

Στατιστική Προτεινόμενα θέματα

1. Από την εξέταση ενός δείγματος προέκυψε ο παρακάτω πίνακας και διαπιστώθηκε ότι η μέση τιμή \bar{x} και η διάμεσος δ διαφέρουν κατά 0,46. Να υπολογιστούν η μέση τιμή \bar{x} και η διάμεσος δ , αν είναι γνωστό ότι $\alpha > 0$.

x_i	N_i
1	α
2	30
3	50
4	100

2. Η βαθμολογία στα γραπτά 50 μαθητών κυμάνθηκε από 10 έως 20. Χωρίζοντας τους 50 βαθμούς των αντίστοιχων γραπτών σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους και κατασκευάζοντας ιστογράμματα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων καθώς και κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, παρατηρήσαμε ότι:

- i. Στο ιστόγραμμα συχνοτήτων, το εμβαδόν του ορθογωνίου της κλάσης 10 - 12 ισούται με 5
- ii. Στο ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων (επί τοις εκατό), το ύψος του ορθογωνίου της κλάσης 16 - 18 είναι 20
- iii. Στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, το τόξο που αντιστοιχεί στην κλάση 14 - 16 είναι 144°

Αν οι μαθητές που το γραπτό τους βαθμολογήθηκε με 12 - 14 είναι τετραπλάσιοι από τους μαθητές που βαθμολογήθηκαν με 18 - 20, να δείξετε ότι:

- α) Το πλάτος της κλάσης είναι 2
- β) Οι μαθητές με βαθμό 18 - 20 είναι 3

γ) Να γίνει πίνακας κατανομής συχνοτήτων και να βρεθεί η μέση τιμή και η διάμεσος από τα ανάλογα ιστογράμματα

3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x - 3, & 2 \leq x \leq 4 \\ 3x - 9, & 4 < x < 6 \\ \frac{3}{2}x, & 6 \leq x \leq 10 \end{cases}$

Αν η γραφική παράσταση είναι το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων μιας κατανομής συχνοτήτων, με 4 κλάσεις ίσου πλάτους:

α) Να γίνει το ιστόγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων

β) Να βρεθεί η εξίσωση παραβολής $y = ax^2$, αν γνωρίζουμε ότι η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $(\delta, f(\delta))$ όπου δ είναι η διάμεσος των παρατηρήσεων.

γ) Ποια είναι η εξίσωση της ευθείας που εφάπτεται στην παραβολή στο σημείο $(\delta, f(\delta))$;

4. Μία μεταβλητή x με τις τιμές x_1, x_2, \dots, x_8 έχει μέση τιμή $\bar{x} = 8$ και τυπική απόκλιση $S_x = 6$. Η ίδια μεταβλητή με τιμές $x'_1, x'_2, \dots, x'_{12}$ έχει μέση τιμή $\bar{x}' = 3$ και τυπική απόκλιση $S_{x'} = 4$. Να βρεθεί η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της μεταβλητής όταν παίρνει τις τιμές $x_1, x_2, \dots, x_8, x'_1, x'_2, \dots, x'_{12}$

5. Ο παρακάτω πίνακας εμφανίζει μία κατανομή συχνοτήτων. Αν η μέση τιμή του δείγματος είναι $\bar{x} = 3$ και ο συντελεστής της μεταβολής $c_v = \frac{1}{3}$, να βρεθούν:

- α) Οι α , β , αν γνωρίζουμε ότι είναι ακέραιοι αριθμοί.
- β) Η διάμεσος του δείγματος.

x_i	v_i
1	5
α	20
3	15
β	30
Σύνολο	70

6. Σε ένα δείγμα με κανονική καμπύλη συχνοτήτων το 83,85% των τιμών βρίσκονται στο διάστημα (15, 27) με τα άκρα του διαστήματος αυτού να είναι κάποιες από τις τιμές: $(\bar{x} - 3S, \bar{x} - 2S, \dots, \bar{x} + 3S)$. Να βρεθούν:

- α) η μέση τιμή, η διάμεσος, η τυπική απόκλιση, ο συντελεστής μεταβολής και το εύρος του δείγματος.
- β) Το ποσοστό των τιμών που είναι πάνω από 27.

7. Μια εταιρεία αύξησε τους μισθούς των υπαλλήλων της κατά 15%. Συγχρόνως όμως παρακράτησε ένα σταθερό ποσό από το νέο μισθό κάθε υπαλλήλου για την υγειονομική τους περίθαλψη, ώστε ο τελικός συντελεστής μεταβολής (CV) των μισθών να είναι 10% μεγαλύτερος από τον αρχικό. Αν ο αρχικός μέσος μισθός ήταν 1000 € να βρείτε:

- α) Το ποσό που η εταιρεία παρακράτησε από τους μισθούς.
- β) Αν ευνοήθηκαν ή όχι οι υπάλληλοι από αυτή την απόφαση της εταιρείας.

8. Έστω f, g συναρτήσεις παραγωγίσιμες στο \mathcal{R} τέτοιες ώστε $g(x) = f^2(3x - 2) + f(x^2 - x + 1)$ για κάθε $x \in \mathcal{R}$ και $f(1) = -1, f'(1) = 1$.

- α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης (ϵ) της γραφικής παράστασης της g στο σημείο της $A(1, g(1))$ είναι $y = -5x + 5$.
- β) Αν πάρουμε 2004 διαφορετικά σημεία $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{2004}, y_{2004})$ της προηγούμενης εφαπτομένης και οι τετμημένες τους έχουν μέση τιμή $\bar{x} = 400$ και τυπική απόκλιση $S = 200$ να βρεθούν:
 - i. Η μέση τιμή των τεταγμένων.
 - ii. Η μέση τιμή των τετραγώνων των τετμημένων δηλαδή των $x^2_1, x^2_2, \dots, x^2_{2004}$.

