

# Διδασκαλία ανάλογων ποσών. Διάκριση αναλογικών μη αναλογικών μεταβολών.

Βέλτιστο  
Σενάριο



**Γνωστικό αντικείμενο:**

*Μαθηματικά (ΔΕ)*

**Δημιουργός: ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΚΟΝΤΟΓΙΑΝΝΟΠΟΥΛΟΣ**

**ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ**  
**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ**

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ. .

## Σημείωση

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν αυτόματης δημιουργίας και εκτύπωσης του Ψηφιακού Διδακτικού Σεναρίου με Τίτλο: **«Διδασκαλία ανάλογων ποσών. Διάκριση αναλογικών μη αναλογικών μεταβολών.»**.

Δημιουργήθηκε στις **30/09/2018 10:48:21** και έχει υποστηρικτικό ρόλο στο έργο του εκπαιδευτικού. Δεν αντικαθιστά το Ψηφιακό Διδακτικό Σενάριο, το οποίο περιέχει όλο το Διαδραστικό Περιεχόμενο και αξιοποιεί τις ψηφιακές δυνατότητες της Πλατφόρμας «Αίσωπος».

Το σενάριο αυτό έχει χαρακτηριστεί ως «Βέλτιστο» ύστερα από αξιολόγηση από δύο αξιολογητές και είναι αναρτημένο με το πλήρες ψηφιακό περιεχόμενό του στην Πλατφόρμα «Αίσωπος».

Το Διαδραστικό Ψηφιακό Διδακτικό Σενάριο με το πλήρες ψηφιακό περιεχόμενό του βρίσκεται στον σύνδεσμο:

<http://aesop.iep.edu.gr/node/14431>

Επισημαίνεται ότι τα σενάρια της Πλατφόρμας «Αίσωπος» διακρίνονται σε:

**Υποδειγματικά Σενάρια:** Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια που έχουν προκύψει από επιστημονικές επιτροπές εμπειρογνομόνων (Εκπαιδευτικοί Αυξημένων Προσόντων, Σχολικοί Σύμβουλοι, Μέλη ΔΕΠ / Επιστημονικό Προσωπικό του ΙΕΠ).

**Βέλτιστα Σενάρια:** Αξιολογημένα Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια εκπαιδευτικών με βαθμολογία άνω των 70 μονάδων.

**Επαρκή Σενάρια:** Αξιολογημένα Ψηφιακά Διδακτικά Σενάρια εκπαιδευτικών με βαθμολογία από 50 έως 70 μονάδες.

## ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΕΡΓΟΥ

ΠΡΑΞΗ: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης» - ΜΙΣ: 479325, ΣΑΕ: 2014ΣΕ24580051.

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του Υ.ΠΟ.ΠΑΙ.Θ.

Η Πλατφόρμα Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής, Αξιολόγησης και Παρουσίασης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος», αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

## Ομάδα Επιστημονικής και Διοικητικής Εποπτείας της Πράξης:

**Επιστημονικός Υπεύθυνος Πράξης για τις Δράσεις που αφορούν το Ι.Ε.Π:** Ιωάννης Σταμουλάκης, Φιλολόγος, Σύμβουλος Α' Υ.ΠΟ.ΠΑΙ.Θ.

**Υπεύθυνος Υποέργου 1:** Ιωάννης Σταμουλάκης, Φιλολόγος, Σύμβουλος Α' Υ.ΠΟ.ΠΑΙ.Θ.

**Υπεύθυνος Υποέργου 2:** Νικόλαος Γραμμένος, Πληροφορικός, Σύμβουλος Γ' Ι.Ε.Π.

**Υπεύθυνος Υποέργου 3:** Νικόλαος Γραμμένος, Πληροφορικός, Σύμβουλος Γ' Ι.Ε.Π.

**Επιστημονική Συντονίστρια των ειδικών επιστημόνων του Υποέργου 1:** Βασιλική Καραμπέτσου, Φιλολόγος, Εισηγήτρια Ι.Ε.Π.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ. .

## Φύλλα Εργασίας Σεναρίου

Το παρόν ψηφιακό σενάριο περιέχει φύλλα εργασίας, τα οποία είναι συννημένα στο αρχείο «PDF» και μπορείτε να τα ανοίξετε κάνοντας διπλό κλικ πάνω στο εικονίδιο.

**1η Φάση:**

**2η Φάση:**

**3η Φάση:**

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ. .

