

ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ

Α΄ ΟΡΙΣΜΟΙ

1.	Τι είναι το σύνολο \mathbb{C} των μιγαδικών αριθμών;	Σελ. 86
2.	Πότε δύο μιγαδικοί λέγονται ίσοι ;	Σελ. 87
3.	Πότε ένας μιγαδικός είναι ίσος με το μηδέν ;	Σελ. 87
4.	Έστω οι μιγαδικοί $\alpha+\beta i$ και $\gamma+\delta i$. Να γράψετε με τι είναι ίσο: α. Το άθροισμα αυτών. β. Η διαφορά του $\gamma+\delta i$ από τον $\alpha+\beta i$. γ. Το γινόμενο αυτών. δ. Το πηλίκο του $\gamma+\delta i$ με τον $\alpha+\beta i$	Σελ. 89
5.	Τι λέγονται συζυγείς μιγαδικοί αριθμοί ;	Σελ. 89
6.	Έστω $M(x,y)$ η εικόνα του μιγαδικού αριθμού $z = x+yi$ στο μιγαδικό επίπεδο. Τι ορίζουμε ως μέτρο του z ; (Εσπερινό Μάιος 2005)	Σελ. 97

Β΄ ΑΠΟΔΕΙΞΕΙΣ

1.	Αν $\alpha + \beta i, \gamma + \delta i$ είναι μιγαδικοί αριθμοί, όπου $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ και $\gamma + \delta i \neq 0$, να αποδείξετε ότι: $\frac{\alpha + \beta i}{\gamma + \delta i} = \frac{\alpha\gamma + \beta\delta}{\gamma^2 + \delta^2} + \frac{\beta\gamma - \alpha\delta}{\gamma^2 + \delta^2} i$ (Εσπερινό 2004)	Σελ. 89
2.	Αν $z_1 = \alpha + \beta i$ και $z_2 = \gamma + \delta i$ τότε να αποδείξετε ότι $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$ (Μάιος Εσπερινό 2008)	Σελ. 91
3.	Δίνονται οι μιγαδικοί αριθμοί z_1, z_2 . Να αποδείξετε ότι: $ z_1 \cdot z_2 = z_1 \cdot z_2 $. (ΙΟΥΝΙΟΣ 2001) (ΕΣΠ. ΜΑΪΟΣ 2006) (ΜΑΪΟΣ 2007)	Σελ. 98

Γ΄ ΣΩΣΤΟ -ΛΑΘΟΣ

1.	Για κάθε μιγαδικό αριθμό z ισχύει: α. $ z ^2 = z \bar{z}$ β. $ z^2 = z^2$ γ. $ z = - z $ δ. $ z = \bar{z} $ ε. $ i \bar{z} = z $ (ΙΟΥΝΙΟΣ 2001) (Μάιος 2005)
2.	Για κάθε μιγαδικό αριθμό $Z = \alpha + \beta i$ ισχύει: $ Z = \alpha^2 + \beta^2$ (Δ΄ ΕΣΠΕΡ. ΙΟΥΝΙΟΣ 2002)
3.	Για το μιγαδικό αριθμό i ισχύει: $i^4 = 1$. (Δ΄ ΕΣΠΕΡ. ΙΟΥΝΙΟΣ 2002)
4.	Αν z ένας μιγαδικός αριθμός και \bar{z} ο συζυγής του, τότε ισχύει $ z = \bar{z} = -z $ (Μάιος 2003) (Επαναλ. Δ΄ Εσπερινού Ιούλιος 2005)
5.	Αν z_1, z_2 είναι μιγαδικοί αριθμοί, τότε ισχύει πάντα $ z_1 - z_2 \leq z_1 + z_2 \leq z_1 + z_2 $ (Επαναληπτικές Ιούλιος 2003)
6.	Η διανυσματική ακτίνα του αθροίσματος δύο μιγαδικών αριθμών είναι το άθροισμα των διανυσματικών ακτίνων τους. (Μάιος 2004)
7.	Το μέτρο της διαφοράς δύο μιγαδικών είναι ίσο με την απόσταση των εικόνων τους. (Επαναληπτικές Ιούλιος 2004) (Επαναλ. Ιούλιος 2005)
8.	Αν z_1 και z_2 είναι μιγαδικοί αριθμοί, τότε $\overline{z_1 - z_2} = \overline{z_1} - \overline{z_2}$ (ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2005)
9.	Οι εικόνες δύο συζυγών μιγαδικών αριθμών Z, \bar{Z} είναι σημεία συμμετρικά ως προς τον άξονα $x'x$. (Επαναλ. Ιούλιος 2005) (ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2006)
10.	Αν $z = \alpha + \beta i$, τότε: $z + \bar{z} = \alpha$, για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. (Επαναλ. Δ΄ Εσπερινού Ιούλιος 2005)
11.	Για κάθε μιγαδικό z ισχύει $ z = z \cdot \bar{z}$. (ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2007)
12.	Για δύο οποιουδήποτε μιγαδικούς αριθμούς $\alpha + \beta i$ και $\gamma + \delta i$ η διανυσματική ακτίνα του αθροίσματός τους ισούται με τη διαφορά των διανυσματικών ακτίνων τους. (Επαναλ. Εσπ. Ιούλιος 2005)

