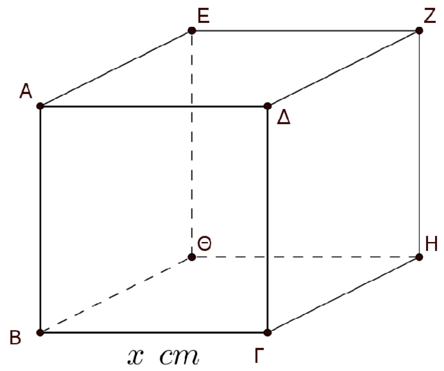
Άσκηση

Ένας κύβος έχει πλευρά x cm. Αν αυξήσουμε την πλευρά του κατά 2 cm, τότε ο όγκος του αυξάνεται κατά 386 cm^3.

Α. Να δείξετε ότι το x ικανοποιεί την εξίσωση $x^2+2x-63=0$.

Β. Να βρείτε την πλευρά x του κύβου. (Δίνονται: ο τύπος για τον όγκο V ενός κύβου πλευράς x, $V = x^3$ και $\sqrt{256}=16$).



Απαντήσεις

Α. Ο αρχικός όγκος είναι $V=x^3$, ενώ αφού αυξήσουμε την πλευρά του κατά 2 cm, ο όγκος του γίνεται $V'=(x+2)^3$ και είναι μεγαλύτερος κατά 386 cm^3. Συνεπώς, ισχύει:

$$(x+2)^3=x^3+386$$
$$x^3+3\cdot x^2\cdot 2+3\cdot x\cdot 2^2+2^3=x^3+386$$
$$x^3+6x^2+12x+8-x^3-386=0$$
$$6x^2+12x-378=0 \quad \text{(διαιρούμε και τα δυο μέλη με 6)}$$
$$x^2+2x-63=0$$

Β. Λύνουμε την εξίσωση: $\underline{x^2+2x-63=0}$

$$\alpha=1,\ \beta=2,\ \gamma=-63$$
$$\boxed{\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma}$$
$$\Delta=2^2-4\cdot1\cdot(-63)$$
$$\Delta=4+252=256$$
$$\text{Οπότε } \boxed{x=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}}$$
$$x=\frac{-2\pm\sqrt{256}}{2\cdot1}$$
$$x=\frac{-2+16}{2} \quad \text{ή} \quad x=\frac{-4-16}{2}$$

$$x=7 \quad \text{ή} \quad x=-10 \ \text{(απορρίπτεται αφού πρέπει } x>0\text{)}$$