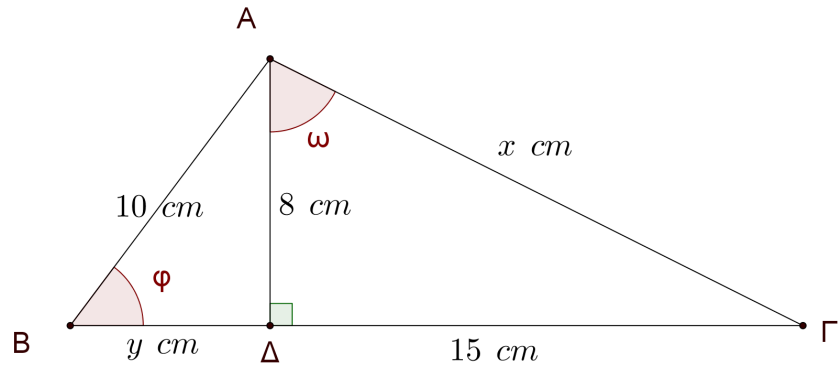


### Άσκηση

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με πλευρές AB = 10 cm και AG = x cm. Φέρνουμε το ύψος AD = 8cm το οποίο χωρίζει τη πλευρά BΓ σε δυο τμήματα: ΔΓ = 15cm και BΔ = y cm. (Δίνεται ότι  $\sqrt{289} = 17$ )



- A.** Να υπολογίσετε την πλευρά AG = x cm και το τμήμα BΔ = y cm. Στη συνέχεια να εξετάσετε αν το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο.
- B.** Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών φ και ω.
- Γ.** Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ABΓ και το ύψος του από την κορυφή Γ.

### Απαντήσεις

**A.** Από το πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο AΓΔ έχουμε:

$$\begin{aligned} A\Delta^2 + \Gamma\Delta^2 &= A\Gamma^2 \\ 8^2 + 15^2 &= x^2 \\ x^2 &= 64 + 225 = 289 \\ x &= \sqrt{289} = 17 \end{aligned}$$

Επίσης από το πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο ABΔ έχουμε:

$$\begin{aligned} A\Delta^2 + B\Delta^2 &= AB^2 \\ 8^2 + y^2 &= 10^2 \\ y^2 &= 100 - 64 = 36 \\ B\Delta &= y = 6\text{cm} \end{aligned}$$

Οπότε οι πλευρές του τριγώνου ABΓ είναι AB = 10, BΓ = 17 και BΓ = 21.

Ισχύει:  $B\Gamma^2 = 21^2 = 441$ , ενώ

$AB^2 + B\Gamma^2 = 10^2 + 17^2 = 389$ , άρα το τρίγωνο ABΓ δεν είναι ορθογώνιο.

**B.** Από τους ορισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών στο ορθογώνιο τρίγωνο ABΔ έχουμε:

$$\eta\mu\hat{\phi} = \frac{8}{10}, \quad \sigma\upsilon\nu\hat{\phi} = \frac{6}{10}, \quad \epsilon\phi\hat{\phi} = \frac{8}{6}, \quad \text{ενώ}$$

στο ορθογώνιο τρίγωνο AΓΔ έχουμε:

$$\eta\mu\hat{\omega} = \frac{15}{17}, \quad \sigma\upsilon\nu\hat{\omega} = \frac{8}{17}, \quad \epsilon\phi\hat{\omega} = \frac{15}{8}.$$

**Γ.** Το εμβαδό τριγώνου δίνεται από τον τύπο  $E = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2}$ , οπότε έχουμε:

$$(AB\Gamma) = \frac{B\Gamma \cdot A\Delta}{2} = \frac{21 \cdot 8}{2} = 84\text{cm}^2.$$

Το ύψος ΓΕ αντιστοιχεί στη βάση AB = 10 cm. Οπότε ισχύει:

$$\begin{aligned} (AB\Gamma) &= \frac{AB \cdot \Gamma E}{2} \\ 84 &= \frac{10 \cdot \Gamma E}{2} \\ 168 &= 10 \cdot \Gamma E \\ \Gamma E &= \frac{168}{10} = 16,8\text{cm}. \end{aligned}$$