## Γενική Περιγραφή Σεναρίου

### Γνωστικό αντικείμενο:

Μαθηματικά (ΔΕ)

### Θεματική ταξινόμια:

- Μαθηματικά (ΔΕ) -> Άλγεβρα -> Ανάλογα ποσά

### Εκπαιδευτικό πρόβλημα:

Οι μαθητές εργαζόμενοι ομαδοσυνεργατικά σε φύλλο εργασίας και υποστηριζόμενοι από μικρές εξειδικευμένες εφαρμογές που δημιουργήθηκαν με το λογισμικό GeoGebra, διερευνούν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά και τη γραφική αναπαράσταση της συμμεταβολής δυο μεγεθών. Αυτό γίνεται σε περιπτώσεις που τα μεγέθη μεταβάλλονται ανάλογα καθώς και σε άλλες που δεν υπάρχει σχέση αναλογίας. Τους δίνεται η δυνατότητα να προσεγγίσουν την αναλογία μέσα από τρία διαφορετικά πρίσματα: τον ορισμό του σχολικού βιβλίου, την ισότητα των λόγων των αντίστοιχων τιμών και την γραφική αναπαράσταση με ευθεία που διέρχεται από τη αρχή των αξόνων. Διαπιστώνουν πως όλες οι προηγούμενες είναι ισοδύναμες εφράσεις της αναλογίας, καθώς με κατάλληλες δραστηριότητες μπορούν να μεταβούν από τη μια στην άλλη. Η κατανόηση των προηγούμενων χαρακτηριστικών της αναλογίας, σε συνδυασμό με την αντιπαραβολή μεταβολών όπου οι αντίστοιχες τιμές των ποσών αυξάνονται ταυτόχρονα χωρίς όμως να είναι ανάλογα, ενισχύει την ικανότητά τους να αναγνωρίζουν ανάλογες από μη ανάλογες μεταβολές. Επιπλέον μέσα στο φύλλο εργασίας τίθεται προβληματισμός για μια σειρά παρανοήσεων για την αναλογία που περιγράφονται στη βιβλιογραφία, όπως για παράδειγμα πως στην περίπτωση που δυο μεγέθη μεταβάλλονται ώστε η διαφορά τους να παραμένει σταθερή (η τιμή του ενός μεταβάλλεται ακριβώς όσο και η αντίστοιχη τιμή του άλλου), είναι ανάλογα.

### Γενική περιγραφή περιεχομένου:

#### Το Σκεπτικό του Σεναρίου

Η αναλογία είναι μια βασική έννοια στη μαθηματική εκπαίδευση και από τις πρώτες που διδάσκονται οι μαθητές. Η αναλογική σκέψη συνδέεται άμεσα με την ικανότητα διαμόρφωσης κρίσης, λογικής και αναγνώρισης της σχέσης μεταξύ μεγεθών που μεταβάλλονται ταυτόχρονα. Οι ανάλογες σχέσεις είναι από τις πλέον χρήσιμες στην καθημερινή ζωή, τα μαθηματικά, και τις άλλες επιστήμες. Ένα μεγάλο πλήθος ερευνών όμως, έχει επισημάνει πως μια σειρά από λάθη σε διάφορες μαθηματικές περιοχές οφείλονται στην τάση ανθρώπων διάφορων ηλικιών να εφαρμόζουν τεχνικές αναλογίας, ακόμα και σε καταστάσεις όπου τα μεγέθη δεν μεταβάλλονται ανάλογα. Το φαινόμενο αυτό έχει καταγραφεί στη βιβλιογραφία σαν «ψευδαισθήση της γραμμικότητας» (illusion of linearity) ή με άλλους όρους που είναι περίπου συνώνυμοι (De Bock.κ.α, 2007 σελ 4). Πέρα από διάφορους παράγοντες διαισθητικής φύσης που συμβάλουν στην εμφάνιση του φαινομένου (Tirosh, Stavrou 1999) η ακολουθούμενη εκπαιδευτική πρακτική έχει το δικό της μερίδιο ευθύνης (Hatano, 2003 από Κοντογιαννόπουλος 2010 σελ 46). Συχνά, υπάρχει μια ισχυρή εστίαση στην τεχνικά σωστή και ευχερή εκτέλεση αλγοριθμικών διαδικασιών που αφορούν τις ιδιότητες της αναλογίας, χωρίς να διερευνάται το πλαίσιο εφαρμογής τους. Για να περιοριστεί το φαινόμενο, γίνεται λόγος από τους ερευνητές για πρακτικές που θα δίνουν έμφαση στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της έννοιας και θα ενισχύουν την ικανότητα των μαθητών να διακρίνουν αναλογικές από μη αναλογικές καταστάσεις (De Bock.κ.α, 2007). Αν η διδασκαλία υποστηριχθεί από ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας, μια σειρά από μεταβολές σαν αυτές της περιμέτρου και του εμβαδού ενός τετραγώνου συναρτηθεί της πλευράς του, της περιμέτρου ενός ορθογωνίου με σταθερό πλάτος συναρτηθεί του μήκους του, μπορούν να οπτικοποιηθούν και να διερευνηθούν με δυναμικό τρόπο. Η δυνατότητα του λογισμικού να υπολογίζει τους λόγους των τιμών των μεγεθών που συμμεταβάλλονται, όπως και να απεικονίζει τα αντίστοιχα ζεύγη τιμών στο καρτεσιανό επίπεδο, επιτρέπει στους μαθητές να διερευνήσουν τις ιδιαίτερες ιδιότητες και αναπαραστάσεις καθεμιάς από τις προηγούμενες μεταβολές. Σε αντίθεση με τη μελέτη των μεταβολών αυτών μέσα από τη στατική απεικόνιση κάποιων στιγμιότυπων που προσφέρει ένας πίνακας τιμών, εδώ με το δυναμικό χειρισμό των σχημάτων έχουν τη δυνατότητα να τις μελετούν σε ένα συνεχές φάσμα τιμών. Οι μαθητές μπορούν να οδηγηθούν στην ανακάλυψη του σταθερού λόγου των τιμών δυο ανάλογων ποσών και τη διερεύνηση του τρόπου που αυτά παρίστανται γραφικά. Έχουν τη δυνατότητα να συνδέουν διαφορετικές