13.	Όταν η διακρίνουσα Δ της εξίσωσης $az^2+bz+\gamma=0$ με $a,\beta,\gamma \in \mathbb{R}$ και $a \neq 0$ είναι αρνητική, τότε η εξίσωση δεν έχει ρίζες στο σύνολο \mathbb{C} των μιγαδικών. <u>(Μάιος 2008)</u>
14.	Αν z_1, z_2 είναι μιγαδικοί αριθμοί, τότε ισχύει: $ z_1 + z_2 > z_1 + z_2 $. <u>(ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2008)</u>
15.	Αν α, β πραγματικοί αριθμοί, τότε: $\alpha+\beta i=0 \Leftrightarrow \alpha=0$ ή $\beta=0$
16.	Αν z_1, z_2 είναι μιγαδικοί αριθμοί, τότε ισχύει $ z_1 z_2 = z_1 z_2 $ <u>(Μάιος 2009)</u>
17.	$ z ^2 = z \bar{z}$, για κάθε μιγαδικό αριθμό z . <u>(ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2009)</u>
18.	Η εικόνα του μιγαδικού αριθμού $\alpha+\beta i$, $\alpha,\beta \in \mathbb{R}$ στο μιγαδικό επίπεδο είναι το σημείο $M(\alpha,\beta)$. <u>(ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2009)</u>
19.	Αν z είναι ένας μιγαδικός αριθμός τότε για κάθε θετικό ακέραιο n ισχύει $(z^n) = (\bar{z})^n$ <u>(Επαναλ. Ιούλιος 2009)</u>
20.	Η διανυσματική ακτίνα της διαφοράς των μιγαδικών αριθμών $\alpha+\beta i$ και $\gamma+\delta i$ είναι η διαφορά των διανυσματικών ακτίνων τους. <u>(Μάιος 2010)</u>
21.	Αν z_1, z_2 μιγαδικοί αριθμοί με $z_2 \neq 0$, τότε ισχύει ότι: $\left \frac{z_1}{z_2} \right = \frac{ z_1 }{ z_2 }$ <u>(ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2010)</u>
22.	Για κάθε $z \in \mathbb{C}$ ισχύει $ z ^2 = z \cdot \bar{z}$ <u>(ΕΠ.2010)</u>

ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ - ΑΡΧΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Α' ΟΡΙΣΜΟΙ

1.	Έστω A ένα υποσύνολο του \mathbb{R} . Τι ονομάζουμε πραγματική συνάρτηση με πεδίο ορισμού το A ; <u>(Επαναληπτικές Δ Εσπερινού Ιούλιος 2005)</u>	Σελ. 133
2.	Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A . Τι λέγεται γραφική παράσταση της f .	Σελ. 134
3.	Πότε δύο συναρτήσεις λέγονται ίσες; <u>(Μάιος 2007-Επαν. Δ Εσπ. Ιούλιος 2007)</u>	Σελ. 141
4.	Έστω δυο συναρτήσεις f, g με πεδίο ορισμού A, B αντιστοίχως. Τι ονομάζουμε σύνθεση της f με την g και ποιο το πεδίο ορισμού της $g \circ f$.	Σελ. 143
5.	Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα και πότε λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της; <u>(Δ Εσπ. Ιούνιος 2007- Δ Εσπ. Ιούνιος 2010)</u>	Σελ. 149
6.	Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;	Σελ. 149
7.	Πότε μια συνάρτηση f λέγεται αύξουσα και πότε λέγεται φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;	Σελ. 149
8.	Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A θα λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) μέγιστο το $f(x_0)$, και πότε (ολικό) ελάχιστο; <u>(ΕΠ.2010)</u>	Σελ. 150
9.	Τι λέγονται ολικά ακρότατα μιας συνάρτησης f ;	Σελ. 151
10.	Πότε μια συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται "1-1"; <u>(Επ. Ιούλιος 2005)</u>	Σελ. 152
11.	Έστω η συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία είναι 1-1. Τι λέγεται αντίστροφη συνάρτηση της f ;	Σελ. 153

Γ' ΣΩΣΤΟ -ΛΑΘΟΣ

1.	Κάθε συνάρτηση, που είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, είναι γνησίως μονότονη. <u>(ΙΟΥΝΙΟΣ 2002)</u>
2.	Μία συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι συνάρτηση 1-1, αν και μόνο αν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή: αν $x_1 = x_2$, τότε $f(x_1) = f(x_2)$. <u>(Επαναληπτικές Ιούλιος 2003)</u>

