ΕΜΒΑΔΑ

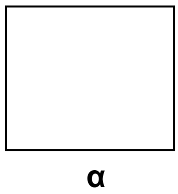
ΓΝΩΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΛΥΣΗ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Πρόταση

Ίσα πολυγωνικά χωρία έχουν ίσα εμβαδά. Το αντίστροφο δεν ισχύει. Δηλαδή δύο ισοεμβαδικά χωρία δεν είναι κατά ανάγκη ίσα.

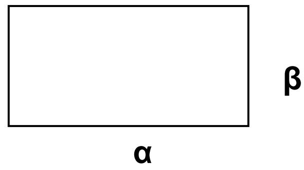
<u>Εμβαδόν τετραγώνου πλευράς α</u> .

$E=\alpha^2$



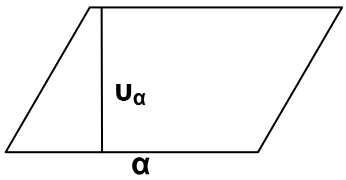
<u>Εμβαδόν ορθογωνίου διαστάσεων α, β</u>

$E=\alpha.\beta$



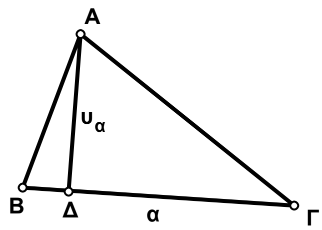
<u>Εμβαδόν Παραλληλογράμμου</u>

$E=\alpha.\upsilon_\alpha=\beta.\upsilon_\beta$



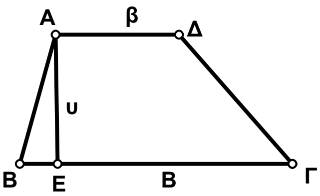
<u>Εμβαδόν τριγώνου</u>

$E=\frac{1}{2}\ \alpha.\upsilon_\alpha=\frac{1}{2}\ \beta.\upsilon_\beta=\frac{1}{2}\gamma.\upsilon_\gamma$



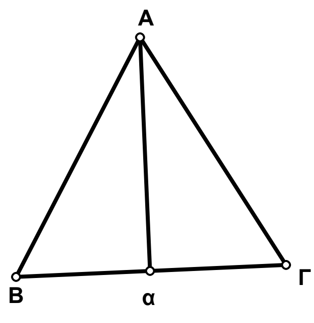
<u>Εμβαδόν τραπεζίου</u>

$$E=\frac{B+\beta}{2}\bullet\upsilon$$



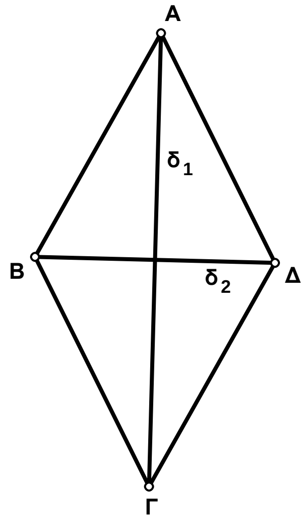
<u>Εμβαδόν ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς α</u>

$$E=\frac{\alpha^2\sqrt{3}}{4}$$



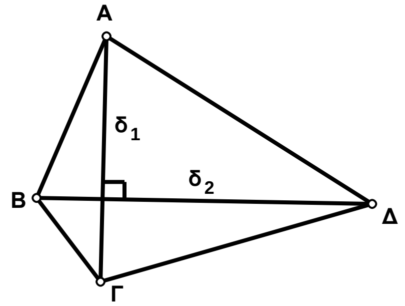
Εμβαδόν ρόμβου

$$E=\frac{1}{2}\delta_1\cdot\delta_2$$



Εμβαδόν τετραπλεύρου με κάθετες διαγωνίους

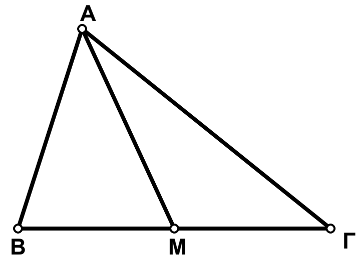
$$E=\frac{1}{2}\delta_1\cdot\delta_2$$



Πρόταση

Η διάμεσος τριγώνου χωρίζει το τρίγωνο σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα.

