ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΚΑΤΩ ΑΧΑΪΑΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Πέμπτη, 7 Νοέμβρη 2019

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε παράσταση της στήλης Α, το αντίστοιχο ανάπτυγμα από τη στήλη Β.

α.	**β.**	**γ.**	**δ.**

Στήλη Α	**Στήλη Β**
α. $(\alpha+\beta)^2$	**1.** $\alpha^2+\beta^2$
β. $(\alpha-\beta)^2$	**2.** $\alpha^2-\beta^2$
γ. $(\alpha-\beta)^3$	**3.** $\alpha^3-2\alpha\beta-\beta^3$
δ. $(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)$	**4.** $\alpha^3-\beta^3$
	6. $\alpha^2+2\alpha\beta-\beta^2$
	7. $\alpha^3-2\alpha^2\beta+2\alpha\beta^2-\beta^3$
	8. $\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3$
	9. $\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2$
	10. $\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$

Α2. Να συμπληρώσετε και να <u>**αποδείξετε**</u> την ταυτότητα $(\alpha+\beta)^3=\ldots$

ΘΕΜΑ Β

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

Β1. Το ανάπτυγμα του $(x+3)^2$ είναι:

Α. x^2+9 **Β.** x^2+6x+6 **Γ.** x^2+6x+9 **Δ.** x^2-6x+9

Β2. Το ανάπτυγμα του $(x-1)^3$ είναι:

Α. x^3-1^3 **Β.** x^3-3x+1^3 **Γ.** x^3-2x^2+2x-1 **Δ.** x^3-3x^2+3x-1

Β3. Το ανάπτυγμα του $(2x-1)^2$ είναι:

Α. $4x^2-2x+1$ **Β.** $4x^2-1$ **Γ.** $2x^2+4x-1$ **Δ.** $4x^2-4x+1$

Β4. Το ανάπτυγμα του $(1+2x)(2x-1)$ είναι:

Α. $1-2x^2$ **Β.** $2x^2-1$ **Γ.** $4x^2-1$ **Δ.** $1-4x^2$

Β5. Το ανάπτυγμα του $(3x+4y)^2$ είναι:

Α. $9x^2+24xy+4y^2$ **Β.** $9x^2+24xy+16y^2$ **Γ.** $9x^2+12xy+16y^2$ **Δ.** $9x^2+16y^2$

Β6. Η παράσταση $(x+y)^2+(x-y)^2$ είναι ίση με:

Α. $2x^2+2y^2$ **Β.** $2x^2-2y^2$ **Γ.** $4xy$ **Δ.** $2x^2$

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα πολυώνυμα $A(x)=(x+4)^2+x(x-13)$ και $B(x)=(3x+2)^2-2(2x-1)^2-x(25-x)$.

Γ1. Να γράψετε το πολυώνυμο $A(x)$ κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x.

Γ2. Να γράψετε το πολυώνυμο $B(x)$ κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x.

Γ3. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x)=A(x)-B(x)$ είναι σταθερό.

ΘΕΜΑ Δ

Θεωρούμε τον πραγματικό αριθμό $\alpha=5+2\sqrt{6}$.

Δ1. Να δείξετε ότι ο αντίστροφος του α είναι ο αριθμός $5-2\sqrt{6}$.

Δ2. Να δείξετε ότι ο αριθμός $\alpha+\frac{1}{\alpha}$ είναι φυσικός αριθμός.

Δ3. Να δείξετε ότι $\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}=98$.

Απαντήσεις

ΘΕΜΑ Α

Α1.

α.	**β.**	**γ.**	**δ.**
10	9	8	2

Α2. Η απόδειξη της ταυτότητας $(\alpha+\beta)^3=\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$ βρίσκεται στην σελίδα 44 του σχολικού βιβλίου.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Γ
Β2. Δ
Β3. Δ
Β4. Γ
Β5. Β
Β6. Α

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$$A(x)=(x+4)^2+x(x-13)$$
$$A(x)=x^2+2\cdot x\cdot 4+4^2+x^2-13x$$
$$A(x)=x^2+8x+16+x^2-13x$$
$$A(x)=2x^2-5x+16$$

Γ2.

$$B(x)=(3x+2)^2-2(2x-1)^2-x(25-x)$$
$$B(x)=(3x)^2+2\cdot 3x\cdot 2+2^2-2[(2x)^2-2\cdot 2x\cdot 1+1^2]-25x+x^2$$
$$B(x)=9x^2+12x+4-2[4x^2-4x+1]-25x+x^2$$
$$B(x)=9x^2+12x+4-8x^2+8x-2-25x+x^2$$
$$B(x)=2x^2-5x+2$$

Γ3.

$$P(x)=A(x)-B(x)$$
$$P(x)=2x^2-5x+16-(2x^2-5x+2)$$
$$P(x)=2x^2-5x+16-2x^2+5x-2$$
$$P(x)=14 \qquad \text{άρα, σταθερό.}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Αρκεί να δείξουμε ότι οι δυο αριθμοί έχουν γινόμενο 1. Πράγματι:

$$(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})=5^2-(2\sqrt{6})^2$$

$$=25-4\cdot 6$$

$$=25-24=1$$

Δ2. Αφού ο αντίστροφος του $\alpha=5+2\sqrt{6}$ είναι ο $\frac{1}{\alpha}=5-2\sqrt{6}$, ισχύει:

$$\alpha+\frac{1}{\alpha}=5+2\sqrt{6}+5-2\sqrt{6}=10 \text{ που είναι φυσικός.}$$

Δ3.

$$\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}=(5+2\sqrt{6})^2+(5-2\sqrt{6})^2$$

$$\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}=25+2\cdot 5\cdot 2\sqrt{6}+(2\sqrt{6})^2+25-2\cdot 5\cdot 2\sqrt{6}+(2\sqrt{6})^2$$

$$\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}=25+20\sqrt{6}+24+25-20\sqrt{6}+24$$

$$\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}=98$$