2ο ΛΥΚΕΙΟ ΚΑΜΑΤΕΡΟΥ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Α΄ ΤΑΞΗΣ
ΔΕΥΤΕΡΑ 11 ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Απαντήσεις

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο: σελ. 62

Α2.

- **i.** Σ
- **ii.** Λ
- **iii.** Σ
- **iv.** Λ

Α3. Σχολικό βιβλίο: σελ. 70

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\mathrm{A}=\sqrt{|2x+1|-3}$.

Απαιτούμε $|2x+1|-3\geq 0 \Leftrightarrow |2x+1|\geq 3 \Leftrightarrow 2x+1\leq -3$ ή $2x+1\geq 3 \Leftrightarrow$
$2x\leq -4$ ή $2x\geq 2 \Leftrightarrow x\leq -2$ ή $x\geq 1$
Επομένως η παράσταση Α ορίζεται όταν $x\in(-\infty,-2]\cup[1,+\infty)$

Β2. $\mathrm{A}=1 \Leftrightarrow \sqrt{|2x+1|-3}=1 \Leftrightarrow \sqrt{|2x+1|-3}^{\,2}=1^2 \Leftrightarrow |2x+1|-3=1 \Leftrightarrow$

$|2x+1|=4 \Leftrightarrow 2x+1=4$ ή $2x+1=-4 \Leftrightarrow 2x=3$ ή $2\chi=-5 \Leftrightarrow$

$x=\frac{3}{2}$ ή $\chi=-\frac{5}{2}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $f(x)=\frac{x^2-2x}{x^2-x-2}$

Λύνουμε την εξίσωση: $x^2-x-2=0$

$\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=(-1)^2-4\cdot(-2)=1+8=9>0.$

$x=\frac{-\beta\pm\sqrt{\beta^2-4a\gamma}}{2a}=\frac{1\pm 3}{2}$

Αρα $x=2$ ή $x=-1$

Απαιτούμε $x^2-x-2\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 2$ και $x\neq -1$

Επομένως το Πεδίο ορισμού της f είναι

το $A=(-\infty,-1)\cup(-1,2)\cup(2,+\infty)$ ή $A=\Re-\{-1,2\}$

Γ2. Για κάθε $x\in A$ έχουμε:

$$f(x)=\frac{x^2-2x}{x^2-x-2}=\frac{x\cancel{(x-2)}}{(x+1)\cancel{(x-2)}}=\frac{x}{x+1}$$

Γ3. $$f(\sqrt{2})=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}=\frac{\sqrt{2}^2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}^2-1^2}=\frac{2-\sqrt{2}}{2-1}=2-\sqrt{2}$$

$$f(-\sqrt{2})=\frac{-\sqrt{2}}{-\sqrt{2}+1}=\frac{-\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}{\left(1-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{2}\right)}=\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{2}^2}{1^2-\sqrt{2}^2}=\frac{-\sqrt{2}-2}{1-2}=2+\sqrt{2}$$

Γ4. $$\left[f\left(\sqrt{2}\right)\right]^2+\left[f\left(-\sqrt{2}\right)\right]^2=\left(2-\sqrt{2}\right)^2+\left(2+\sqrt{2}\right)^2=$$

$$4-\cancel{4\sqrt{2}}+\sqrt{2}^2+4+\cancel{4\sqrt{2}}+\sqrt{2}^2=4+2+4+2=12$$

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2+5x+\lambda^2+4=0$ με $\lambda\in\Re$. (1)

Δ1. Πρέπει: $\Delta>0\Leftrightarrow\beta^2-4\alpha\gamma>0\Leftrightarrow 5^2-4\left(\lambda^2+4\right)>0\Leftrightarrow 25-4\lambda^2-16>0$

$\Leftrightarrow 9-4\lambda^2>0\Leftrightarrow -4\lambda^2>-9\Leftrightarrow\lambda^2<\dfrac{9}{4}\Leftrightarrow-\dfrac{3}{2}<\lambda<\dfrac{3}{2}$

Δ2. Πρέπει: Δ>0 και P>5

$\Delta>0\xleftrightarrow{\Delta 1}-\dfrac{3}{2}<\lambda<\dfrac{3}{2}$

$P>5\Leftrightarrow\dfrac{\gamma}{\alpha}>5\Leftrightarrow\dfrac{\lambda^2+4}{1}>5\Leftrightarrow\lambda^2+4>5\Leftrightarrow\lambda^2>1\Leftrightarrow\lambda<-1$ ή $\lambda>1$

Συναληθεύοντας προκύπτει ότι $\lambda\in\left(-\dfrac{3}{2},-1\right)\cup\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$

Δ3. Για $\lambda\in\left(1,\ \dfrac{3}{2}\right)$ έχουμε ότι $x_1\cdot x_2>5>0$, δηλαδή οι ρίζες είναι ομόσημοι αριθμοί. Επιπλέον $x_1+x_2=-\dfrac{\beta}{\alpha}=-5<0$, οπότε οι ρίζες είναι αρνητικοί αριθμοί, δηλαδή $x_1<0$ και $x_2<0$.

Τότε: $|x_1|+|x_2|=-x_1-x_2=-\left(x_1+x_2\right)=-(-5)=5$.