(ΑΒΜ)=(ΑΜΓ)



Άλλοι τύποι για το εμβαδόν τριγώνου

- $E=\sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}$ όπου $\tau=\dfrac{\alpha+\beta+\gamma}{2}$
- $E=\tau\cdot\rho$ όπου ρ η ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου.
- $E=\dfrac{\alpha\beta\gamma}{4R}$ όπου R η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου.
- $E=\dfrac{1}{2}\beta\gamma\,\eta\mu A=\dfrac{1}{2}\gamma\alpha\,\eta\mu B=\dfrac{1}{2}\alpha\beta\,\eta\mu\Gamma$.

Νόμος ημιτόνων

Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει : $\dfrac{\alpha}{\eta\mu A}=\dfrac{\beta}{\eta\mu B}=\dfrac{\gamma}{\eta\mu\Gamma}=2R$.

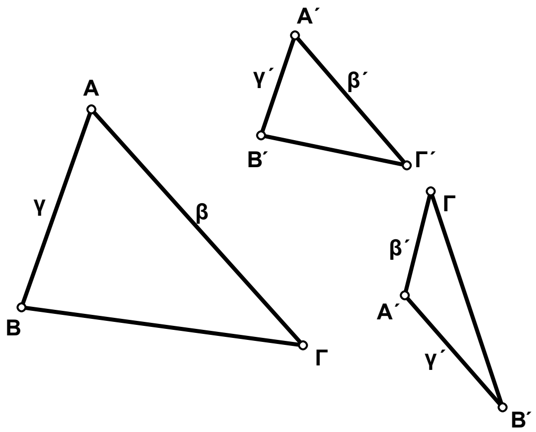
Προτάσεις

1. **Αν δύο τρίγωνα έχουν ίσες βάσεις, τότε ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με τον λόγο των αντίστοιχων υψών, ενώ αν έχουν ίσα ύψη, τότε ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με τον λόγο των αντίστοιχων βάσεων.**
2. **Αν δύο τρίγωνα είναι όμοια τότε ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητας.**

ΒΑΣΙΚΗ ΠΡΟΤΑΣΗ

Αν μια γωνία ενός τριγώνου είναι ίση ή παραπληρωματική με μια γωνία ενός άλλου τριγώνου, τότε ο λόγος των εμβαδών των δύο τριγώνων είναι ίσος με τον λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τις γωνίες αυτές.

$$\left.\begin{array}{c}\hat{A}=\hat{A}' \\ \text{ή} \\ \hat{A}+\hat{A}'=180^0\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{E}{E'}=\frac{\beta\cdot\gamma}{\beta'\cdot\gamma'}$$



Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό-Λάθος»

1. Αν δύο τρίγωνα έχουν ίσα εμβαδά, τότε τα τρίγωνα αυτά είναι ίσα. **Σ Λ**

2. Ένα τρίγωνο χωρίζεται από μία διάμεσό του σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα. **Σ Λ**

Ο τύπος του Ήρωνα Ε = $\sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}$ ισχύει μόνο σε ορθογώνια τρίγωνα. **Σ Λ**

3. Ο τύπος Ε = $\frac{\delta_1 . \delta_2}{2}$ όπου δ_1, δ_2 οι διαγώνιοι ενός τετραπλεύρου ισχύει σε κάθε τετράπλευρο με κάθετες διαγώνιους. **Σ Λ**

4. Αν οι γωνίες Α και Δ των τριγώνων ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι συμπληρωματικές, τότε $\frac{(\mathrm{AB\Gamma})}{(\Delta\mathrm{EZ})} = \frac{\mathrm{AB.A\Gamma}}{\Delta\mathrm{E}.\Delta\mathrm{Z}}$. **Σ Λ**

5 Αν οι γωνίες Α και Δ των τριγώνων ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι παραπληρωματικές, τότε $\frac{(\mathrm{AB\Gamma})}{(\Delta\mathrm{EZ})} = \frac{\mathrm{AB.A\Gamma}}{\Delta\mathrm{E}.\Delta\mathrm{Z}}$. **Σ Λ**

