Άσκηση

Δίνονται οι παραστάσεις $A=(x+3)^2-6(x+2)-3$ και $B=\dfrac{2x^2+2x}{2}\cdot\dfrac{5x-5}{x^2-1}$.

Α. Να δείξετε ότι: $A=x^2-6$ και $B=5x$.

Β. Να λύσετε την εξίσωση: Α + Β = 0.

Γ. Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση $\dfrac{A}{x-3}+\dfrac{1}{B}$.

Απαντήσεις

Α.

$$A=(x+3)^2-6(x+2)-3$$
$$A=x^2+6x+9-6x-12-3$$
$$A=x^2-6$$

και

$$B=\frac{2x^2+2x}{2}\cdot\frac{5x-5}{x^2-1}$$
$$B=\frac{2x(x+1)}{2}\cdot\frac{5(x-1)}{(x-1)(x+1)}$$
$$B=5x$$

Β. Αντικαθιστώντας τα $A=x^2-6$ και $B=5x$ στην εξίσωση: Α + Β = 0 έχουμε:

$$\underline{x^2+5x-6=0}$$
$$\alpha=1,\ \beta=5,\ \gamma=-6$$
$$\boxed{\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma}$$
$$\Delta=5^2-4\cdot1\cdot(-6)$$
$$\Delta=25+24=49$$

Οπότε $\boxed{x=\dfrac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}}$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{49}}{2\cdot1}$$
$$x=\frac{-5+7}{2}\ \text{ ή }\ x=\frac{-5-7}{2}$$
$$x=1\ \text{ ή }\ x=-6$$

Γ. Για να ορίζεται η παράσταση $\dfrac{A}{x-3}+\dfrac{1}{B}$ πρέπει οι παρονομαστές να είναι διάφοροι του μηδενός. Δηλαδή, $B\neq0$ και $x-3\neq0$. Όμως:

$$B\neq0$$
$$5x\neq0 \text{ άρα } x\neq0$$

και

$$x-3\neq0 \text{ άρα } x\neq3$$

Άρα, το x είναι οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός με $x\neq0$ και $x\neq3$.