

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ
ΤΜΗΜΑ Β1 ΓΕΛ ΒΡΑΧΝΑΪΚΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ
Τετάρτη, 25 Οκτωβρίου 2023

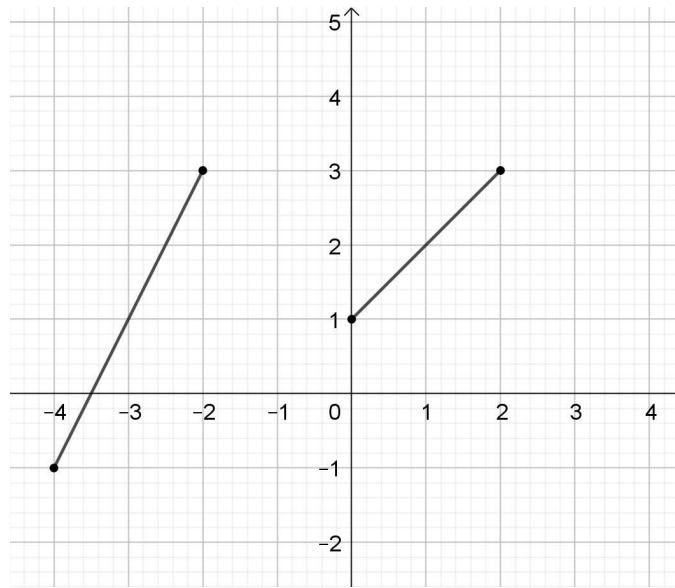
Όνομα Επώνυμο

ΘΕΜΑ Α

- A1** Πότε μια συνάρτηση f λέγεται περιττή; Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση μιας περιττής συνάρτησης;
(μονάδες 5)
- A2** Τι γνωρίζετε για την μονοτονία της συνάρτησης $f(x) = \alpha x + \beta$ με $\alpha > 0$;
(μονάδες 5)
- A3** Πότε μια συνάρτηση f λέμε ότι παρουσιάζει ολικό ελάχιστο σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;
(μονάδες 5)
- A4** Να χαρακτηρίσετε σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις:
1. Αν η συνάρτηση $f(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα Δ , τότε η συνάρτηση $g(x) = f(x) + c$ όπου $c > 0$, είναι γνησίως αύξουσα στο Δ .
 2. Αν η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f διέρχεται από τα σημεία $A(1, 5)$ και $B(3, 2)$, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα.
 3. Αν η συνάρτηση $f(x)$ είναι άρτια, τότε η συνάρτηση $g(x) = -f(x)$, είναι περιττή.
 4. Η συνάρτηση $f : [-3, +3] \rightarrow \mathbb{R}$, με $f(x) = x^4$, είναι άρτια.
 5. Μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, αν υπάρχουν $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$, ώστε $f(x_1) > f(x_2)$.
(μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ορισμένα τμήματα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[-4,4]$.



- B1** Να χαράξετε τα υπόλοιπα τμήματα της γραφικής παράστασης της f . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας (Μονάδες 8)
- B2** Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα. (Μονάδες 8)
- B3** Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών. (Μονάδες 9)

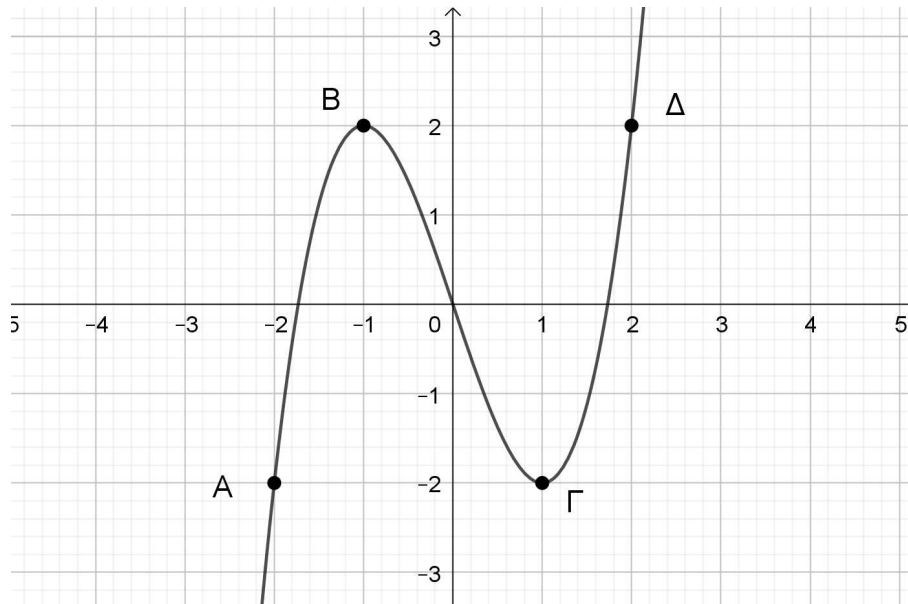
ΘΕΜΑ Γ

Έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$.

- Γ1** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της. (μονάδες 12)
- Γ2** Να αποδείξετε ότι η f παρουσιάζει για $x = 1$ μέγιστο. (μονάδες 13)

ΘΕΜΑ Δ

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = x^3 - 3x$.



Δ1 Η γραφική παράσταση μιας άλλης συνάρτησης $g(x)$ προκύπτει από δυο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφική παράστασης της f κατά μια μονάδα προς τα δεξιά και 3 μονάδες προς τα πάνω. Να δείξετε ότι ο τύπος της $g(x)$ είναι $g(x) = x^3 - 3x^2 + 5$.

(μονάδες 13)

Δ2 Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση $g(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ είναι γνησίως φθίνουσα και τα διαστήματα στα οποία είναι γνησίως αύξουσα.

(μονάδες 12)