6 Η ευθεία που συνδέει τα μέσα των δύο βάσεων τραπεζίου το διαιρεί σε δύο ισοδύναμα τραπέζια. **Σ Λ**

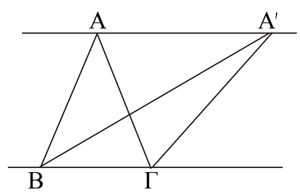
Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. Δύο τρίγωνα, τα οποία έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και ίσα εμβαδά, έχουν αντίστοιχα ίσα
Α. όλα τα ύψη τους. **Β.** όλες τις διαμέσους τους. **Γ.** τις διαμέσους που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές.
Δ. τα ύψη που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές. **Ε.** τις διχοτόμους που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές.

2. Ο τύπος Ε = $\frac{\delta_1 . \delta_2}{2}$ (δ_1, δ_2 οι διαγώνιες ενός τετραπλεύρου) εκφράζει το εμβαδό
Α. ενός τετραπλεύρου με δύο από τις πλευρές του ίσες. **Β.** ενός τετραπλεύρου με τις πλευρές του κάθετες ανά δύο.
Γ. ενός τετραπλεύρου με κάθετες διαγώνιους. **Δ.** ενός ορθογωνίου με διαγώνιες που έχουν σχέση $\delta_1 = 2\delta_2$.
Ε. ενός ισοσκελούς τραπεζίου.

3. Σε ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς γ το εμβαδόν του ισούται με
Α. $\gamma^2\sqrt{\frac{3}{4}}$. **Β.** $\gamma\,\frac{\upsilon}{4}$. **Γ.** $\frac{\gamma}{2}\upsilon^2$. **Δ.** $\gamma^2\sqrt{\frac{3}{16}}$. **Ε.** $\gamma^2\frac{3}{\sqrt{4}}$.

4. Αν σε δύο τρίγωνα ΑΒΓ, Α΄ΒΓ συμβαίνει ΑΑ΄ //Β Γ τότε



Α. (ΑΒΓ) = (Α΄ΒΓ). **Β.** τρίγωνο ΑΒΓ = τρίγωνο Α΄ΒΓ.
Γ. γωνία Α΄ = Α. **Δ.** γωνία Α΄ = 90° - Α.
Ε. τρίγωνο ΑΒΓ $\approx$ τρίγωνο Α΄ΒΓ.

5. Η διάμεσος ενός τριγώνου το χωρίζει σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα
Α. μόνο όταν το τρίγωνο είναι ισοσκελές. **Β.** μόνο όταν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
Γ. μόνο όταν το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο. **Δ.** πάντα. **Ε.** μόνο όταν το τρίγωνο είναι ισόπλευρο.

6. Σε δύο τρίγωνα ΑΒΓ και $A_1B_1\Gamma_1$ ο τύπος $\frac{(\mathrm{AB\Gamma})}{(\mathrm{A_1B_1\Gamma_1})} = \frac{\mathrm{AB.A\Gamma}}{\mathrm{A_1B_1.A_1\Gamma_1}}$ ισχύει όταν
Α. γωνία Γ = Γ_1. **Β.** γωνία Β = B_1 . **Γ.** γωνία Α = 180° - B_1 - Γ_1.
Δ. γωνία Α = 90° + A_1. **Ε.** γωνία Α = A_1 ή γωνία (Α + A_1) = 180°.

15. Το εμβαδόν τριγώνου ΑΒΓ ισούται με
Α. $\frac{1}{2}$ αγημΑ. **Β.** $\frac{1}{2}$ αβσυνΓ. **Γ.** $\frac{1}{2}$ βγσυν (90° - Α).
Δ. $\sqrt{\tau(\tau+\alpha)(\tau+\beta)(\tau+\gamma)}$. **Ε.** $\frac{1}{2}$ αγσυνΒ.

18. Αν ένα τετράπλευρο έχει κάθετες τις διαγώνιές του δ_1, δ_2, τότε το εμβαδόν του ισούται με

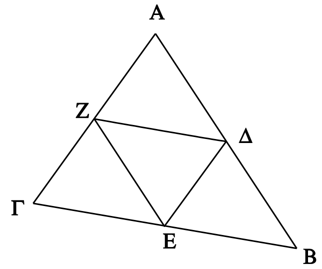
Α. $\frac{\delta_1+\delta_2}{2}$. **Β.** $\frac{\delta_1.\delta_2}{2}$. **Γ.** $\frac{\delta_1.\delta_2}{4}$. **Δ.** $\delta_1^2.\delta_2^2$. **Ε.** $\delta_1.\delta_2$.

