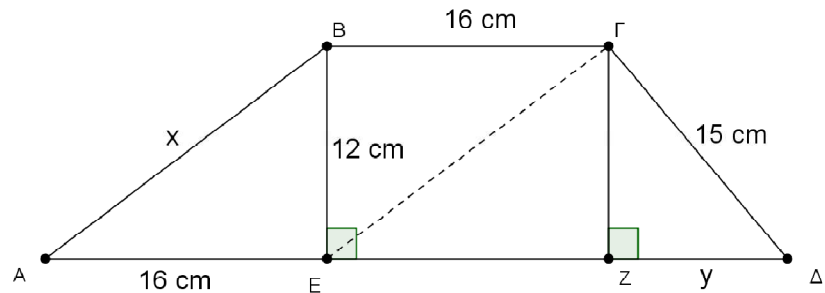


Άσκηση

Στο παρακάτω τραπέζιο ABΓΔ η μικρή βάση είναι ΒΓ = 16 cm, το ύψος ΒΕ = 12 cm και το ευθύγραμμο τμήμα ΑΕ = 16 cm.



- A.** Να βρείτε την πλευρά $AB = x$ και το τμήμα $\Delta Z = y$
B. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδό του τραπέζιου ABΓΔ
Γ. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ΓΔΕ είναι ορθογώνιο.

Απαντήσεις

A. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ABE από πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε:

$$BE^2 + EA^2 = AB^2$$

$$AB^2 = 16^2 + 12^2$$

$$AB^2 = 256 + 144 = 400$$

$$x = AB = 20\text{cm}$$

Το ΒΓΖΕ είναι ορθογώνιο, οπότε $EZ = BG = 16$ και $\Gamma Z = BE = 12$. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΓΖΔ από πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε:

$$Z\Delta^2 + Z\Gamma^2 = \Gamma\Delta^2$$

$$Z\Delta^2 + 12^2 = 15^2$$

$$Z\Delta^2 = 225 - 144 = 81$$

$$y = Z\Delta = 9\text{cm}.$$

B. Η μεγάλη βάση του τραπέζιου είναι $A\Delta = 16 + 16 + 9 = 41$ cm.

Η περίμετρος του τραπέζιου είναι $\Pi = AB + BG + \Gamma\Delta + \Delta A$

$$\Pi = 20 + 16 + 15 + 41 = 92 \text{ cm}.$$

Και το εμβαδό του είναι:

$$E = \frac{(B + \beta) \cdot u}{2}, \text{ άρα}$$

$$E = \frac{(41 + 16) \cdot 12}{2} = \frac{57 \cdot 12}{2} = 342\text{cm}^2.$$

Γ. Για να εξετάσουμε αν το τρίγωνο ΓΔΕ είναι ορθογώνιο, βρίσκουμε πρώτα τις πλευρές του. Η πλευρά $\Gamma\Delta = 15$, η $\Delta E = 16 + 9 = 25$, ενώ για να βρούμε την ΕΓ κάνουμε πυθαγόρειο στο τρίγωνο ΓΒΕ:

$$BE^2 + B\Gamma^2 = \Gamma E^2$$

$$\Gamma E^2 = 16^2 + 12^2$$

$$\Gamma E^2 = 256 + 144 = 400$$

$$\Gamma E = 20\text{cm}.$$

Οπότε: $\Delta E^2 = 25^2 = 625$, ενώ

$$\Gamma E^2 + \Gamma\Delta^2 = 20^2 + 15^2$$

$$\Gamma E^2 + \Gamma\Delta^2 = 400 + 225 = 625.$$

Συνεπώς από το αντίστροφο του πυθαγορείου θεωρήματος το τρίγωνο ΓΔΕ είναι ορθογώνιο με υποτεινούσα την πλευρά ΔΕ.