3.	Μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει: $f(x_1) < f(x_2)$. (ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2004)
4.	Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδίο ορισμού \mathbb{R} και ορίζονται οι συνθέσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε αυτές οι συνθέσεις είναι υποχρεωτικά ίσες. (ΕΠ. 2004) (ΕΠ. 2010)
5.	Οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$ που διχοτομεί τις γωνίες xOy και $x'Oy'$. (Επαναληπτικές Ιούλιος 2004)
6.	Αν η f έχει αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} και η γραφική παράσταση της f έχει κοινό σημείο A με την ευθεία $y = x$, τότε το σημείο A ανήκει και στη γραφική παράσταση της f^{-1} . (Μάιος 2005)
7.	Μία συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$. λέγεται συνάρτηση 1-1, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή: αν $x_1 \neq x_2$, τότε $f(x_1) \neq f(x_2)$. (ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2005)
8.	Η συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν κάθε οριζόντια ευθεία τέμνει τη γραφική παράσταση της f το πολύ σε ένα σημείο (Επαν. Ιούλιος 2009)
9.	Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A θα λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) ελάχιστο, το $f(x_0)$, όταν $f(x) > f(x_0)$ για κάθε $x \in A$. (ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2005)
10.	Αν για δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται οι $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε είναι υποχρεωτικά $f \circ g \neq g \circ f$. (Επαναλ. Ιούλιος 2005)
11.	Μια συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1-1, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της η εξίσωση $f(x)=y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x . (Επαναλ. Ιούλιος 2006)
12.	Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν κάθε οριζόντια ευθεία (παράλληλη στον xx') τέμνει τη γραφική παράστασή της το πολύ σε ένα σημείο. (ΕΣΠ. 2007)
13.	Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f$ είναι συμμετρική, ως προς τον άξονα x , της γραφικής παράστασης της f . (Επαναλ.Εσπ. Ιούλιος 2007)
14.	Αν f, g, h είναι τρεις συναρτήσεις και ορίζεται η $h \circ (g \circ f)$, τότε ορίζεται και η $(h \circ g) \circ f$ και ισχύει $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$. (Επαναλ.Εσπ. Ιούλιος 2007)
15.	Αν μια συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1-1, τότε για την αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} ισχύει: $f^{-1}(f(x)) = x, x \in A$ και $f(f^{-1}(y)) = y, y \in f(A)$ (Μάιος 2008)
16.	Το πεδίο ορισμού μιας συνάρτησης f είναι το σύνολο A των τετμημένων των σημείων της γραφικής παράστασης C_f της συνάρτησης. (ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2010)

ΟΡΙΑ-ΣΥΝΕΧΕΙΑ

Α' ΟΡΙΣΜΟΙ

1.	Πότε μια συνάρτηση f τη λέμε συνεχή στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της; (Μάιος Εσπερινό 2008)	Σελ. 188
2.	Πότε μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της; (ΕΠΑΝΑΛ.ΙΟΥΛΙΟΣ 2009)	Σελ. 188
3.	Πότε μια συνάρτηση f λέγεται συνεχής συνάρτηση;	Σελ. 189
2.	Να ορίσετε πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα ανοικτό διάστημα (α, β) και πότε σε ένα κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$. (Επαναληπτικές Ιούλιος 2004- Μάιος 2008)	Σελ. 191
3.	Να διατυπώσετε το θεώρημα Bolzano και να γράψετε την γεωμετρική ερμηνεία του.	Σελ. 192
4.	Να διατυπώσετε το θεώρημα ενδιάμεσων τιμών	Σελ. 194
5.	Να διατυπώσετε το θεώρημα μέγιστης και ελάχιστης τιμής.	Σελ. 195

Β' ΑΠΟΔΕΙΞΕΙΣ

1.	Έστω μια συνάρτηση f , η οποία είναι ορισμένη σε ένα κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$. Αν <ul style="list-style-type: none"> • η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και • $f(\alpha) \neq f(\beta)$ δείξτε ότι για κάθε αριθμό η μεταξύ των $f(\alpha)$ και $f(\beta)$ υπάρχει ένας, τουλάχιστον $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τέτοιος, ώστε $f(x_0)=\eta$. <u>(Μάιος 2005)</u>	Σελ. 194
----	---	----------

Γ' ΣΩΣΤΟ -ΛΑΘΟΣ

1.	Αν η συνάρτηση f είναι ορισμένη στο $[\alpha, \beta]$ και συνεχής στο (α, β) , τότε η f παίρνει πάντοτε στο $[\alpha, \beta]$ μία μέγιστη τιμή. <u>(ΙΟΥΝΙΟΣ 2002)</u>
2.	Αν υπάρχει το όριο της συνάρτησης f στο x_0 και $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ <u>(ΙΟΥΝΙΟΣ 2002)</u>
3.	Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$ τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 . <u>(ΙΟΥΝΙΟΣ 2002)</u> <u>(Μάιος 2005)</u>
4.	Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης είναι διάστημα. <u>(Μάιος 2005-Ιούλιος 2007)</u>
5.	Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ και υπάρχει $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο ώστε $f(x_0)=0$, τότε κατ' ανάγκη θα ισχύει $f(\alpha) \cdot f(\beta) < 0$. <u>(ΕΠΑΝΑΛ.ΙΟΥΛΙΟΣ 2002)</u>
6.	Αν υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων f και g στο x_0 , τότε ισχύει: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + g(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ <u>(ΕΣΠ. ΙΟΥΝΙΟΣ 2002)</u>
7.	Αν υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων f και g στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot g(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$
8.	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$, αν και μόνον αν $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l$ <u>(Μάιος 2004)</u>
9.	Αν υπάρχει το όριο της f στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[k]{f(x)} = \sqrt[k]{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}$, εφόσον $f(x) \geq 0$ κοντά στο x_0 , με $k \in \mathbb{N}$ και $k \geq 2$. <u>(Επαναληπτικές Ιούλιος 2004)</u>
10.	Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ με $f(\alpha) < 0$ και υπάρχει $\xi \in (\alpha, \beta)$ ώστε $f(\xi) = 0$, τότε κατ' ανάγκη $f(\beta) > 0$. <u>(Μάιος 2005)</u>
11.	Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + g(x)$ τότε κατ' ανάγκη υπάρχουν τα $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ <u>(Μάιος 2005)</u>
12.	Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{1}{f(x)} \right) = +\infty$ <u>(Μάιος 2005)</u>
13.	Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty$ <u>(Επαναληπτικές Ιούλιος 2009)</u>
14.	Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δε μηδενίζεται σ' αυτό, τότε αυτή ή είναι θετική για κάθε $x \in \Delta$ ή είναι αρνητική για κάθε $x \in \Delta$, δηλαδή διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ . <u>(Μάιος 2005)</u> <u>(ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2008)</u>
15.	Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ <u>(ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2005)</u>