Ερωτήσεις ανάπτυξης

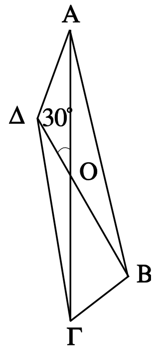
1. Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και έστω Δ, Ε, Ζ τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ και ΓΑ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

α) (ΔΕΖ) = (ΖΓΕ)

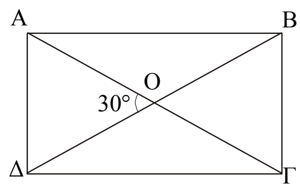
β) (ΔΕΖ) = $\frac{1}{4}$ (ΑΒΓ).



2. Όταν οι διαγώνιες ενός κυρτού τετραπλεύρου ΑΒΓΔ σχηματίζουν γωνία Ο = 30°, να δείξετε ότι ισχύει: α) (ΑΟΔ) = $\frac{1}{4}$ ΟΔ.ΟΑ β) (ΑΒΓΔ) = $\frac{1}{4}$ ΑΓ.ΔΒ.

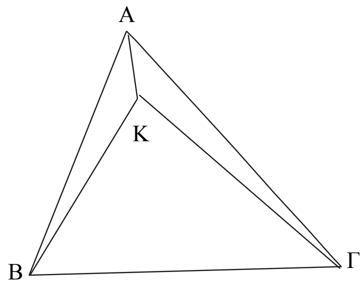


3. Ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ το εμβαδόν του είναι ίσο με $\frac{\text{ΑΓ}^2}{4}$, όπου ΑΓ η μία διαγώνιός του. Δείξτε ότι η οξεία γωνία ΑΟΔ των διαγωνίων του είναι 30°.



4. Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει γωνία Γ = 60°, β = 12 cm, α = 3 cm και είναι ισοδύναμο με ισόπλευρο τρίγωνο. Να υπολογιστεί η πλευρά του ισοπλεύρου αυτού τριγώνου.

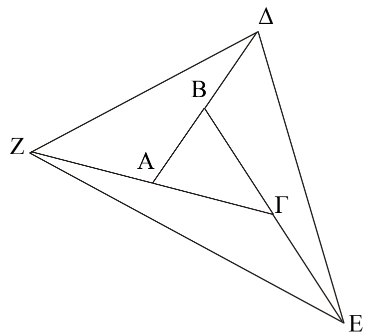
5. Στο εσωτερικό ενός τριγώνου ΑΒΓ παίρνουμε ένα σημείο Κ έτσι ώστε να είναι γωνία ΑΚΒ = γωνία ΓΚΑ = 120° και ΚΑ = 2 cm, ΚΒ = 6 cm, ΚΓ = 10 cm. Να υπολογιστούν τα εμβαδά των τριγώνων: α) ΚΒΓ και β) ΑΒΓ.



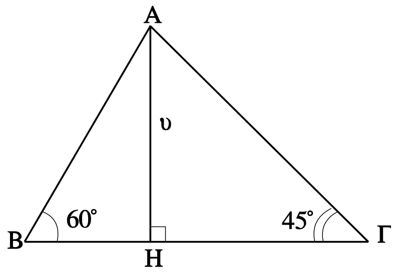
6. Προεκτείνουμε τις πλευρές ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ τριγώνου ΑΒΓ αντιστοίχως κατά τμήματα ΒΔ = ΒΑ, ΓΕ = ΓΒ και ΑΖ = ΑΓ. Να δείξετε ότι:

α) (ΖΓΕ) = 2 (ΑΒΓ) και

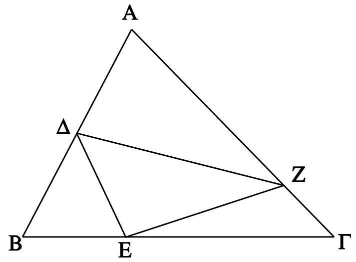
β) (ΔΕΖ) = 7 (ΑΒΓ).



