

Διαιρετότητα

Επιμέλεια
Κωνσταντίνος Γεωργίου

Διαιρετότητα


θυμάμαι...

- **Πολλαπλάσια ενός αριθμού a** είναι όλοι οι αριθμοί που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό του με όλους τους φυσικούς αριθμούς, δηλαδή οι αριθμοί: $0, a, 2a, 3a, \dots$
- Το **μηδέν** είναι πολλαπλάσιο όλων των φυσικών αριθμών
- **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.)** δύο ή περισσότερων αριθμών ($\neq 0$) ονομάζεται το μικρότερο (διαφορετικό από το 0) κοινό πολλαπλάσιο των αριθμών αυτών.

Ο αριθμός 3 διαιρεί το 7;



Μαθαίνω

- 
- Αν a και b δύο φυσικοί αριθμοί, ο αριθμός b **διαιρεί** τον αριθμό a (το συμβολίζουμε $b|a$), όταν η διαίρεση $a:b$ είναι τέλεια.



τότε...

1) υπάρχει ένας φυσικός αριθμός γ (το πηλίκο της διαίρεσης $a:\beta$) έτσι ώστε να ισχύει: $a = \beta\gamma$
Η παραπάνω ισότητα είναι γνωστή ως ισότητα της **Ευκλείδειας διαίρεσης**).

2) Ο αριθμός a λέγεται **πολλαπλάσιο** του αριθμού β .

3) Ο αριθμός a **διαίρεται** από τον αριθμό β .

4) Ο αριθμός β είναι **παράγοντας** του αριθμού α .

Ποιοί είναι οι διαιρέτες του φυσικού αριθμού 9 ;



- **Διαιρέτες** ενός φυσικού αριθμού α λέγονται όλοι οι αριθμοί που τον διαιρούν.

Για παράδειγμα...
Οι διαιρέτες του αριθμού 9
είναι οι αριθμοί: 1, 3, 9.

ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΚΟΙΝΟΣ
ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ

Μεγίστος Κοινός Διαιρέτης (ΜΚΔ)

ΜΚΔ(12, 18) = 6

ΜΚΔ(15, 25) = 5

- **Διαιρέτες** ενός φυσικού αριθμού α λέγονται όλοι οι αριθμοί που τον διαιρούν.

Για παράδειγμα...
Οι διαιρέτες του αριθμού 9
είναι οι αριθμοί: 1, 3, 9.

Για παράδειγμα...
Οι διαιρέτες του αριθμού 9
είναι οι αριθμοί: 1, 3, 9.



ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΚΟΙΝΟΣ ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ

- **Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (Μ.Κ.Δ.)** δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών ονομάζεται ο μεγαλύτερος κοινός διαιρέτης των αριθμών αυτών.

Για παράδειγμα...

Ποιός είναι ο ΜΚΔ των αριθμών 6 και 9;

• Οι διαιρετές του 6 είναι: 1, 2, 3, 6.
• Οι διαιρετές του 9 είναι: 1, 3, 9.
Άρα...
ΜΚΔ(6, 9) = 3.

- Οι διαιρέτες του 6 είναι: 1, 2, 3, 6.
- Οι διαιρέτες του 9 είναι: 1, 3, 9.

άρα....

$$\text{ΜΚΔ}(6, 9) = 3.$$

Ένα ακόμη παράδειγμα...

$$\text{ΜΚΔ}(5, 6) = ;$$

- Οι διαιρέτες του 5 είναι: 1, 5.
- Οι διαιρέτες του 6 είναι: 1, 2, 3 και 6.

άρα....

$$\text{ΜΚΔ}(5, 6) = 1.$$




Άρα....
Ο κοινός διαιρέτης των 5 και 6 είναι ο 1.
Άρα ΜΚΔ(5, 6) = 1.

- Οι διαιρέτες του 5 είναι: 1, 5.
- Οι διαιρέτες του 6 είναι: 1, 2, 3 και 6.

άρα....

$$\text{ΜΚΔ}(5, 6) = 1.$$

και τι ιδιαίτερο έχουν οι
αριθμοί 5, 6 ;



λέγονται
πρώτοι μεταξύ τους

ΣΥΝΕΠΩΣ...

- Δύο αριθμοί α και β λέγονται **πρώτοι μεταξύ τους** αν είναι $\text{ΜΚΔ}(\alpha, \beta) = 1$.

Ιδιότητες διαιρετότητας

· Κάθε φυσικός αριθμός διαιρεί τα πολλαπλάσιά του.

· Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί έναν δεύτερο φυσικό αριθμό και ο δεύτερος αριθμός διαιρεί έναν τρίτο, τότε ο πρώτος αριθμός θα διαιρεί και τον τρίτο.

