

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΗ – ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να γράψετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων \vec{a} και $\vec{\beta}$. (Μονάδες 7)

A2. Αν λ_1, λ_2 οι συντελεστές διεύθυνσης των διανυσμάτων $\vec{a}, \vec{\beta}$ αντίστοιχα, με $\vec{a}, \vec{\beta} \notin y'y$ να αποδείξετε ότι : $\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$. (Μονάδες 10)

A3. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λανθασμένες σημειώνοντας στην κόλλα σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα Σ ή Λ αντίστοιχα.

1. Ισχύει $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$ ή $\vec{\beta} = \vec{0}$.

2. Αν $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ δύο σημεία τότε το μέσο M του AB έχει συντεταγμένες

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

3. Η απόσταση του σημείου $O(0, 0)$ από την ευθεία $(\epsilon) : 3x + 4y = 20$ είναι $d(O, \epsilon) = 4$.

4. Η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής $C : y^2 = 4x$ στο σημείο της $A(1, 2)$ είναι η $(\epsilon) : y = x + 1$.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$, τέτοια ώστε $|\vec{a}| = 2, |\vec{\beta}| = 3$ και $(\widehat{\vec{a}, \vec{\beta}}) = \frac{\pi}{3}$.

Αν $\vec{u} = 3\vec{a} - \vec{\beta}$ και $\vec{v} = -3\vec{a} + 2\vec{\beta}$ να υπολογίσετε:

B1) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$. (Μονάδες 6)

B2) τα μέτρα των διανυσμάτων \vec{u} και \vec{v} . (Μονάδες 10)

B3) τη γωνία των διανυσμάτων \vec{u} και \vec{v} . (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(2\lambda - 1, 3\lambda + 2)$, $B(1, 2)$ και $\Gamma(2, 3)$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$, $\lambda \neq -2$.

Γ1. Να δείξετε ότι το σημείο A κινείται πάνω σε μια ευθεία καθώς το λ μεταβάλλεται στο σύνολο των πραγματικών αριθμών. **(Μονάδες 10)**

Γ2. Αν $\lambda = 1$, να βρείτε:

α) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. **(Μονάδες 5)**

β) την εξίσωση του ύψους $A\Delta$. **(Μονάδες 5)**

γ) την εξίσωση της διαμέσου ΓM . **(Μονάδες 5)**

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 + 6x + 1 = 0$ (1) και η εξίσωση της παραβολής $C_2: y^2 = -4x$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο C_1 , του οποίου να βρείτε το κέντρο K και την ακτίνα ρ . **(Μονάδες 5)**

Δ2. Να βρείτε την Εστία E και τη διευθετούσα (δ) της παραβολής C_2 . **(Μονάδες 5)**

Δ3. Να βρείτε τα κοινά σημεία A και B των γραφικών παραστάσεων των κωνικών C_1 και C_2 . **(Μονάδες 7)**

Δ4. Να βρείτε τις εφαπτομένες ϵ_1 και ϵ_2 της παραβολής C_2 στα σημεία A και B αντίστοιχα και να δείξετε ότι οι ϵ_1 και ϵ_2 εφάπτονται και στον κύκλο C_1 . **(Μονάδες 8)**

Ο Διευθυντής

Οι Εισηγητές