16.	<p>Αν υπάρχει το όριο της συνάρτησης f στο $x_0 \in \mathbb{R}$, τότε:</p> $\lim_{x \rightarrow x_0} k f(x) = k \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \text{ για κάθε σταθερά } k \in \mathbb{R}.$ <p style="text-align: right;"><u>(Επαναλ. Δ' Εσπερινού Ιούλιος 2005)</u></p>
17.	<p>Έστω f πραγματική συνάρτηση με πεδίο ορισμού το Δ και $x_0 \in \Delta$. Έστω επίσης $f(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \Delta$. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty$.</p> <p style="text-align: right;"><u>(ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2006)</u></p>
18.	<p>Αν $\alpha > 1$ τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} \alpha^x = 0$</p> <p style="text-align: right;"><u>(Μάιος 2007)</u></p>
19.	<p>Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g είναι συνεχής στο x_0, τότε η σύνθεσή τους $g \circ f$ είναι συνεχής στο x_0</p> <p style="text-align: right;"><u>(Μάιος 2007)</u></p>
20.	<p>Αν υπάρχει το όριο της συνάρτησης f στο $x_0 \in \mathbb{R}$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < 0$ τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0.</p> <p style="text-align: right;"><u>(ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2007)</u></p>
21.	<p>Αν f είναι συνεχής συνάρτηση στο $[\alpha, \beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha, \beta]$ μια μέγιστη τιμή M και μια ελάχιστη τιμή m.</p> <p style="text-align: right;"><u>(ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2007)</u></p>
22.	<p>Μια συνεχής συνάρτηση f διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της.</p> <p style="text-align: right;"><u>(Μάιος 2008)</u></p>
23.	<p>Έστω μια συνάρτηση ορισμένη σ' ένα σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$ και λ ένας πραγματικός αριθμός. Τότε ισχύει η ισοδυναμία:</p> $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - \ell) = 0$
24.	<p>$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 1}{x} = 1$ <u>(Μάιος 2009)</u></p>
25.	<p>$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta \mu x}{x} = 0$ <u>(ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2009)</u></p>
26.	<p>Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < 0$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 <u>(Μάιος 2010)</u></p>
27.	<p>Το σύνολο τιμών μιας συνεχούς συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$ είναι το κλειστό διάστημα $[m, M]$, όπου m η ελάχιστη και M η μέγιστη τιμή της. <u>(ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2010)</u></p>
28.	<p>Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 <u>(ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2010)</u></p>
29.	<p>Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $-\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$ <u>(ΕΠ.2010)</u></p>

ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ

Α' ΟΡΙΣΜΟΙ

1.	Έστω f μια συνάρτηση και $A(x_0, f(x_0))$ ένα σημείο της C_f . Τι ορίζουμε ως εφαπτομένη της C_f στο σημείο A ;	Σελ. 212
2.	Πότε μια συνάρτηση f λέμε ότι είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της <u>(Μάιος 2004)-(Μάιος 2009)</u>	Σελ. 213
3.	Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, να γραφεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(x_0, f(x_0))$. <u>(ΙΟΥΛΙΟΣ 2000)</u>	Σελ. 214