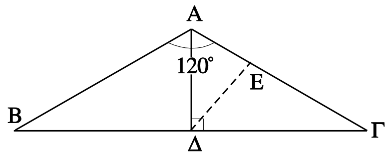
7. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ύψος ΑΗ = υ, γωνία Β = 60° και γωνία Γ = 45°.
Να υπολογίσετε συναρτήσει του υ:
α) Τις πλευρές του τριγώνου
β) Το εμβαδόν του
γ) Τα ύψη προς τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ.



8. Έστω τρίγωνο ΑΒΓ. Στις πλευρές του ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία Δ, Ε, Ζ έτσι ώστε: ΑΔ = $\frac{1}{2}$ ΑΒ, ΒΕ = $\frac{1}{3}$ ΒΓ, ΓΖ = $\frac{1}{4}$ ΓΑ. Αν γνωρίζουμε ότι (ΑΒΓ) = Ε, να υπολογίσετε:
α) Τα εμβαδά των τριγώνων ΔΒΕ, ΕΖΓ, ΑΔΖ
.β) Το εμβαδόν του τριγώνου ΔΕΖ.



9. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) με ΑΒ = 6 cm και γωνία ΒΑΓ = 120°.
α) Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.
β) Αν Ε σημείο της ΑΓ, τέτοιο ώστε ΑΕ = $\frac{1}{2}$ ΕΓ και ΑΔ το ύψος του τριγώνου ΑΒΓ, να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ΔΕΓ.



10. Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει α = 17 cm, β = 8 cm, γ = 15 cm.
α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.
β) Αν ΑΔ είναι το ύψος του τριγώνου ΑΒΓ, να υπολογίσετε το λόγο $\frac{(\text{ΑΒΔ})}{(\text{ΑΓΔ})}$.

11. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, οι διάμεσοι ΒΜ,ΓΝ και το κέντρο βάρους Κ. Να αποδείξετε ότι:
α) (ΒΚΝ)=(ΓΚΜ)=$\frac{1}{6}$(ΑΒΓ) β) (ΒΚΓ)= $\frac{1}{3}$ (ΑΒΓ) γ) (ΑΝΚΜ)=$\frac{1}{3}$(ΑΒΓ) δ) (ΑΝΜ)= $\frac{1}{4}$ (ΑΒΓ)
ε) (ΑΝΜ)=(ΒΘΛΓ) όπου Θ,Λ τα μέσα των ΒΚ και ΓΚ αντίστοιχα.

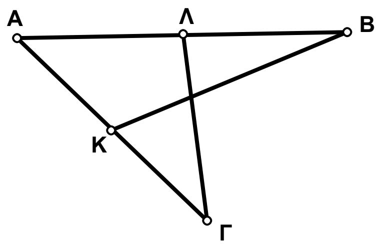
12. Δίνεται τραπέζιο **ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ)** και Ο το σημείο τομής των διαγωνίων του
Να αποδείξετε ότι: **(ΟΒΓ)²=(ΟΑΒ).(ΟΓΔ).**

13. Ένα τρίγωνο ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο.Η διάμεσος ΑΜ προεκτεινομένη τέμνει τον κύκλο στο σημείο Δ, Να αποδειχθεί ότι: $\frac{(\text{ΑΒΓ})}{(\text{ΒΔΓ})} = \frac{2\beta^2 + 2\gamma^2 - \alpha^2}{\alpha^2}$

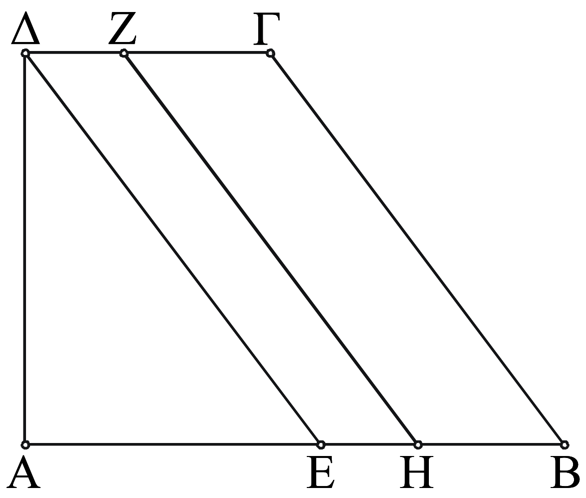
14. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με **β=2γ** και η διάμεσός του ΒΔ. Φέρουμε την Αχ κάθετο στην ΒΔ που τέμνει την ΒΔ στο Ε και την ΒΓ στο Ζ και Εψ παράλληλο στην ΑΓ που τέμνει την ΒΓ στο Μ. Να αποδείξετε ότι:

