοτε μία από τις παρατηρήσεις αυτές.

42. Στο ιστόγραμμα συχνοτήτων ομαδοποιημένων δεδομένων, το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος.

43. Διάμεσος (δ) ενός δείγματος ν παρατηρήσεων οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά ορίζεται ως η μεσαία παρατήρηση, όταν το ν είναι άρτιος αριθμός, ή ο μέσος όρος (ημιάθροισμα) των δύο μεσαίων παρατηρήσεων, όταν το ν είναι περιττός αριθμός.

44. Το εύρος R ενός δείγματος ν παρατηρήσεων είναι μέτρο θέσης.

45. Γενικά δεχόμαστε ότι ένα δείγμα τιμών μιας μεταβλητής είναι ομοιογενές, εάν ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος δεν ξεπερνά το 10%.

46. Η μέση τιμή ενός συνόλου ν παρατηρήσεων είναι ένα μέτρο θέσης.

47. Το διάγραμμα συχνοτήτων χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποσοτικής μεταβλητής.

48. Το εύρος ενός δείγματος ν παρατηρήσεων είναι μέτρο διασποράς.

49. Η διάμεσος ενός δείγματος παρατηρήσεων είναι η τιμή για την οποία το πολύ 50% των παρατηρήσεων είναι μικρότερες από αυτήν και το πολύ 50% των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερες από την τιμή αυτήν.

50. Αν η καμπύλη συχνοτήτων για ένα χαρακτηριστικό είναι κανονική ή περίπου κανονική με τυπική απόκλιση s και εύρος R, τότε ισχύει $s \approx 6R$

51. Η διάμεσος είναι ένα μέτρο θέσης, το οποίο επηρεάζεται από τις ακραίες παρατηρήσεις.

52. Πλάτος μιας κλάσης ονομάζεται η διαφορά του κατώτερου από το ανώτερο όριο της κλάσης.

53. Σε μια ομαδοποιημένη κατανομή με κλάσεις ίσου πλάτους οι διαδοχικές κεντρικές τιμές των κλάσεων διαφέρουν μεταξύ τους όσο και το πλάτος κάθε κλάσης.

54. Σε μια ομαδοποιημένη κατανομή με κλάσεις ίσου πλάτους το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος ν του δείγματος.

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

55. Δύο ενδεχόμενα Α και Β του ίδιου δειγματικού χώρου Ω λέγονται ασυμβίβαστα, όταν $A \cap B = \varnothing$

56. Για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα Α και Α΄ ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει P(Α΄) = 1 + P (A).

57. Αν $A \subseteq B$ τότε P(A) > P(B).

58. Αν για τα ενδεχόμενα Α, Β του ίδιου δειγματικού χώρου Ω με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα ισχύει P(A)=P(B), τότε είναι πάντοτε N(A)=N(B).

59. Το ενδεχόμενο $A \bigcup B$ πραγματοποιείται, όταν πραγματοποιείται το πολύ ένα από τα ενδεχόμενα Α και Β.

60. Έστω Α, Β ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω. Τότε ισχύει:

$$P(\varnothing) \leq P(A \bigcup B) \leq P(\Omega).$$

61. Αν το ενδεχόμενο Α΄, συμπληρωματικό του ενδεχομένου Α , πραγματοποιείται, τότε δεν πραγματοποιείται το Α.

62. Αν Α, Β είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω, τότε ο τύπος $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$ ισχύει μόνον όταν τα απλά ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου Ω είναι ισοπίθανα.

63. Αν Α, Β είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω, τότε ισχύει ότι $A - B = A \cap B'$.

64. Ο δειγματικός χώρος Ω ενός πειράματος τύχης λέγεται βέβαιο ενδεχόμενο.

65. Αν P(A) είναι η πιθανότητα ενός ενδεχομένου A= $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\kappa\} \neq \varnothing$, τότε

P(A) = $P(\alpha_1)+ P(\alpha_2)_+ \ldots + P(\alpha_\kappa)$

Ε΄ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ

ΑΝΑΛΥΣΗ

1. Να γράψετε στο τετράδιό σας τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

cf(x), f(x)g(x), $\frac{f(x)}{g(x)}$ με $g(x) \neq 0$, όπου c πραγματική σταθερά. **(ΙΟΥΝΙΟΣ 2000)**

2. Δίνονται οι παραγωγίσιμες συναρτήσεις f(x) και g(x) στο **R**. Να γράψετε στο τετράδιό σας τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

f(x) + g(x), $\frac{f(x)}{g(x)}$ με $g(x) \neq 0$, f(g(x)). **(ΕΣΠ. 2001**

3. Να γράψετε στο τετράδιό σας την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων:
f(x) = x, g (x) = ημx, h(x) = συνx και φ(x) = c, όπου c σταθερά. (**ΕΠΑΝ.Δ΄ΕΣΠΕΡ. ΙΟΥΛΙΟΣ 2003)**