4.	Έστω f μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού A . i. Πότε η f λέγεται παραγωγίσιμη στο A ; ii. Πότε η f είναι παραγωγίσιμη σε ένα ανοικτό διάστημα (α, β) iii. Πότε η f είναι παραγωγίσιμη σε ένα κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$ (ΕΠ.2010)	Σελ. 222
5.	Έστω f μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού A και A_1 το σύνολο των σημείων του A στα οποία αυτή είναι παραγωγίσιμη. Τι ονομάζεται πρώτη παράγωγος της f ;	Σελ. 222
6.	Αν δύο μεταβλητά μεγέθη x, y συνδέονται με την σχέση $y=f(x)$ τι ονομάζουμε ρυθμό μεταβολής του y ως προς x στο σημείο x_0 ;	Σελ. 241
7.	α. Να διατυπώσετε το Θεώρημα Rolle. β. Τι σημαίνει γεωμετρικά το Θεώρημα Rolle. (Επ. Ιούλιος 2007)	Σελ. 246
8.	α. Να διατυπώσετε το Θεώρημα Μέσης Τιμής του Διαφ. Λογισμού. β. Τι σημαίνει γεωμετρικά το Θεώρημα Μέσης Τιμής του Διαφορικού Λογισμού; (Μάιος 2003) (Επ. Ιούλιος 2008)	Σελ. 246
9.	Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A , θα λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ τοπικό μέγιστο ;	Σελ. 258
10.	Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A , θα λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ τοπικό ελάχιστο ;	Σελ. 259
11.	Έστω μια συνάρτηση f συνεχής σ' ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ . Πότε λέμε ότι η f στρέφει τα κοίλα προς τα άνω ή είναι κυρτή στο Δ ; και Πότε λέμε ότι η f στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω ή είναι κοίλη στο Δ ; (Μάιος 2006) (Μάιος 2010)	Σελ. 273
12.	Πότε μία ευθεία $x = x_0$ λέγεται κατακόρυφη ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f ; (Επαναλ. Ιούλιος 2003) (Μάιος 2004) (ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2009) (Μάιος 2010)	Σελ. 279
13.	Πότε η ευθεία $y = l$ λέγεται οριζόντια ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f στο $+\infty$; (Μάιος 2007)	Σελ. 280
14.	Πότε η ευθεία $y = \lambda x + \beta$ λέγεται ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f στο $+\infty$; (Μάιος 2005)	Σελ. 280

Β' ΑΠΟΔΕΙΞΕΙΣ

1.	Να αποδείξετε ότι, αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της ,τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό. (Ιούλιος 2000- Μάιος 2003-Επ Ιούλιος 2007-Εσπ.2010)	Σελ. 217
2.	Να αποδείξετε ότι $(c)' = 0$	Σελ. 223
3.	Να αποδείξετε ότι $(x)' = 1$	Σελ. 223
4.	Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^v, v \in \mathbb{N} - \{0,1\}$. Να δείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη και ισχύει $f'(x) = vx^{v-1}$ (Δ' ΕΣΠΕΡ. ΙΟΥΝ. 2007)	Σελ. 224
5.	Έστω η συνάρτηση f με $f(x) = \sqrt{x}$. Να αποδείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$ και ισχύει: $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ (Επαναληπτικές Ιούλιος 2005-2009)	Σελ. 224
6.	Έστω η συνάρτηση $f(x) = \eta \mu x$. Να δείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και ισχύει $f'(x) = \sigma \nu \eta x$. (ΙΟΥΝΙΟΣ 2002)(ΕΠΑΝ.2010)	Σελ. 225
7.	Να αποδείξετε ότι: $(\sigma \nu \eta x)' = -\eta \mu x, x \in \mathbb{R}$. (Επαναληπτικές Ιούλιος 2006)	Σελ. 225
8.	Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 , να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f+g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει: $(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$ (Δ' Εσπ. Ιούν. 2002-Επαν.2007- Δ' Εσπ. Ιούν. 2009)	Σελ. 229

9.	Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^{-ν}$, $ν \in \mathbb{N}^*$. Να δείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη και ισχύει $f'(x) = -νx^{-ν-1}$	Σελ. 232
10.	Έστω η συνάρτηση $f(x) = \varepsilon\phi x$. Να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}_+ = \mathbb{R} - \{x/\sigma\upsilon\nu x = 0\}$ και $f'(x) = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$	Σελ. 232
11.	Να δείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = x^a$, $a \in \mathbb{R} - \mathbb{Z}$ είναι παραγωγίσιμη στο $0, +\infty$ και ισχύει $f'(x) = ax^{a-1}$	Σελ. 234
12.	Να δείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = a^x$, $a > 0$ είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και ισχύει $f'(x) = a^x \ln a$.	Σελ. 234
13.	Να δείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = \ln x $, $x \in \mathbb{R}^*$ είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R}^* και ισχύει $\ln x ' = \frac{1}{x}$ (Μάιος 2008)	Σελ. 234
14.	Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ. Αν • η f είναι συνεχής στο Δ και • $f'(x) = 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε να αποδείξετε ότι η f είναι σταθερή σε όλο το διάστημα (Επαν. Ιούλιος 2004-Επαν. Δ.ΕΣΠ.-Ιούλιος 2005, Μάιος 2009)	Σελ. 251
15.	Έστω δύο συναρτήσεις f, g ορισμένες σε ένα διάστημα Δ. Αν • οι f, g είναι συνεχείς στο Δ και • $f'(x) = g'(x)$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε να αποδείξετε ότι υπάρχει σταθερά c τέτοια ώστε για κάθε $x \in \Delta$ να ισχύει $f(x) = g(x) + c$	Σελ. 251
16.	Έστω μια συνάρτηση f, η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ. Να αποδείξετε ότι: • Αν $f'(x) > 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το Δ. • Αν $f'(x) < 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα σε όλο το Δ. (Μάιος 2006)	Σελ. 253
17.	Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σ' ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ. Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x_0 και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, να αποδείξετε ότι $f'(x_0) = 0$ (Μάιος 2004)	Σελ. 260

