17 Φεβ 2011 **Τμήμα $Γ_3$** **Ομάδα Β΄**	**2ο Γυμνάσιο Καματερού**

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β΄ Τριμήνου Γ΄ τάξης
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (Άλγεβρα)

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να συμπληρώσετε τα κενά στην παρακάτω πρόταση.
Η εξίσωση:

$2\chi^2+\left(2-\sqrt{3}\right)\chi-\sqrt{3}=0$ **είναι της μορφής**

$\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma=0,$ $\mu\varepsilon$ **α=.........., $\beta=$ ...., $\gamma=$ ....**

(2 μονάδες)

Β. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες.

1. Ο αριθμός -3 είναι λύση της εξίσωσης $2\chi^2+5\chi-3=0$

2. Η εξίσωση $(2\chi-1)^2+3=4(\chi-1)(\chi+1)$
είναι 2ου βαθμού. ***(4 μονάδες)***

ΘΕΜΑ 2ο

Α. Να βρείτε πόσες λύσεις έχει καθεμιά από τις παρακάτω εξισώσεις:

1. $-9\chi^2+12\chi-4=0$
2. $3\chi^2-2\chi+1=0.$ ***(3 μονάδες)***

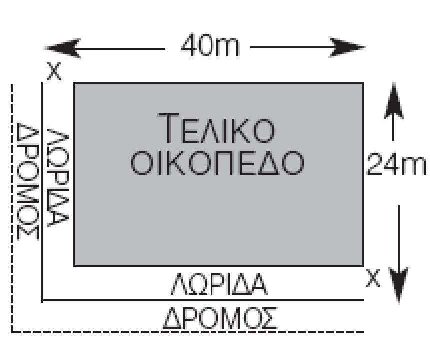
Β. Να λυθεί η εξίσωση:

$$1-\frac{\chi+2}{\chi-2}=\frac{\chi-10}{\chi^2-2\chi}-\frac{\chi+2}{\chi}$$

(5 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3Ο

Από ένα γωνιακό οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου με διαστάσεις 40m και 24m αποκόπτονται δύο λωρίδες ίσου πλάτους προκειμένου να γίνει διαπλάτυνση του υπάρχοντος δρόμου. Αν η τελική επιφάνεια του οικοπέδου είναι 836 m^2 , να υπολογίσετε το πλάτος κάθε λωρίδας.



(6 μονάδες)

Καθηγητής: Κων/νος Γεωργίου
Μαθηματικός

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. $\alpha = 2$, β= $2 - \sqrt{3}$, γ= $-\sqrt{3}$

Β.

1. Σ
2. Λ

ΘΕΜΑ 2ο

Α.

1. $-9\chi^2 + 12\chi - 4 = 0$

   Έχουμε: $\alpha = -9$, $\beta = 12$ και $\gamma = -4$

   $\textit{οπότε}: \Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 12^2 - 4(-9)(-4) = 144 - 144 = 0$

   Άρα η εξίσωση έχει μια διπλή λύση.

2. $3\chi^2 - 2\chi + 1 = 0$

   Έχουμε: $\alpha = 3$, $\beta = -2$ και $\gamma = 1$

   $\textit{οπότε}: \Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 4 - 12 = -8 \prec 0$

   Άρα η εξίσωση είναι αδύνατη.

Β. $1 - \dfrac{x+2}{\chi - 2} = \dfrac{\chi - 10}{\chi^2 - 2\chi} - \dfrac{\chi + 2}{\chi}$

$$1 - \frac{x+2}{\chi - 2} = \frac{\chi - 10}{\chi(\chi - 2)} - \frac{\chi + 2}{\chi}$$

Πρέπει: $\chi \neq 0$ **και** $\chi \neq 2$

Επιπλέον $\text{ΕΚΠ} = \chi(\chi - 2)$, **οπότε η εξίσωση γίνεται:**

$$\chi(\chi - 2) \cdot 1 - \chi(\chi - 2)\frac{x+2}{\chi - 2} = \chi(\chi - 2)\frac{\chi - 10}{\chi(\chi - 2)} - \chi(\chi - 2)\frac{\chi + 2}{\chi}$$

$$\chi(\chi-2)-\chi(\chi+2)=(\chi-10)-(\chi-2)(\chi+2)$$
$$\chi^2-2\chi-\chi^2-2\chi=\chi-10-\left(\chi^2-4\right)$$
$$-4\chi=\chi-10-\chi^2+4$$
$$\chi^2-5\chi+6=0$$
$$\acute{E}\chi o\upsilon\mu\varepsilon:\ \alpha=1,\ \ \beta=-5\ \ \text{και}\ \ \gamma=6$$
$$o\pi\acute{o}\tau\varepsilon:\ \Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=(-5)^2-4\cdot1\cdot6=25-24=1$$
$$\chi_{1,2}=\frac{-\beta\pm\sqrt{\beta^2-4\alpha\gamma}}{2\alpha}=\frac{5\pm\sqrt{1}}{2}=\frac{5\pm1}{2}$$
$$\delta\eta\lambda\alpha\delta\acute{\eta}\ \chi_1=\frac{5+1}{2}=\frac{6}{2}=3\ \ \text{ή}\ \ \chi_2=\frac{5-1}{2}=\frac{4}{2}=2$$

Όμως πρέπει $\chi\neq2$, άρα η εξίσωση έχει μία λύση, τον αριθμό $\chi=3$

ΘΕΜΑ 3°

Έστω χ το πλάτος κάθε λωρίδας. Τότε οι νέες διαστάσεις του οικοπέδου θα είναι (40-χ)m και (24-χ)m αντίστοιχα.

Επομένως: $(40-\chi)\cdot(24-\chi)=83$

$$960-40\chi-24\chi+\chi^2=836$$
$$\chi^2-64\chi+124=0$$
$$\acute{E}\chi o\upsilon\mu\varepsilon\ \ \alpha=1,\ \beta=-64\ \text{και}\ \gamma=124$$
$$O\pi\acute{o}\tau\varepsilon:\ \Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=(-64)^2-4\cdot1\cdot124$$
$$=4096-496=3600$$
$$\chi_{1,2}=\frac{-\beta\pm\sqrt{\beta^2-4\alpha\gamma}}{2\alpha}=\frac{64\pm\sqrt{3600}}{2}=\frac{64\pm60}{2}$$
$$\delta\eta\lambda\alpha\delta\acute{\eta}\ \chi_1=\frac{64+60}{2}=\frac{124}{2}=62\ \text{ή}\ \chi_2=\frac{64-60}{2}=\frac{4}{2}=2$$

Όμως πρέπει **$0\prec\chi\prec24$, άρα η λύση $\chi_1=62$ απορρίπτεται.**

Κατά συνέπεια το πλάτος κάθε λωρίδας είναι 2m.