

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΚΑΤΩ ΑΧΑΪΑΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Πέμπτη, 7 Νοέμβρη 2019

ΘΕΜΑ Α

A1. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε παράσταση της στήλης Α, το αντίστοιχο ανάπτυγμα από τη στήλη Β.

α.	β.	γ.	δ.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $(\alpha + \beta)^2$	1. $\alpha^2 + \beta^2$
β. $(\alpha - \beta)^2$	2. $\alpha^2 - \beta^2$
γ. $(\alpha - \beta)^3$	3. $\alpha^3 - 2\alpha\beta - \beta^3$
δ. $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$	4. $\alpha^3 - \beta^3$
	6. $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$
	7. $\alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$
	8. $\alpha^2 + 2\alpha\beta - \beta^2$
	9. $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
	10. $\alpha^3 - 2\alpha^2\beta + 2\alpha\beta^2 - \beta^3$

A2. Να συμπληρώσετε και να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha + \beta)^3 = \dots$

ΘΕΜΑ Β

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

B1. Το ανάπτυγμα του $(x+4)^2$ είναι:

A. $x^2 + 2x + 16$ **B.** $x^2 + 4x + 16$ **Γ.** $x^2 + 8x + 8$ **Δ.** $x^2 + 8x + 16$

B2. Το ανάπτυγμα του $(x+1)^3$ είναι:

A. $x^3 + 1^3$ **B.** $x^3 + 3x + 1^3$ **Γ.** $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ **Δ.** $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$

B3. Το ανάπτυγμα του $(2x-1)^2$ είναι:

A. $4x^2 - 2x + 1$ **B.** $4x^2 - 1$ **Γ.** $2x^2 + 4x - 1$ **Δ.** $4x^2 - 4x + 1$

B4. Το ανάπτυγμα του $(1-2x)(2x+1)$ είναι:

A. $4x^2 - 1$ **B.** $1 - 4x^2$ **Γ.** $2x^2 - 1$ **Δ.** $1 - 2x^2$

B5. Το ανάπτυγμα του $(2x+3y)^2$ είναι:

A. $4x^2 + 12xy + 3y^2$ **B.** $4x^2 + 9y^2$ **Γ.** $4x^2 + 12xy + 9y^2$ **Δ.** $2x^2 + 12xy + 3y^2$

B6. Η παράσταση $(x + y)^2 - (x - y)^2$ είναι ίση με:

A. $2x^2 + 2y^2$

B. $2x^2 - 2y^2$

Γ. $4xy$

Δ. $2x^2$

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα πολυώνυμα $A(x) = (x - 3)^2 + x(x + 1)$ και $B(x) = (3x + 2)^2 - 2(2x - 1)^2 - x(25 - x)$.

Γ1. Να γράψετε το πολυώνυμο $A(x)$ κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x .

Γ2. Να γράψετε το πολυώνυμο $B(x)$ κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x .

Γ3. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = A(x) - B(x)$ είναι σταθερό.

ΘΕΜΑ Δ

Θεωρούμε τον πραγματικό αριθμό $\alpha = 5 + 2\sqrt{6}$.

Δ1. Να δείξετε ότι ο αντίστροφος του α είναι ο αριθμός $5 - 2\sqrt{6}$.

Δ2. Να δείξετε ότι ο αριθμός $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ είναι φυσικός αριθμός.

Δ3. Να δείξετε ότι $\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} = 98$.

Απαντήσεις

ΘΕΜΑ Α

A1.

α.	β.	γ.	δ.
9	6	7	2

A2. Η απόδειξη της ταυτότητας $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$ βρίσκεται στην σελίδα 44 του σχολικού βιβλίου.

ΘΕΜΑ Β

B1. Δ

B2. Γ

B3. Δ

B4. Β

B5. Γ

B6. Γ

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$$A(x) = (x - 3)^2 + x(x + 1)$$

$$A(x) = x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 + x^2 + x$$

$$A(x) = x^2 - 6x + 9 + x^2 + x$$

$$A(x) = 2x^2 - 5x + 9$$

Γ2.

$$B(x) = (3x + 2)^2 - 2(2x - 1)^2 - x(25 - x)$$

$$B(x) = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2 - 2[(2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2] - 25x + x^2$$

$$B(x) = 9x^2 + 12x + 4 - 2[4x^2 - 4x + 1] - 25x + x^2$$

$$B(x) = 9x^2 + 12x + 4 - 8x^2 + 8x - 2 - 25x + x^2$$

$$B(x) = 2x^2 - 5x + 2$$

Γ3.

$$P(x) = A(x) - B(x)$$

$$P(x) = 2x^2 - 5x + 9 - (2x^2 - 5x + 2)$$

$$P(x) = 2x^2 - 5x + 9 - 2x^2 + 5x - 2$$

$$P(x) = 7 \quad \text{άρα, σταθερό.}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Αρκεί να δείξουμε ότι οι δυο αριθμοί έχουν γινόμενο 1. Πράγματι:

$$\begin{aligned}(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6}) &= 5^2 - (2\sqrt{6})^2 \\ &= 25 - 4 \cdot 6 \\ &= 25 - 24 = 1\end{aligned}$$

Δ2. Αφού ο αντίστροφος του $\alpha = 5 + 2\sqrt{6}$ είναι ο $\frac{1}{\alpha} = 5 - 2\sqrt{6}$, ισχύει:

$$\alpha + \frac{1}{\alpha} = 5 + 2\sqrt{6} + 5 - 2\sqrt{6} = 10 \text{ που είναι φυσικός αριθμός.}$$

Δ3.

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} &= (5 + 2\sqrt{6})^2 + (5 - 2\sqrt{6})^2 \\ \alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} &= 25 + 2 \cdot 5 \cdot 2\sqrt{6} + (2\sqrt{6})^2 + 25 - 2 \cdot 5 \cdot 2\sqrt{6} + (2\sqrt{6})^2 \\ \alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} &= 25 + 20\sqrt{6} + 24 + 25 - 20\sqrt{6} + 24 \\ \alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} &= 98\end{aligned}$$