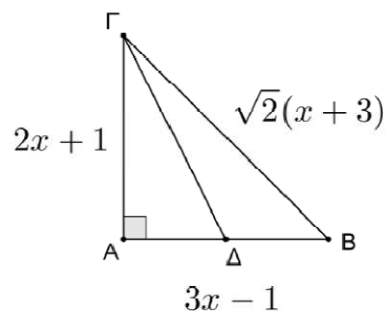


Άσκηση

Στο παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, τα μήκη των πλευρών του σε cm είναι: $AB = 3x - 1$, $A\Gamma = 2x + 1$ και $B\Gamma = \sqrt{2}(x + 3)$, όπου το x είναι ένας πραγματικός αριθμός.



A. Να αποδείξετε ότι για τον αριθμό x ισχύει $11x^2 - 14x - 16 = 0$.

B. Να λύσετε την εξίσωση του προηγούμενου ερωτήματος και να δείξετε ότι $AB = A\Gamma = 5\text{cm}$.

Γ. Αν Δ είναι το μέσον της AB , να βρείτε την εφαπτομένη της γωνίας $B\hat{\Delta}\Gamma$.

Απαντήσεις

A. Εφαρμόζοντας Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ έχουμε:

$$(3x - 1)^2 + (2x + 1)^2 = [\sqrt{2}(x + 3)]^2$$

$$9x^2 - 6x + 1 + 4x^2 + 4x + 1 = 2(x^2 + 6x + 9)$$

$$9x^2 - 6x + 1 + 4x^2 + 4x + 1 - 2x^2 - 12x - 18 = 0$$

$$11x^2 - 14x - 16 = 0$$

B. Λύνουμε την εξίσωση

$$11x^2 - 14x - 16 = 0$$

$$\alpha = 11, \beta = -14, \gamma = -16$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$$

$$\Delta = (-14)^2 - 4 \cdot 11 \cdot (-16)$$

$$\Delta = 196 + 704 = 900$$

$$\text{Οπότε } x = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{900}}{2 \cdot 11}$$

$$x = \frac{14 + 30}{22} \quad \text{ή} \quad x = \frac{14 - 30}{22}$$

$$\boxed{x = 2} \quad \text{ή} \quad x = \frac{-16}{22} = -\frac{8}{11} \quad (\text{απορρίπτεται γιατί } AB < 0)$$

Άρα, για $x = 2$, οι πλευρές γίνονται $AB = 5\text{cm}$ και $A\Gamma = 5\text{cm}$.

Γ. (το ερώτημα αυτό αντιστοιχεί σε ύλη που δεν έχουμε διδαχτεί).