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ. .

εκφράσεις της αναλογίας και να τις αντιπαραβάλουν χαρακτηριστικά μεταβολών στις οποίες δεν υπάρχει σχέση αναλογίας.

### Βιβλιογραφία

Επιμορφωτικό υλικό για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στα Κέντρα Στήριξης Επιμόρφωσης, Τεύχος 4: Κλάδος ΠΕ03, Β έκδοση, Πάτρα, Νοέμβριος 2010.

De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D Verschaffel, L. & Janssens, D. (2007). «The Illusion of Linearity From Analysis to Improvement»' (*Mathematics Education Library*). New York: Springer.

Κυνηγός Χρόνης (2006) . Το μάθημα της διερεύνησης. Ελληνικά Γράμματα.

Tirosh, D., & Stavy, R. (1999). Intuitive rules and comparison tasks. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(3), 179–194.

Κοντογιαννόπουλος Κων/νος (2010). Η γραμμική αντίληψη σαν αιτία μαθηματικού λάθους: διπλωματική εργασία του στα πλαίσια του μεταπτυχιακού προγράμματος: «Διδακτική και Μεθοδολογία Μαθηματικών»

### Επέκταση του σεναρίου

Το προτεινόμενο σενάριο μπορεί να εφαρμοστεί κατά την διδασκαλία των αντίστοιχων γνωστικών περιοχών στην Β Γυμνασίου ή την Α' Λυκείου. Σ' αυτές τις περιπτώσεις η προσέγγιση ενδείκνυται να γίνει μέσα από την σκοπιά της συνάρτησης και να αναδειχθούν τα χαρακτηριστικά δυο βασικών συναρτήσεων που διδάσκονται στις τάξεις αυτή. Δυο χαρακτηριστικές ιδιότητες που ορίζουν τη γραμμική συνάρτηση  $f(x)=ax$  είναι η προσθετικότητα:  $f(x+y)=f(x)+f(y)$  και η πολλαπλασιαστική:  $f(ax)=af(x)$ . Μπορεί μέσα από τη μελέτη διάφορων μεταβολών να συζητηθεί η ισχύς των προηγούμενων ιδιοτήτων. Προτείνεται επίσης προσθήκη δραστηριοτήτων με μεταβολές σχετικές με τη συνάρτηση  $\psi = a \cdot x + b$  με στόχο οι μαθητές να κατανοήσουν πως παρά το ότι η γραφική της παράσταση είναι ευθεία γραμμή, η συνάρτηση αυτή δε συνδέει ανάλογα ποσά και δεν έχει τις προηγούμενες γραμμικές ιδιότητες

### Διδακτικοί Στόχοι:

- Να αναγνωρίζουν την ύπαρξη αναλογίας μέσα από την ισχύ του ορισμού.
- Να αναγνωρίζουν την ύπαρξη αναλογίας μέσα από την ισότητα λόγων.
- Να αναγνωρίζουν την ύπαρξη αναλογίας μέσα από την γραφική αναπαράσταση.
- Να κατανοήσουν την ισοδυναμία των προηγούμενων εκφράσεων της αναλογίας.
- Διάκριση καταστάσεων αναλογίας από μεταβολές διαφορετικού είδους.

### Λέξεις κλειδιά που χαρακτηρίζουν τη θεματική του σεναρίου:

- αναλογία
- illusion of linearity
- ανάλογα ποσά
- σενάριο διδασκαλίας
- GeoGebra.