α) ΖΒ=$\frac{1}{2}$ΖΓ β)(ΑΒΓ)=3(ΑΒΖ) γ) $\frac{(\text{ΕΜΓ})}{(\text{ΑΒΖ})} = \frac{3}{8}$

15. Στο διπλανόσχήμα τα σημεία Κ και Λ είναι μέσα των τμημάτων ΑΓ και ΑΒ αντιστοίχως. Να δείξετε ότι:
α)Ο λόγος των εμβαδών των τριγώνων ΑΚΒ καιΑΛΓ είναι ίσος με 1.
β)Αν Ρ είναι το σημείο τομής των ΛΓ και ΚΒ, τότε τα τρίγωνα ΒΛ και ΚΓΡ έχουν ίσα εμβαδά.



16. Το οικόπεδο ΑΒΓΔ του σχήματος έχει την πλευρά ΑΒ ίση με 55m, την πλευρά ΓΔ ίση με 25m, την πλευρά ΑΔ ίση με 40m και τις γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{\Delta}$ ορθές. Πρέπει να χαραχθεί ένας δρόμος ΔΕΗΖ, με ΔΕ//ΓΒ και ΖΗ//ΓΒ, ο οποίος θα χωρίσει το οικόπεδο σε δύο τεμάχια ΑΕΔ και ΖΗΒΓ, όπως στο σχήμα.



α) Να βρεθεί το εμβαδόν του οικοπέδου ΑΒΓΔ.

β) Να βρεθεί το εμβαδόν του τεμαχίου ΑΕΔ.

γ) Να βρεθεί το ΔΖ έτσι, ώστε το τεμάχιο ΖΗΒΓ να έχει το ίδιο εμβαδόν με το τεμάχιο ΑΕΔ.

δ) Ποιο είναι το πλάτος του δρόμου ΔΕΗΖ στην περίπτωση **γ** ;

17. Δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΒ//ΓΔ, ΑΒ<ΓΔ, $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, ΑΒ=4, ΑΔ=3, ΒΓ=5. Να υπολογίσετε:

α) την προβολή της ΒΓ πάνω στην ΔΓ

β) το εμβαδόν του τραπεζίου ΑΒΓΔ

γ) το εμβαδόν του τριγώνου ΔΒΓ

18. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και Ε το μέσο της πλευράς ΑΒ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΓ προς το μέρος του Β κατά ευθύγραμμο τμήμα ΒΔ = $\frac{ΒΓ}{2}$ και φέρουμε την ΑΔ.

α. Να αποδείξετε ότι (ΔΕΒ) = $\frac{1}{2}$ (ΑΔΒ).

β. Να βρείτε τους λόγους $\frac{(ΔΕΒ)}{(ΑΒΓ)}$ και $\frac{(ΑΒΓ)}{(ΑΔΓ)}$

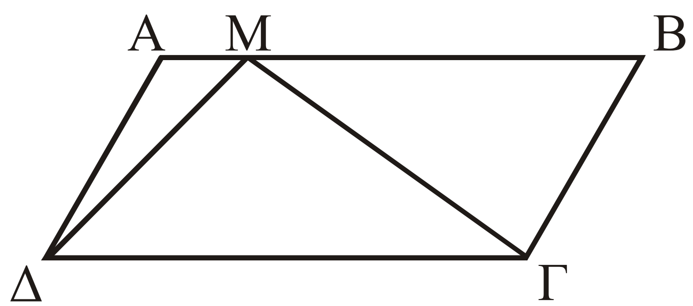
γ. Αν ΑΜ είναι η διάμεσος του τριγώνου ΑΒΓ, να αποδείξετε ότι (ΒΔΕ) = (ΑΜΕ).

