

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ
ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΤΟ 1^ο ΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΟ
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας χ σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις:
 - Αν $10\sigma\varphi\chi = 8(1 + \sigma\varphi\chi)$, με $\pi < \chi < \frac{3\pi}{2}$
 - Αν $5\sigma\nu^2\chi - 13\sigma\nu\chi + 6 = 0$, με $-\frac{\pi}{2} < \chi < 0$

2. Αν είναι $5\eta\mu\chi + 12\sigma\nu\chi = 13$, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς της γωνίας χ .

3. Αν ρ_1, ρ_2 είναι ρίζες της εξίσωσης:
 $(1 + \eta\mu\theta) \cdot \chi^2 - (1 + \eta\mu^2\theta) \cdot \chi + (1 - \eta\mu\theta) \cdot \eta\mu\theta = 0$, να αποδείξετε ότι: $\rho_1 + \rho_2 + \rho_1\rho_2 + 1 = 2$

4. Για τη γωνία ω ισχύουν:
 $\eta\mu\omega = \frac{3\lambda-1}{5\lambda+3}$ και $\sigma\nu\omega = \frac{4\lambda+4}{5\lambda+3}$
 Να βρείτε: α) τον αριθμό λ
 β) την $\varepsilon\varphi\omega$ και την $\sigma\varphi\omega$

5. Να αποδείξετε ότι:
 - a) $\eta\mu^2\chi = \frac{1}{1+\sigma\varphi^2\chi}$
 - b) $\sigma\nu^2\chi = \frac{\sigma\varphi^2\chi}{1+\sigma\varphi^2\chi}$
 - c) $\sigma\nu^2\chi - \eta\mu^2\chi = \frac{1-\varepsilon\varphi^2\chi}{1+\varepsilon\varphi^2\chi}$
 - d) $\frac{\eta\mu^3\chi+2\sigma\nu^3\chi}{\eta\mu^2\chi\cdot\sigma\nu\chi+\sigma\nu^3\chi} = \frac{2+\varepsilon\varphi^3\chi}{1+\varepsilon\varphi^2\chi}$
 - e) $\frac{\eta\mu^3\chi+\eta\mu\chi}{\eta\mu^2\chi\cdot\sigma\nu\chi+\sigma\nu^3\chi} = \frac{2\cdot\varepsilon\varphi^3\chi+\varepsilon\varphi\chi}{1+\varepsilon\varphi^2\chi}$

6. Να αποδείξετε ότι:

$$a) \frac{1-2\eta\mu\theta\sigma\upsilon\nu\theta}{\eta\mu^4\theta-\sigma\upsilon\nu^4\theta} = \frac{1-\sigma\varphi\theta}{1+\sigma\varphi\theta}$$

$$b) \frac{1+\varepsilon\varphi^3\chi}{1+\sigma\varphi^3\chi} = \left(\frac{1+\varepsilon\varphi\chi}{1+\sigma\varphi\chi}\right)^3$$

$$c) \frac{\sigma\upsilon\nu^2\chi}{1+\varepsilon\varphi\chi} + \frac{\eta\mu^2\chi}{1+\sigma\varphi\chi} = 1 - \eta\mu\chi \cdot \sigma\upsilon\nu\chi$$

7. Να αποδείξετε ότι:

$$a) (\eta\mu\chi + \sigma\upsilon\nu\chi)^2 \leq 2$$

$$b) -5 \leq 3\eta\mu\chi + 4\sigma\upsilon\nu\chi \leq 5$$

$$c) 2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\alpha \leq 1$$

$$d) \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\beta \leq 1 + 2\eta\mu\alpha\eta\mu\beta$$

8. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών:

$$i) -45^\circ, \quad ii) 150^\circ, \quad iii) 240^\circ, \quad iv) 870^\circ, \quad v) \frac{7\pi}{6},$$

$$vi) -\frac{\pi}{3}, \quad vii) \frac{29\pi}{4}, \quad viii) \frac{67\pi}{6}$$

9. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

$$a) A = \eta\mu 20^\circ + \sigma\upsilon\nu 80^\circ + \sigma\upsilon\nu 100^\circ + \eta\mu 200^\circ$$

$$b) B = \eta\mu 10^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 40^\circ - \eta\mu 50^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 80^\circ$$

$$c) \Gamma = \frac{\eta\mu \frac{29\pi}{3} \cdot \sigma\varphi \frac{43\pi}{6}}{\varepsilon\varphi \frac{21\pi}{4} + \sigma\upsilon\nu \frac{26\pi}{3}}$$

$$d) \Delta = \sigma\varphi \frac{3\pi}{7} \cdot \sigma\varphi \frac{\pi}{14} + \eta\mu^2 \frac{\pi}{7} + \eta\mu^2 \frac{5\pi}{14}$$

10. Να υπολογίσετε την τιμή του κλάσματος

$$K = \frac{\eta\mu 750^\circ - \sigma\varphi 330^\circ \cdot \varepsilon\varphi 150^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu(-150^\circ)}{\sigma\upsilon\nu(-300^\circ) \cdot \eta\mu 840^\circ + \eta\mu(-210^\circ) \cdot \varepsilon\varphi 660^\circ}$$

11. Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{2\eta\mu\frac{5\pi}{4} \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{7\pi}{6} \cdot \varepsilon\varphi\frac{4\pi}{3}}{\eta\mu\frac{4\pi}{3} \cdot \varepsilon\varphi\frac{5\pi}{4} \cdot \sigma\varphi\frac{7\pi}{6}} = -\sqrt{2}$$

12. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$A = \frac{\eta\mu(180^\circ + \chi) \cdot \sigma\upsilon\nu(\chi - 90^\circ) \cdot \varepsilon\varphi(1260^\circ + \chi)}{\sigma\upsilon\nu(540^\circ - \chi) \cdot \eta\mu(\chi + 270^\circ) \cdot \varepsilon\varphi(\chi + 360^\circ)}$$

$$B = \frac{\eta\mu(180^\circ + \chi) \cdot \sigma\upsilon\nu(\chi - 270^\circ) \cdot \varepsilon\varphi(\chi + 270^\circ)}{\eta\mu(360^\circ - \chi)}$$

13. Είναι 4 κρουασάν και παίζουν πόκερ. Ποιό από τα τέσσερα θα κερδίσει;

- Το κρουασάν Με-ρέντα!

14. Να βρεθούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$A = \frac{\eta\mu(7\pi + \chi) \cdot \sigma\upsilon\nu(21\pi - \chi)}{\eta\mu(13\pi - \chi) \cdot \sigma\upsilon\nu(38\pi - \chi)}$$

$$B = \frac{\varepsilon\varphi(17\pi + \varphi) \cdot \sigma\upsilon\nu(\varphi - 11\pi) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{21\pi}{2} + \varphi\right)}{\sigma\varphi\left(\varphi - \frac{9\pi}{2}\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(-\varphi - 6\pi) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{11\pi}{2} + \varphi\right)}$$

$$\Gamma = \sigma\upsilon\nu 0^\circ + \sigma\upsilon\nu 1^\circ + \sigma\upsilon\nu 2^\circ + \dots + \sigma\upsilon\nu 180^\circ$$

15. Αν $\varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{4} - \omega\right) + \varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{4} + \omega\right) = 3$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = \varepsilon\varphi^2\left(\frac{\pi}{4} - \omega\right) + \varepsilon\varphi^2\left(\frac{\pi}{4} + \omega\right)$$

$$B = \sigma\varphi^3\left(\frac{\pi}{4} - \omega\right) + \sigma\varphi^3\left(\frac{\pi}{4} + \omega\right)$$