### Υλικοτεχνική υποδομή:

εργαστήριο υπολογιστών

### Τυπικός χρόνος αλληλεπίδρασης με το εκπαιδευτικό σενάριο σε διδακτικές ώρες για δουλειά εντός του σχολείου:

2 ώρες

### Πνευματικά δικαιώματα ή άλλοι αντίστοιχοι περιορισμοί:

Το υποβληθέν ψηφιακό σενάριο και το υλικό που το συνοδεύει δεν παραβιάζει τα προσωπικά δεδομένα, τα πνευματικά δικαιώματα, εμπορικά σήματα ή δικαιώματα πνευματικής ιδιοκτησίας οποιουδήποτε φυσικού ή νομικού προσώπου. Σε περίπτωση που για την δημιουργία του σεναρίου έχει χρησιμοποιηθεί οποιοδήποτε υλικό ή στοιχεία που υπόκεινται σε δικαιώματα τρίτων (π.χ. αποσπάσματα από ταινίες, εικόνες, ήχο, μουσική κτλ.), η άδεια χρήσης έχει εξασφαλιστεί πριν από την υποβολή του σεναρίου. Επισημαίνεται ότι αν στο σενάριο και το υλικό που το συνοδεύει περιλαμβάνονται εικόνες ανηλίκων, έχει ληφθεί η αναγκαία συναίνεση από τους γονείς ή κηδεμόνες. Το παρόν Ψηφιακό Σενάριο χορηγείται με άδεια "Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike Greece 3.0". Δηλαδή, αυτό διατίθεται για ελεύθερη χρήση, αναπαραγωγή, αναδιανομή, παρουσίαση και αξιοποίηση, με την προϋπόθεση να μην υπάρχει πρόθεση εμπορικής εκμετάλλευσης. Απαιτείται αναφορά του δημιουργού ή του δικαιούχου της άδειας. Οποιοδήποτε παράγωγο έργο μπορεί να διανεμηθεί μόνο με την ίδια ή παρόμοια άδεια. Το παρόν διατίθεται στο κοινό για ελεύθερη χρήση, αναπαραγωγή, διανομή, παρουσίαση και αξιοποίηση.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ. .

Απαιτείται αναφορά του δημιουργού ή του χορηγού της άδειας. Δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για εμπορικούς σκοπούς. Εάν τροποποιηθεί ή δημιουργηθεί κάτι νέο βασισμένο σε αυτό, αυτό που θα προκύψει θα μπορεί να διανεμηθεί μόνο με την ίδια ή παρόμοια άδεια (Creative Commons 3.0/CC BY - NC -SA 3.0). Οι δημιουργοί έχουν παραχωρήσει στο ΙΕΠ και το ΥΠΟΠΑΙΘ το δικαίωμα ελεύθερης χρήσης, αξιοποίησης και διάθεσης του υλικού με ηλεκτρονικά και έντυπα μέσα, στην Ελλάδα και στο Εξωτερικό και για απεριόριστο χρονικό διάστημα. Οι δημιουργοί εγγυώνται ότι το παρόν δεν προσβάλλει δικαιώματα τρίτων και δεν χρησιμοποιεί μελέτες ή προϊόντα τρίτων χωρίς νόμιμη άδεια αυτών.

**Εκτιμώμενο Επίπεδο Δυσκολίας:**

Μέτριας δυσκολίας

**Τύπος διαδραστικότητας :**

Ενεργός μάθηση

**Επίπεδο διαδραστικότητας :**

Μεσαίο

**Προτεινόμενη ηλικιακή ομάδα του τελικού χρήστη:**

12-15

**Εκπαιδευτική βαθμίδα που απευθύνεται το σενάριο:**

Γυμνάσιο

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ. .

## Σύνοψη φάσεων σεναρίου:

### 1η Φάση: Ανάλογα ποσά: ορισμός-ισότητα λόγων

**Χρονική Διάρκεια:** 45 λεπτά της ώρας

**Χώρος Διεξαγωγής:** Εργαστήριο υπολογιστών

**Αριθμός φύλλων εργασίας:** 1

#### Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:

1. ΜΕΤΑΒΟΛΕΣ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ
2. Ανακεφαλαίωση

### 2η Φάση: Γραφική παράσταση αναλογίας.

**Χρονική Διάρκεια:** 25 λεπτά της ώρας

**Χώρος Διεξαγωγής:** Εργαστήριο υπολογιστών

**Αριθμός φύλλων εργασίας:** 1

#### Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:

1. Γραφική αναπαράσταση εμβαδού και περιμέτρου τετραγώνου συναρτήσει της πλευράς του.
2. Μεταβολή συντεταγμένων σημείου που κινείται σε ευθεία.
3. Ανακεφαλαίωση
4. Ελεγχος γνώσεων.

### 3η Φάση: Διάκριση διαφορετικών καταστάσεων.

**Χρονική Διάρκεια:** 20 λεπτά της ώρας

**Χώρος Διεξαγωγής:** Εργαστήριο υπολογιστών

**Αριθμός φύλλων εργασίας:** 1

#### Δομικά - Διαδραστικά στοιχεία:

1. ράβδοι
2. ορθογώνια

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ. .