Γ' ΣΩΣΤΟ -ΛΑΘΟΣ

1.	Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 , τότε η f' είναι πάντοτε συνεχής στο x_0 . (ΙΟΥΛΙΟΣ 2000) (Δ' ΕΣΠΕΡ. ΙΟΥΝΙΟΣ 2002)
2.	Αν η f δεν είναι συνεχής στο x_0 , τότε η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 . (ΙΟΥΛΙΟΣ 2000) (Επαναληπτικές Ιούλιος 2004 Μάιος 2009)
3.	Αν η f έχει δεύτερη παράγωγο στο x_0 , τότε η f' είναι συνεχής στο x_0 . (ΙΟΥΛΙΟΣ 2000)
4.	Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και δεν είναι αντιστρέψιμη, τότε υπάρχει κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$ στο οποίο η f ικανοποιεί τις προϋποθέσεις του θεωρήματος Rolle.
5.	Έστω συνάρτηση f ορισμένη και παραγωγίσιμη στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ και σημείο $x_0 \in [\alpha, \beta]$ στο οποίο η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο. Τότε πάντα ισχύει $f'(x_0) = 0$.
6.	Αν μία συνάρτηση f είναι συνεχής σ' ένα σημείο x_0 , τότε είναι και παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.
7.	Αν μία συνάρτηση f είναι συνεχής σ' ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) = 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ. (Δ' ΕΣΠΕΡ. ΙΟΥΝΙΟΣ 2002)

8.	Αν μία συνάρτηση f είναι συνεχής σ' ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ . (Δ' ΕΣΠΕΡ. ΙΟΥΝΙΟΣ 2002)
9.	Έστω μία συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δύο φορές παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ . Αν $f''(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε η f είναι κυρτή στο Δ .
10.	Αν μια συνάρτηση f είναι κυρτή σε ένα διάστημα Δ , τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ βρίσκεται «πάνω» από τη γραφική της παράσταση. (Μάιος 2003)
11.	Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ . Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και $f'(x_0) = 0$, τότε η f παρουσιάζει υποχρεωτικά τοπικό ακρότατο στο x_0 . (Μάιος 2003)
12.	Έστω μία συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα (α, β) , με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 , στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) , τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό ελάχιστο της f . (Επαναληπτικές Ιούλιος 2003)
13.	οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 , τότε η συνάρτηση $f \circ g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει: $(f \circ g)'(x_0) = f'(x_0) \cdot g'(x_0)$ (Μάιος 2004)
14.	Έστω μια συνάρτηση f , η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ . Αν $f'(x) > 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα σε όλο το Δ . (Μάιος 2004)
15.	Έστω δύο συναρτήσεις f, g ορισμένες σε ένα διάστημα Δ . Αν οι f, g είναι συνεχείς στο Δ και $f'(x) = g'(x)$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε υπάρχει σταθερά c τέτοια, ώστε για κάθε $x \in \Delta$ να ισχύει: $f(x) = g(x) + c$. (ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2004)
16.	Έστω η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x}$. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$ και ισχύει $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. (ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2004)
16.	Ο συντελεστής διεύθυνσης, λ , της εφαπτομένης στο σημείο $A(x_0, f(x_0))$, της γραφικής παράστασης C_f μιας συνάρτησης f , παραγωγίσιμης στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της είναι $\lambda = f'(x_0)$. (ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2004)
18.	Αν μία συνάρτηση f είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα $[a, \beta]$ και παραγωγίσιμη στο ανοικτό διάστημα (α, β) τότε υπάρχει ένα, τουλάχιστον, $\xi \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε: $f'(\xi) = \frac{f(\beta) - f(a)}{\beta - a}$ (ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2005)- (ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2009)
19.	Τα εσωτερικά σημεία του διαστήματος Δ , στα οποία η f δεν παραγωγίζεται ή η παράγωγός της είναι ίση με το 0, λέγονται κρίσιμα σημεία της f στο διάστημα Δ . (Επαναλ. Ιούλιος 2005)
20.	Έστω μια συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα (α, β) με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 . Αν η f είναι κυρτή στο (α, x_0) και κοίλη στο (x_0, β) ή αντιστρόφως, τότε το σημείο $A(x_0, f(x_0))$ είναι υποχρεωτικά σημείο καμπής της γραφικής παράστασης της f . (Επαναλ. Ιούλιος 2005)
21.	Έστω η συνάρτηση $f(x) = \ln x$. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}_+ = \mathbb{R} - \{x / \sin x = 0\}$ και ισχύει: $f'(x) = \frac{1}{x}$. (Επαναλ. Δ' Εσπερινού Ιούλιος 2005)
22.	Ισχύει ο τύπος $3^x = x \cdot 3^{x-1}$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (Μάιος 2005)
23.	Αν μια πραγματική συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 , τότε δεν μπορεί να είναι παραγωγίσιμη στο x_0 . (ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2006)