4. Να μεταφέρετε συμπληρωμένες στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

$$\lim_{x \to x_o} \eta\mu x = \ldots\ldots, \quad \lim_{x \to x_o} \sigma\upsilon\nu x = \ldots\ldots, \quad \lim_{x \to x_o} \varepsilon\varphi x = \ldots\ldots \text{ (όταν } \sigma\upsilon\nu x_o \neq 0\text{)}$$

5. Ας υποθέσουμε ότι οι συναρτήσεις *f*, *g* έχουν και οι δύο πεδίο ορισμού ένα σύνολο Α. Να γράψετε στο τετράδιό σας το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

$R = \frac{f}{g}$ με $R(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ **(ΕΣΠΕΡΙΝΟ ΜΑΙΟΣ 2004)**

8.Να γράψετε στο τετράδιό σας τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

$\mathbf{f_1(x) = x^v}$ όπου **v** φυσικός

$\mathbf{f_2(x) = \ln x}$ όπου $\mathbf{x > 0}$

$\mathbf{f_3(x) = \sqrt{x}}$ όπου $\mathbf{x > 0}$

$\mathbf{f_4(x) = \sigma\upsilon\nu x}$ όπου **x** πραγματικός. **(ΜΑΙΟΣ 2007)**

9. Να γράψετε στο τετράδιό σας τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

$F_1(x)=e^x$ όπου x πραγματικός.

$f_2(x)=\frac{1}{x}$ όπου $x \neq 0$.

$f_3(x)=\eta\mu x$ όπου x πραγματικός.

$f_4(x)=c$ όπου x πραγματικός και c σταθερά.

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

6. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω σχέσεις και να συμπληρώσετε καθεμιά από αυτές με το κατάλληλο σύμβολο, (=, ≤, ≥) έτσι ώστε να είναι αληθής:

α. P (Α΄) ... 1−P(A) **β.** αν $A \subseteq B$ τότε P(B) ... P(A). **(ΙΟΥΝΙΟΣ 2001)**

7. Να δώσετε τις αριθμητικές τιμές των παρακάτω πιθανοτήτων:

i) P(Ω) ii) P (∅). **(ΙΟΥΝΙΟΣ 2002)-(ΕΠΑΝ.2007)**

Ζ΄ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

ΑΝΑΛΥΣΗ

1. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

Μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, αν υπάρχει το :

α. $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(h)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$ και το όριο αυτό είναι πραγματικός αριθμός

β. $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$

γ. $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$ και το όριο αυτό είναι πραγματικός αριθμός

δ. $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) + f(h)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$.

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

2. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

Μέτρο θέσης ενός συνόλου δεδομένων είναι :

α. το εύρος

β. η διάμεσος

γ. η διακύμανση

δ. η τυπική απόκλιση.

ΣΤ΄ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

ΑΝΑΛΥΣΗ

1. Στη **Στήλη Ι** του παρακάτω πίνακα δίνονται συναρτήσεις f(x) και στη **Στήλη ΙΙ** οι παράγωγοί τους f΄(x). Να γράψετε τα γράμματα της **Στήλης Ι** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης ΙΙ** που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Στήλη Ι Συνάρτηση f(x)	Στήλη ΙΙ Παράγωγος f΄(x)
Α. x	**1.** -ημx
Β. $\sqrt{x}$, $x > 0$	**2.** $x^{\rho-1}$
Γ. x^{ρ}, $x > 0$ και ρ ρητός	**3.** συνx
Δ. ημx	**4.** 1
Ε. συνx	**5.** $2\sqrt{x}$
	6. $\rho\, x^{\rho-1}$
	7. $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
	8. ημx

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

2. Στον παρακάτω πίνακα τα Α και Β συμβολίζουν ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης. Στη **Στήλη Ι** αναγράφονται διάφορες σχέσεις για τα Α και Β διατυπωμένες στην κοινή γλώσσα και στη **Στήλη ΙΙ** σχέσεις διατυπωμένες στη γλώσσα των συνόλων. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της **Στήλης Ι** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης ΙΙ** που αντιστοιχεί στην ίδια διατύπωση.

	Στήλη Ι		**Στήλη ΙΙ**
α	πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα Α, Β	**1**	$A \cap B$
β	πραγματοποιείται το Α αλλά όχι το Β	**2**	$A - B$
γ	πραγματοποιούνται συγχρόνως τα Α και Β	**3**	$(A \cup B)'$
		4	$A \cup B$

Στη **Στήλη ΙΙ** περισσεύει μία σχέση. **(ΜΑΙΟΣ 2004)**