# 1η Φάση: Ανάλογα ποσά: ορισμός-ισότητα λόγων

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ. .



## 1η Φάση: Ανάλογα ποσά: ορισμός-ισότητα λόγων

**Χρονική Διάρκεια:** 45 λεπτά της ώρας

**Χώρος Διεξαγωγής:** Εργαστήριο υπολογιστών

**Φύλλα εργασίας:**

Τα φύλλα εργασίας είναι συνημμένα στην 3η σελίδα του εγγράφου. Εναλλακτικά μπορείτε να τα μεταφορτώσετε εκ νέου από τις παρακάτω διαδικτυακές θέσεις.

- Φύλλο Εργασίας 1  
[http://aesop.iep.edu.gr/sites/default/files/filla-ergasias/fylo\\_ergasias\\_1.doc](http://aesop.iep.edu.gr/sites/default/files/filla-ergasias/fylo_ergasias_1.doc)

Οι μαθητές καλούνται καταρχήν να συμπληρώσουν τους επόμενους τρεις πίνακες που τους δίνονται σε φύλλο εργασίας. Οι δυο πρώτοι αναφέρονται στη σχέση της περιμέτρου και του εμβαδού του τετραγώνου με το μήκος της πλευράς του. Ο τρίτος αναφέρεται στη σχέση που έχει η περίμετρος ενός ορθογωνίου με το μήκος του, όταν το πλάτος είναι σταθερό .

*Πίνακας 1: σχέση πλευράς τετραγώνου και περιμέτρου*

α: πλευρά τετραγώνου	1	2	3	4	5
Π: περίμετρος τετραγώνου					
Π/α:					

*Πίνακας 2: σχέση πλευράς τετραγώνου και εμβαδού*

α: πλευρά τετραγώνου	1	2	3	4	5
Ε: εμβαδό τετραγώνου					
Ε/α					

*Πίνακας 3: σχέση περιμέτρου ορθογωνίου με το μήκος του όταν το πλάτος είναι 1.*

α: μήκος ορθογωνίου	1	2	3	4	5
Π: περίμετρος ορθογωνίου					
Π/α:					

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ. .

Για βοήθεια οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν δοσμένες εφαρμογές στο geogebra όπου μετακινώντας τη μια κορυφή του τετραγώνου ή του ορθογωνίου έχουν τη δυνατότητα να δουν και να σημειώσουν για τις διάφορες τιμές του μήκους, τις αντίστοιχες τιμές της περιμέτρου, του εμβαδού, καθώς και το λόγο τους με το μήκος.

Μέσα από το φύλλο εργασίας τίθεται τώρα ο προβληματισμός για το αν τα ποσά είναι και στους τρεις πίνακες ανάλογα, και παρακινούνται να ελέγξουν την ισχύ του ορισμού που υπάρχει στο σχολικό βιβλίο για τα ανάλογα ποσά. Στόχος της συζήτησης που εγείρεται τόσο ανάμεσα στα μέλη κάθε ομάδας, όσο και σε ολόκληρη την τάξη με συντονιστή τον διδάσκοντα, είναι να αντιμετωπιστεί η παρανόηση μιας μεγάλης μερίδας μαθητών πως «*δύο ποσά είναι ανάλογα όταν καθώς αυξάνεται η τιμή του ενός αυξάνεται και η αντίστοιχη τιμή του άλλου*».

Αφού μετά την κατάλληλη συζήτηση θα έχουν καταλήξει στο συμπέρασμα πως η μόνη περίπτωση στην οποία τα ποσά είναι ανάλογα σύμφωνα με τον ορισμό, είναι αυτή μεταξύ πλευράς και περιμέτρου του τετραγώνου, μπορούν να παρατηρήσουν πως μόνο σε αυτή την περίπτωση ο λόγος των τιμών τους παραμένει κατά τη μεταβολή σταθερός. Αυτό μπορεί να γίνει κατ αρχήν για τις τιμές που υπάρχουν στους πίνακες τιμών. Έπειτα οδηγούμε τους μαθητές στη γενίκευση της παρατήρησης. Η δυνατότητα δυναμικού χειρισμού των γεωμετρικών σχημάτων τους βοηθά να μελετήσουν τα παραπάνω όχι μόνο για τις ακέραιες τιμές της πλευράς που βρίσκονται στον δοσμένο πίνακα τιμών, αλλά και στην περίπτωση που οι τιμές αυτές μεταβάλλονται σε ένα συνεχές διάστημα.