24.	Έστω η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x}$ με πεδίο ορισμού $\Delta = [0, +\infty)$, τότε $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ για κάθε $x \in (0, +\infty)$. (ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2006)
25.	Αν ένα τουλάχιστον από τα όρια $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ είναι $+\infty$ ή $-\infty$, τότε η ευθεία $x = x_0$ λέγεται οριζόντια ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της f . (ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2006)
26.	Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 και $g(x_0) \neq 0$, τότε η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει: $\left(\frac{f}{g}\right)'_{x_0} = \frac{f'_{x_0} g_{x_0} - f_{x_0} g'_{x_0}}{[g_{x_0}]^2}$ (Επαναλ. Ιούλιος 2006)
27.	Για κάθε $x \neq 0$ ισχύει $[\ln x]' = \frac{1}{x}$. (Επαναλ. Ιούλιος 2006)
28.	Έστω f μια συνάρτηση συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ . Αν η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ τότε $f'(x) > 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ . (Μάιος 2007)
29.	Έστω η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} , τότε $f'(x) = -\sigma\upsilon\nu x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2007-2008)
30.	Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα και συνεχής σε ένα ανοικτό διάστημα (α, β) , τότε το σύνολο τιμών της στο διάστημα αυτό είναι το διάστημα (A, B) όπου $A = \lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x)$ και $B = \lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x)$. (Επαναλ. Ιούλιος 2007)
31.	Έστω δύο συναρτήσεις f, g ορισμένες σε ένα διάστημα Δ . Αν οι f, g είναι συνεχείς στο Δ και $f'(x) = g'(x)$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε ισχύει $f(x) = g(x) + c$ για κάθε $x \in \Delta$. (Επαναλ. Ιούλιος 2007)
32.	Οι πολυωνυμικές συναρτήσεις βαθμού μεγαλύτερου ή ίσου του 2 έχουν ασύμπτωτες. (Επαναλ. Εστ. Ιούλιος 2007)
33.	Αν μια συνάρτηση f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και στρέφει τα κοίλα προς τα άνω, τότε κατ' ανάγκη θα ισχύει $f''(x) > 0$ για κάθε πραγματικό αριθμό x . (Μάιος 2008)
34.	Αν μια συνάρτηση f είναι • συνεχής στο κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$ • παραγωγίσιμη στο ανοικτό διάστημα (α, β) και $f(\alpha) = f(\beta)$ τότε υπάρχει ένα, τουλάχιστον, $\xi \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε: $f'(\xi) = 0$. (Εστ. Ιούλιος 2008)
35.	Υπάρχουν συναρτήσεις που είναι 1-1, αλλά δεν είναι γνησίως μονότονες.
36.	Αν μια συνάρτηση f είναι κοίλη σ' ένα διάστημα Δ , τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ βρίσκεται κάτω από τη γραφική της παράσταση, με εξαίρεση το σημείο επαφής τους.
37.	Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέμε ότι παρουσιάζει (ολικό) ελάχιστο στο $x_0 \in A$, όταν $f(x) \geq f(x_0)$ για κάθε $x \in A$. (Μάιος 2009)
38.	Έστω η συνάρτηση $f(x) = \epsilon\phi x$. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}_1 = \mathbb{R} - \{x / \sigma\upsilon\nu x = 0\}$ και ισχύει $f'(x) = -\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$. (Επαναλ. Ιούλιος 2009)

39.	Έστω συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ . Αν η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ , τότε η παράγωγός της δεν είναι υποχρεωτικά θετική στο εσωτερικό του Δ . <u>(Μάιος 2010)</u>
40.	Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα και συνεχής σε ένα ανοικτό διάστημα (α, β) , τότε το σύνολο τιμών της στο διάστημα αυτό είναι το διάστημα (A, B) , όπου $A = \lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x)$ και $B = \lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x)$ <u>(Μάιος 2010)</u>
41.	Για κάθε συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα Δ και για κάθε πραγματικό αριθμό c , ισχύει ότι: $(cf(x))' = f'(x)$, για κάθε $x \in \Delta$. <u>(ΕΣΠ. 2010)</u>
42.	Αν $f(x) = a^x$, $a > 0$, τότε ισχύει $(a^x)' = x a^{x-1}$ <u>(ΕΠ.2010)</u>

ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

Α' ΟΡΙΣΜΟΙ

1.	Έστω f μία συνάρτηση ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Τι ονομάζουμε αρχική συνάρτηση ή παράγουσα της f στο Δ ; <u>(Επαναληπτικές Ιούλιος 2006)</u>	Σελ. 303
2.	Τι ονομάζεται αόριστο ολοκλήρωμα της f σε ένα διάστημα Δ ;	Σελ. 304

Β' ΑΠΟΔΕΙΞΕΙΣ

1.	Έστω f μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Αν F είναι μια παράγουσα της f στο Δ , τότε <ul style="list-style-type: none"> • Της οι συναρτήσεις της μορφής $G(x)=F(x)+c$, $c \in \mathbb{R}$, είναι παράγουσες της f στο Δ και • Κάθε άλλη παράγουσα G της f στο Δ παίρνει την μορφή $G(x)=F(x)+c$, $c \in \mathbb{R}$. <u>(Μάιος 2010)</u> 	Σελ. 304
2.	Έστω f μια συνεχής συνάρτηση σ' ένα διάστημα $[\alpha, \beta]$. Αν G είναι μια παράγουσα της f στο $[\alpha, \beta]$, τότε να δείξετε ότι $\int_{\alpha}^{\beta} f(t) dt = G(\beta) - G(\alpha)$. <u>(ΙΟΥΝΙΟΣ 2002)(ΕΠΕΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ 2008)</u>	Σελ. 304