19. Θεωρούμε τρεις διαδοχικές γωνίες $x\hat{O}y$, $y\hat{O}z$, $z\hat{O}x$ έτσι ώστε $x\hat{O}y = y\hat{O}z = 150^\circ$. Στις ημιευθείες Ox, Oy, Oz παίρνουμε τα σημεία Α, Β, Γ αντίστοιχα έτσι ώστε ΟΑ=2, ΟΒ=4 και ΟΓ=6.

α. Να υπολογίσετε το εμβαδό $E_{ΟΓΑ}$ του τριγώνου ΟΓΑ.

β. Να υπολογίσετε το λόγο των εμβαδών $\frac{E_{ΟΑΒ}}{E_{ΟΒΓ}}$.

20. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και σημείο Μ της πλευράς ΑΒ.

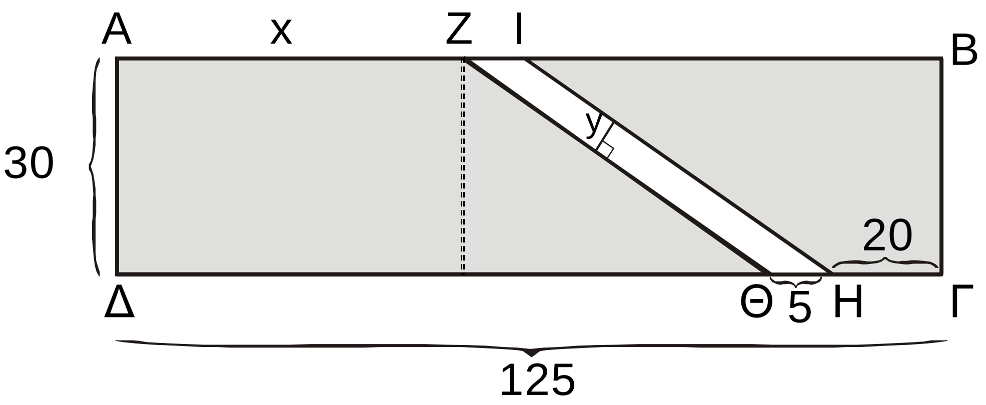


α. Να αποδείξετε ότι ισχύει: $E_{ΜΔΓ} = E_{ΑΜΔ} + E_{ΒΜΓ}$

β. Να βρείτε το εμβαδό του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ, όταν $E_{ΜΔΓ} = 8$.

21. Στο οικόπεδο ΑΒΓΔ σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου χαράχθηκε δρόμος ΘΖΙΗ σχήματος (πλαγίου) παραλληλογράμμου, ο οποίος χωρίζει το οικόπεδο σε δύο τεμάχια ΑΖΘΔ και ΙΒΓΗ έτσι ώστε το τεμάχιο ΑΖΘΔ να έχει εμβαδό διπλάσιο από το εμβαδό του ΙΒΓΗ, δηλαδή $E_{ΑΖΘΔ}=2E_{ΙΒΓΗ}$.

Δίνονται: ΑΔ = 30, ΔΓ = 125, ΘΗ = 5, ΗΓ = 20.



α. Να υπολογίσετε το εμβαδό του δρόμου ΘΖΙΗ .

β. Να υπολογίσετε το μήκος x του τμήματος ΑΖ .

γ. Να υπολογίσετε το πλάτος y του δρόμου.

22. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ πλευράς α εγγεγραμμένο σε κύκλο κέντρου Ο. Στην πλευρά ΒΓ θεωρούμε το σημείο Ε έτσι ώστε ΕΓ = $\frac{\alpha}{3}$ και προεκτείνουμε την ΑΕ που τέμνει τον κύκλο στο σημείο Ζ.

α. Να αποδείξετε ότι ΑΕ = $\frac{\alpha\sqrt{7}}{3}$.

β. Να αποδείξετε ότι ΕΖ = $\frac{2\sqrt{7}\ \alpha}{21}$.

γ. Να βρείτε το λόγο των εμβαδών των τριγώνων ΑΕΒ και ΓΕΖ.