## 1. ΜΕΤΑΒΟΛΕΣ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ:

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** Εξωτερικό περιεχόμενο  
**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/14431/3658/#question14792>

**Διεύθυνση ιστοτόπου (URL):** <http://tube.geogebra.org/m/1467079>

## 2. Ανακεφαλαίωση:

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** Εκφράσεις τύπου σωστό/λάθος  
**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/14431/3658/#question15222>

**Περιγραφή Εργασίας:** Διαλέξτε τη σωστή έκφραση.

### 1. Ποιά είναι η σωστή έκφραση;

- Η περίμετρος ενός τετραγώνου είναι ανάλογη της πλευράς του.
- Η περίμετρος ενός ορθογωνίου με σταθερό πλάτος, είναι ανάλογη του μήκους του
- Το εμβαδόν ενός τετραγώνου είναι ανάλογο της πλευράς του.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ. .

## 2. Ποιά είναι η σωστή έκφραση;

- Αν δυο ποσά μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο ώστε όσο αυξάνεται η τιμή του ενός τόσο να συξάνεται και η τιμή του άλλου, τα ποσά είναι ανάλογα.
- Αν δυο ποσά μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, ώστε όταν οι τιμή του ενός αυξάνονται να αυξάνεται και η αντίστοιχη τιμή του άλλου, τότε τα ποσά είναι ανάλογα.
- Αν οι αντίστοιχες τιμές δυο ποσών έχουν σταθερό λόγο, τα ποσά είναι ανάλογα.

## 3. Ποιά είναι η σωστή έκφραση;

- Όταν διπλασιάζεται η πλευρά ενός τετραγώνου, διπλασιάζεται και το εμβαδόν του.
- Όταν τριπλασιάζεται η πλευρά ενός τετραγώνου, τριπλασιάζεται και η περίμετρός του.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ. .

## 2η Φάση: Γραφική παράσταση αναλογίας.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ. .

## 2η Φάση: Γραφική παράσταση αναλογίας.

**Χρονική Διάρκεια:** 25 λεπτά της ώρας

**Χώρος Διεξαγωγής:** Εργαστήριο υπολογιστών

**Φύλλα εργασίας:**

Τα φύλλα εργασίας είναι συνημμένα στην 3η σελίδα του εγγράφου. Εναλλακτικά μπορείτε να τα μεταφορτώσετε εκ νέου από τις παρακάτω διαδικτυακές θέσεις.

- Φύλλο Εργασίας 1  
[http://aesop.iep.edu.gr/sites/default/files/filla-ergasias/analoga\\_posa\\_fyllo\\_ergasias\\_2.doc](http://aesop.iep.edu.gr/sites/default/files/filla-ergasias/analoga_posa_fyllo_ergasias_2.doc)

Ζητάμε κατ' αρχήν από τους μαθητές να παραστήσουν σε τρία διαφορετικά συστήματα συντεταγμένων (τυπωμένων στο φύλλο εργασίας) τα ζευγάρια τιμών για καθέναν από τους πίνακες που συμπλήρωσαν στην πρώτη φάση. Αφού ενώσουν σε κάθε περίπτωση μεταξύ τους τα σημεία που σχηματίζονται, καλούνται να εκφράσουν μια εικασία για το είδος της γραμμής στην περίπτωση εκείνη που τα ποσά είναι ανάλογα. Ανοίγοντας πάλι τις εφαρμογές που τους έχουν δοθεί, τσεκάροντας τα αντίστοιχα κουτιά επιλογής και μετακινώντας τη μια κορυφή του γεωμετρικού σχήματος, έχουν τη δυνατότητα να αποτυπώσουν γραφικά περισσότερα ζευγάρια τιμών πλευράς-περιμέτρου ή πλευράς-εμβαδού. Με τον τρόπο αυτό επιβεβαιώνουν το συμπέρασμά τους για όλες τις τιμές που παίρνει το μήκος της πλευράς  $a$  καθώς μεταβάλλεται σε συνεχές διάστημα. Η αποτύπωση των σημείων στο σύστημα συντεταγμένων, κρίνεται απαραίτητο να γίνει κατ' αρχήν στο φύλλο εργασίας από τους μαθητές, παρά τη δυνατότητα του λογισμικού να εμφανίσει μια πλήρη αναπαράσταση. Αυτό γίνεται ώστε να κατανοήσουν τον τρόπο αναπαράστασης σημείων στο επίπεδο και να αποκτήσουν δεξιότητες σ' αυτήν.