Γ' ΣΩΣΤΟ -ΛΑΘΟΣ

1.	Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} , τότε $\int f(x)dx = xf(x) - \int xf'(x)dx$. <u>(ΙΟΥΝΙΟΣ 2002)</u>
2.	Αν $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx \geq 0$, τότε κατ' ανάγκη θα είναι $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$. <u>(ΕΠΑΝΑΛ.ΙΟΥΛΙΟΣ 2002)</u>
3.	Για κάθε συνάρτηση f , παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ , ισχύει $\int f'(x)dx = f(x) + c$, $c \in \mathbb{R}$.
4.	Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με συνεχή πρώτη παράγωγο, τότε ισχύει: $\int f(x) \cdot g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx$ <u>(Επαναλ. Ιούλιος 2003)</u>
5.	Έστω f μια συνεχής συνάρτηση σ' ένα διάστημα $[\alpha, \beta]$. Αν G είναι μια παράγουσα της f στο $[\alpha, \beta]$, τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(t)dt = G(\beta) - G(\alpha)$ <u>(Μάιος 2004) (Επαναλ. Ιούλιος 2006)</u>
6.	Αν η f είναι μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ και a είναι ένα σημείο του Δ , τότε ισχύει $\int_a^x f(t) dt = f(x) - f(a)$ για κάθε $x \in \Delta$. <u>(Μάιος 2005)</u>

7.	<p>Αν η συνάρτηση f έχει παράγουσα σε ένα διάστημα Δ και $\lambda \in \mathbb{R}^*$, τότε ισχύει:</p> $\int \lambda f(x) dx = \lambda \int f(x) dx$ <p style="text-align: right;"><u>(Επαναλ. Ιούλιος 2005)</u></p>
8.	<p>Ισχύει η σχέση $\int_a^b f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) \Big _a^b - \int_a^b f'(x)g(x) dx$, όπου f', g' είναι συνεχείς συναρτήσεις στο $[a, \beta]$.</p> <p style="text-align: right;"><u>(Μάιος 2005)</u></p>
9.	<p>Αν f συνάρτηση συνεχής στο διάστημα $[a, \beta]$ και για κάθε $x \in [a, \beta]$ ισχύει $f(x) \geq 0$ τότε θα είναι $\int_a^b f(x) dx > 0$</p> <p style="text-align: right;"><u>(Μάιος 2007)</u></p>
10.	<p>☺) Αν f είναι μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ τότε $\left(\int_a^{g(x)} f(t) dt \right)' = f(g(x))g'(x)$ με την προϋπόθεση ότι τα χρησιμοποιούμενα σύμβολα έχουν νόημα.</p> <p style="text-align: right;"><u>(Μάιος 2007)</u></p>
11.	<p>Αν f, g, g' είναι συνεχείς συναρτήσεις στο διάστημα $[a, \beta]$, τότε</p> $\int_a^b f(x)g'(x) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g'(x) dx$ <p style="text-align: right;"><u>(Ιούλιος 2007)</u></p>
12.	<p>Αν f είναι μία συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ και a είναι ένα σημείο του Δ, τότε $\left(\int_a^x f(t) dt \right)' = f(x)$ για κάθε $x \in \Delta$</p>
13.	<p>Αν η f είναι συνεχής σε διάστημα Δ και $a, \beta, \gamma \in \Delta$ τότε ισχύει</p> $\int_a^{\beta} f(x) dx = \int_a^{\gamma} f(x) dx + \int_{\gamma}^{\beta} f(x) dx$ <p style="text-align: right;"><u>(Μάιος 2008)</u></p>
14.	<p>Το ολοκλήρωμα $\int_a^b f(x) dx$ είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των χωρίων που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$ μείον το άθροισμα των εμβαδών των χωρίων που βρίσκονται κάτω από τον άξονα $x'x$.</p>
15.	<p>Αν μία συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα $[a, \beta]$ και ισχύει $f(x) < 0$ για κάθε $x \in [a, \beta]$, τότε το εμβαδόν του χωρίου Ω που ορίζεται από τη γραφική παράσταση της f, τις ευθείες $x=a, x=\beta$ και τον άξονα $x'x$ είναι $E(\Omega) = \int_a^{\beta} f(x) dx$</p> <p style="text-align: right;"><u>(Μάιος 2009)</u></p>
16.	<p>Για κάθε συνάρτηση f, παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ, ισχύει $\int f'(x) dx = f(x) + c, x \in \Delta$ όπου c είναι μια πραγματική σταθερά.</p> <p style="text-align: right;"><u>(Ιούλιος 2009)</u></p>
17.	<p>Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα $[a, \beta]$ και ισχύει $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [a, \beta]$, τότε $\int_a^{\beta} f(x) dx \geq 0$</p> <p style="text-align: right;"><u>(ΕΠ.2010)</u></p>