23. Τρίγωνο ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο. Φέρνουμε τη διάμεσο ΑΜ. Η προέκτασή της τέμνει τον κύκλο στο σημείο Δ. Αν $\beta^2+\gamma^2=3\alpha^2$, να δείξετε ότι:

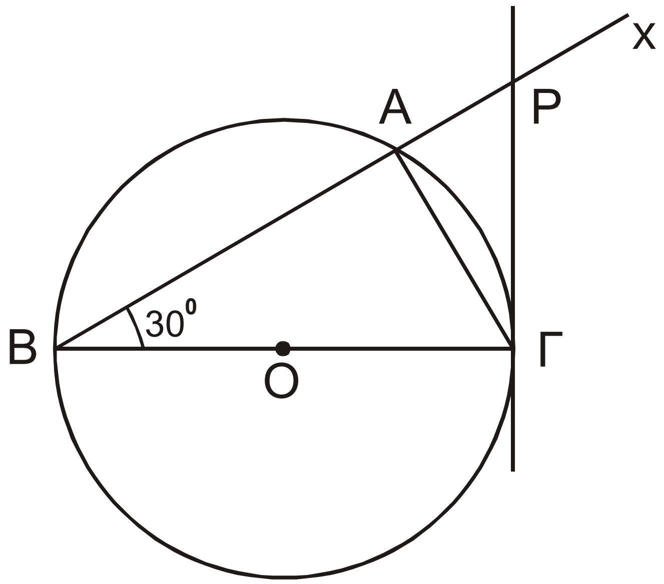
α. ΑΜ = $\frac{\alpha\sqrt{5}}{2}$ **β.** ΜΔ= $\frac{\alpha\sqrt{5}}{10}$ **γ.** $\frac{E_{ΑΒΓ}}{E_{ΜΔΓ}}=10$

24. Στις πλευρές ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ τριγώνου ΑΒΓ παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία Δ, Ε, Ζ τέτοια ώστε να είναι:

ΑΔ= $\frac{1}{3}\cdot ΑΒ$, ΒΕ=λ·ΒΓ, ΓΖ=λ·ΓΑ , όπου 0<λ<1 Να δείξετε ότι:

α. $\frac{E_{ΑΔΖ}}{E_{ΑΒΓ}}=\frac{1-\lambda}{3}$ **β.** $\frac{E_{ΔΕΖ}}{E_{ΑΒΓ}}=\frac{3\lambda^2-4\lambda+2}{3}$ **γ.** αν λ= $\frac{2}{3}$, το τρίγωνο ΔΕΖ έχει το ελάχιστο δυνατό εμβαδόν.

25. Στο σχήμα που ακολουθεί, δίνεται κύκλος (Ο,R) διαμέτρου ΒΓ και ημιευθεία Βx τέτοια, ώστε η γωνία ΓΒx να είναι 30^o. Έστω ότι η Βx τέμνει τον κύκλο στο σημείο Α. Φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου στο Γ, η οποία τέμνει τη Βx στο σημείο Ρ.



Να αποδείξετε ότι:

α. ΑΓ = R. **β.** $\dfrac{(ΡΒΓ)}{(ΡΑΓ)} = 4$. **γ.** $ΡΓ = \dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$.

26. Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (του παρακάτω σχήματος) με κάθετες πλευρές ΑΒ=40, ΑΓ=30 και ότι ΑΔ είναι το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ΒΓ του τριγώνου. Να βρείτε :

α. το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ
β. το μήκος του ύψους ΑΔ
γ. το μήκος της προβολής της πλευράς ΑΓ πάνω στην υποτείνουσα ΒΓ.

27. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ=1 και ΒΓ= $\sqrt{3}$. Να υπολογίσετε:

α. τη γωνία $\hat{A}$ **β.** το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ **γ.** τη διάμεσο ΒΜ = μ_β

28. Δίνεται κύκλος (Ο,R) και σημείο Α, ώστε $ΟΑ = R\sqrt{13}$ **.** Από το σημείο Α φέρουμε τέμνουσα ΑΔΕ του κύκλου που τέμνει αυτόν στα σημεία Δ και Ε. Αν ΑΔ = 2ΔΕ, να υπολογίσετε:

α. τη χορδή ΔΕ, ως συνάρτηση του R . **β.** το λόγο των εμβαδών $\dfrac{(ΟΑΔ)}{(ΟΕΔ)}$.