Στη συνέχεια οι μαθητές ανοίγουν το αρχείο «ευθεία.g.g.b». Στην οθόνη τους εμφανίζεται μια ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Με δυο δρομείς  $a$  και  $b$  μπορούν αντίστοιχα να αλλάξουν την κλίση της ή να την μεταφέρουν παράλληλα. Μετακινώντας το σημείο  $A$  της ευθείας, έχουν τη δυνατότητα να παρατηρούν τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλονται οι συντεταγμένες του και να εμφανίζουν για κάθε θέση του σημείου το λόγο της τιμής του  $y$  προς την τιμή του  $x$  που αντιστοιχούν σε αυτή. Τους ζητάμε να επαναλάβουν τις παρατηρήσεις τους αφού αλλάξουν την κλίση της ευθείας, ή αφού την μετατοπίσουν ώστε να μην διέρχεται από την αρχή των αξόνων

Η δραστηριότητα αυτή στοχεύει στο να κατανοήσουν οι μαθητές πως ο λόγος των τιμών δυο ποσών  $x$  και  $y$  σταθερός, μόνο σε εκείνη την περίπτωση όπου τα ζεύγη  $(x,y)$  αποτυπώνονται σε ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Διαπιστώνουν επίσης τη σχέση που έχει ο σταθερός αυτός λόγος (συντελεστής αναλογίας) με την κλίση της ευθείας και την εξίσωσή της. Σε περίπτωση που η ευθεία μετατοπίζεται παράλληλα ώστε να μην διέρχεται από την αρχή των αξόνων ο λόγος των συντεταγμένων δεν παραμένει πλέον σταθερός. Τέλος, οι μαθητές καλούνται να διατυπώσουν και να οργανώσουν τα συμπεράσματά τους για τα αλγεβρικά χαρακτηριστικά της αναλογίας, και την γεωμετρική οπτική αναπαράστασή της στο επίπεδο.

### 1. Γραφική αναπαράσταση εμβαδού και περιμέτρου τετραγώνου συναρτήσει της πλευράς του. :

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** Εξωτερικό περιεχόμενο  
**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/14431/3660/#question14840>

**Διεύθυνση ιστοτόπου (URL):** <http://tube.geogebra.org/m/1467079>

### 2. Μεταβολή συντεταγμένων σημείου που κινείται σε ευθεία.:

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ. .

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** Εξωτερικό περιεχόμενο  
**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/14431/3660/#question14839>

**Διεύθυνση ιστοτόπου (URL):** <http://tube.geogebra.org/m/1469467>

### 3. Ανακεφαλαίωση:

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** Εκφράσεις τύπου σωστό/λάθος  
**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/14431/3660/#question15219>

#### Περιγραφή Εργασίας:

Διαλέξτε τη σωστή έκφραση.

#### 1. Ποιά είναι η σωστή έκφραση;

- Αν ο λόγος των αντίστοιχων τιμών δυο ποσών είναι σταθερός, η γραφική τους παράσταση είναι ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
- Αν η γραφική παράσταση των αντίστοιχων τιμών δυο μεγεθών είναι ευθεία γραμμή, τα μεγέθη είναι ανάλογα.
- Τα ποσά  $x$  και  $y$  που συνδέονται με τη σχέση  $y=2x+5$  είναι ανάλογα.

### 4. Ελεγχος γνώσεων.:

**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** Ερώτηση συμπλήρωσης κενών  
**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/14431/3660/#question15220>

Συμπληρώστε τα κενά.

Σε κάθε περίπτωση που δυο ποσά  $x$  και  $y$  είναι ανάλογα, ο \_\_\_\_\_ των τιμών τους παραμένει σταθερός. Αν παραστήσω τα ζευγάρια των αντίστοιχων τιμών σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων, προκύπτει \_\_\_\_\_ γραμμή η οποία αν προεκταθεί διέρχεται από την \_\_\_\_\_ των αξόνων. Αν ο σταθερός λόγος των αντίστοιχων τιμών τους είναι  $a$ , τότε η κλίση της ευθείας ισούται με \_\_\_\_\_ και η εξίσωσή της είναι η \_\_\_\_\_.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ. .

## 3η Φάση: Διάκριση διαφορετικών καταστάσεων.

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ. .

## 3η Φάση: Διάκριση διαφορετικών καταστάσεων.

**Χρονική Διάρκεια:** 20 λεπτά της ώρας

**Χώρος Διεξαγωγής:** Εργαστήριο υπολογιστών

**Φύλλα εργασίας:**

Τα φύλλα εργασίας είναι συνημμένα στην 3η σελίδα του εγγράφου. Εναλλακτικά μπορείτε να τα μεταφορτώσετε εκ νέου από τις παρακάτω διαδικτυακές θέσεις.

- Φύλλο Εργασίας 1  
[http://aesop.iep.edu.gr/sites/default/files/filla-ergasias/diakrisi\\_analogon\\_fylo\\_ergasias\\_3.doc](http://aesop.iep.edu.gr/sites/default/files/filla-ergasias/diakrisi_analogon_fylo_ergasias_3.doc)

1<sup>η</sup> δραστηριότητα:

Οι μαθητές ανοίγουν το αρχείο «ορθογώνια g.g.b» . Στην οθόνη τους εμφανίζονται δυο ορθογώνια, ΑΒΓΔ και ΕΖΘΗ τα οποία έχουν τη δυνατότητα να μετασχηματίζουν μετακινώντας τις κορυφές τους. Στο καθένα από αυτά σύροντας την πάνω δεξιά κορυφή αυξάνονται ταυτόχρονα οι δυο διαστάσεις.