· Δηλαδή: αν $a \mid b$ και $b \mid \gamma$, τότε $a \mid \gamma$.
(Μεταβατική Ιδιότητα)

· Κάθε φυσικός αριθμός που διαιρείται από έναν άλλο είναι πολλαπλάσιό του.

· Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί έναν άλλο φυσικό, θα διαιρεί και τα πολλαπλάσιά του.

· Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί δύο άλλους, θα διαιρεί το άθροισμα και τη διαφορά τους.

Ιδιότητες διαιρετότητας

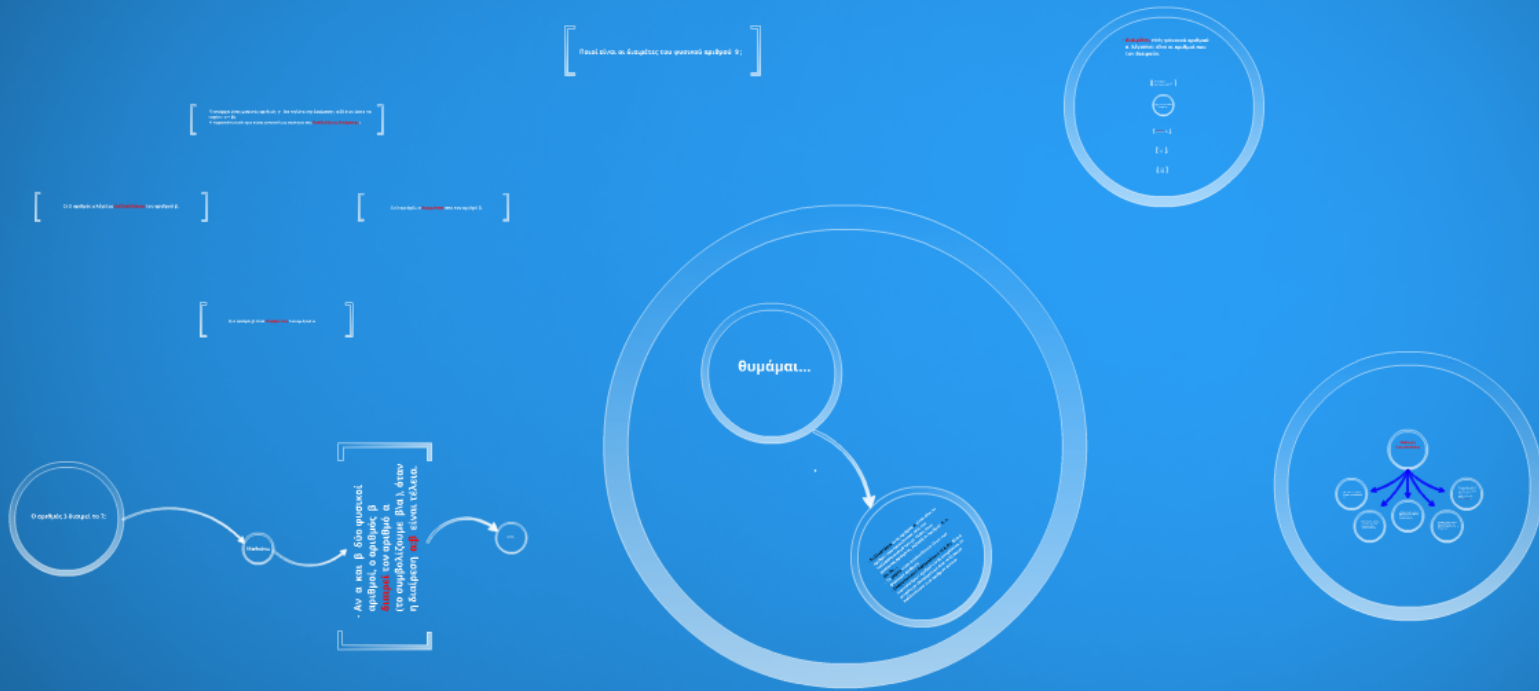
- Κάθε φυσικός αριθμός διαιρεί τα πλλαπλάσιά του.

- Κάθε φυσικός αριθμός που διαιρείται από έναν άλλο είναι πολλαπλάσιό του.

- Άν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί έναν άλλο φυσικό, θα διαιρεί και τα πολλαπλάσιά του.

- Άν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί δύο άλλους, θα διαιρεί το άθροισμα και τη διαφορά τους.

- Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί έναν δεύτερο φυσικό αριθμό και ο δεύτερος αριθμός διαιρεί έναν τρίτο, τότε ο πρώτος αριθμός θα διαιρεί και τον τρίτο.
- Δηλαδή: αν $a|b$ και $b|c$, τότε $a|c$.
(Μεταβατική ιδιότητα)



Διαιρετότητα

Επιμέλεια
Κωνσταντίνος Γεωργίου