

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ**  
**ΤΜΗΜΑ Β1 ΓΕΛ ΒΡΑΧΝΑΪΚΩΝ**  
**ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ**  
*Τετάρτη, 25 Οκτωβρίου 2023*

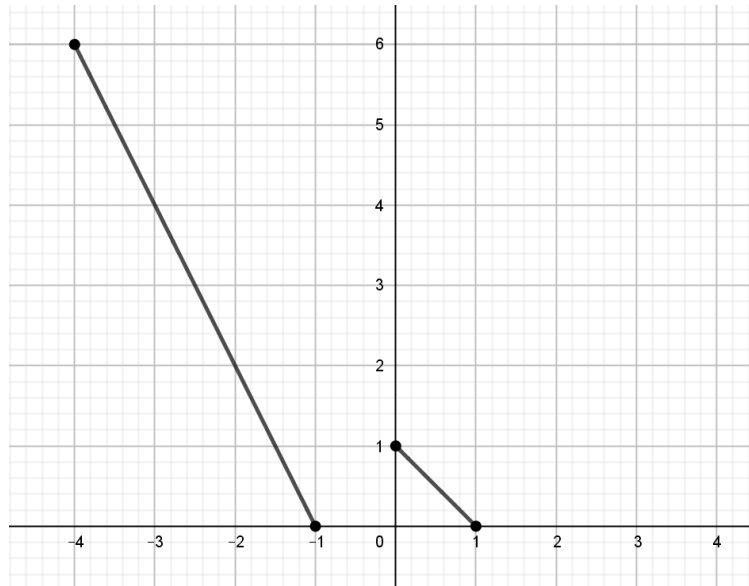
Όνομα Επώνυμο .....

**ΘΕΜΑ Α**

- A1** Πότε μια συνάρτηση  $f$  λέγεται άρτια; Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης; (μονάδες 5)
- A2** Τι γνωρίζετε για την μονοτονία της συνάρτησης  $f(x) = \alpha x + \beta$  με  $\alpha < 0$ ; (μονάδες 5)
- A3** Πότε μια συνάρτηση  $f$  λέμε ότι παρουσιάζει ολικό μέγιστο σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της; (μονάδες 5)
- A4** Να χαρακτηρίσετε σωστή ( $\Sigma$ ) ή λανθασμένη ( $\Lambda$ ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις:
1. Αν η συνάρτηση  $f(x)$  είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $\Delta$ , τότε η συνάρτηση  $g(x) = -f(x)$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$ .
  2. Αν η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$  διέρχεται από τα σημεία  $A(1, 5)$  και  $B(3, 2)$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα.
  3. Αν η συνάρτηση  $f(x)$  είναι άρτια, τότε και η συνάρτηση  $g(x) = f(x) + c$ , όπου  $c > 0$ , είναι άρτια.
  4. Η συνάρτηση  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , με  $f(x) = x^3$ , είναι περιττή.
  5. Μία συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της, αν υπάρχουν  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2$ , ώστε  $f(x_1) < f(x_2)$ . (μονάδες 10)

## ΘΕΜΑ Β

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ορισμένα τμήματα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης  $f$  με πεδίο ορισμού το διάστημα  $[-4,4]$ .



- B1** Να χαράξετε τα υπόλοιπα τμήματα της γραφικής παράστασης της  $f$ . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας (Μονάδες 8)
- B2** Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα. (Μονάδες 8)
- B3** Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της  $f$  καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών. (Μονάδες 9)

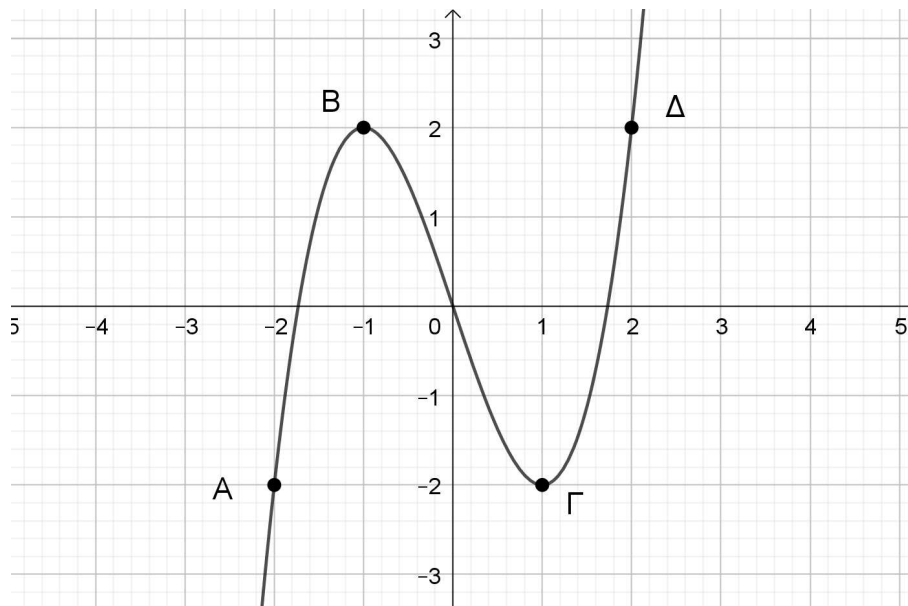
## ΘΕΜΑ Γ

Έστω η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$ .

- Γ1** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της. (μονάδες 12)
- Γ2** Να αποδείξετε ότι η  $f$  παρουσιάζει για  $x = -1$  ελάχιστο. (μονάδες 13)

### ΘΕΜΑ Δ

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = x^3 - 3x$ .



- Δ1** Η γραφική παράσταση μιας άλλης συνάρτησης  $g(x)$  προκύπτει από δυο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφική παράστασης της  $f$  κατά μια μονάδα προς τα αριστερά και 2 μονάδες προς τα κάτω. Να δείξετε ότι ο τύπος της  $g(x)$  είναι  $g(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ .

(μονάδες 13)

- Δ2** Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση  $g(x) = x^3 + 3x^2 - 4$  είναι γνησίως φθίνουσα και τα διαστήματα στα οποία είναι γνησίως αύξουσα.

(μονάδες 12)