Η εφαρμογή έχει σχεδιαστεί ώστε στο πρώτο ορθογώνιο οι δυο διαστάσεις να αυξάνονται κατά την ίδια τιμή, ενώ στο δεύτερο ο λόγος των διαστάσεων να παραμένει σταθερός. Ζητάμε από τους μαθητές πειραματιζόμενοι με διαφορετικούς μετασχηματισμούς των ορθογωνίων, να διερευνήσουν αν σε κάποιο απ' τα δύο η βάση μεταβάλλεται ανάλογα με το ύψος και να τεκμηριώσουν την απάντησή τους (για βοήθεια μπορούν να εμφανίσουν τους λόγους των διαστάσεων για καθένα από τα ορθογώνια). Περιμένουμε από είτε να εξετάσουν με κατάλληλους μετασχηματισμούς αν ισχύει ο ορισμός της αναλογίας, ή να συμπεράνουν αυτή από την ισότητα των λόγων. Μέσα από τη εφαρμογή και με κατάλληλες ερωτήσεις δίνεται η δυνατότητα για μια αρχική προσέγγιση της έννοιας της ομοιότητας. Μέσα από τη διερεύνηση μπορούν να βγάλουν συμπεράσματα για τις προϋποθέσεις κάτω από τις οποίες το σχήμα δεν αλλοιώνεται.

2

1<sup>η</sup> δραστηριότητα:

Οι μαθητές ανοίγουν το αρχείο «ράβδοι g.g.b». Στην οθόνη τους εμφανίζονται τρεις κατακόρυφοι ράβδοι των οποίων τα ύψη μεταβάλλονται ταυτόχρονα μετακινώντας το δρομέα c. Η εφαρμογή έχει σχεδιαστεί ώστε το ύψος της δεύτερης ράβδου να δίνει σταθερό λόγο σε σχέση με το ύψος της πρώτης ενώ το ύψος της τρίτης ράβδου σταθερή διαφορά.

Ζητάμε από τους μαθητές πειραματιζόμενοι με διαφορετικούς μετασχηματισμούς των ράβδων, να διερευνήσουν αν το ύψος κάποιας απ την κόκκινη ή την πράσινη ράβδο μεταβάλλεται ανάλογα με το ύψος της μπλε ράβδου και να δικαιολογήσουν την απάντησή τους.(για βοήθεια μπορούν να εμφανίσουν τους λόγους των υψών των αντίστοιχων ράβδων). Περιμένουμε από αυτούς είτε να εξετάσουν δοκιμάζοντας διάφορες τιμές για τα ύψη με κατάλληλους μετασχηματισμούς αν ισχύει ο ορισμός της αναλογίας, ή να συμπεράνουν αυτή από την ισότητα των γινομένων. Η δραστηριότητα στοχεύει επίσης στο να αντιμετωπίσει την παρανόηση που παρατηρείται σε αρκετούς μαθητές πως όταν στις τιμές δυο ποσών προσθέτουμε τον ίδιο αριθμό διατηρείται η αναλογία (De Bock.k.a, 2007 σελ 9) .

### 1. ράβδοι:

**Τύπος Δομικού/ Διαδραστικού Εργαλείου:** Εξωτερικό περιεχόμενο

**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/14431/3661/#question14854>

**Διεύθυνση ιστοτόπου (URL):** <http://tube.geogebra.org/m/1469965>

### 2. ορθογώνια:

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ. .



**Τύπος Δομικού/Διαδραστικού Εργαλείου:** Εξωτερικό περιεχόμενο  
**Υπερσύνδεσμος:** <http://aesop.iep.edu.gr/node/14431/3661/#question14931>

**Διεύθυνση ιστοτόπου (URL):** <http://tube.geogebra.org/m/1473653>

Το παρόν έγγραφο αποτελεί προϊόν της Πλατφόρμας Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Υποβολής και Αξιολόγησης Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων «Αίσωπος» που αναπτύχθηκε με ίδια μέσα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής στο πλαίσιο του Υποέργου 2: «Ψηφιακό Σύστημα – Ηλεκτρονική Πλατφόρμα Υποβολής, Αξιολόγησης, Διαχείρισης και Αξιοποίησης Ψηφιακών Σεναρίων καθώς και καθοδήγησης και Υποστήριξης των Εκπαιδευτικών» της Πράξης: «Ανάπτυξη Μεθοδολογίας και Ψηφιακών Διδακτικών Σεναρίων για τα Γνωστικά Αντικείμενα της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης».

Η πράξη συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (ΕΚΤ) και το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΠ «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ 2007-2013 και υλοποιείται σε σύμπραξη από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και την Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Εκπαιδευτικών Δράσεων του ΥΠ.Π.Ε.Θ. .