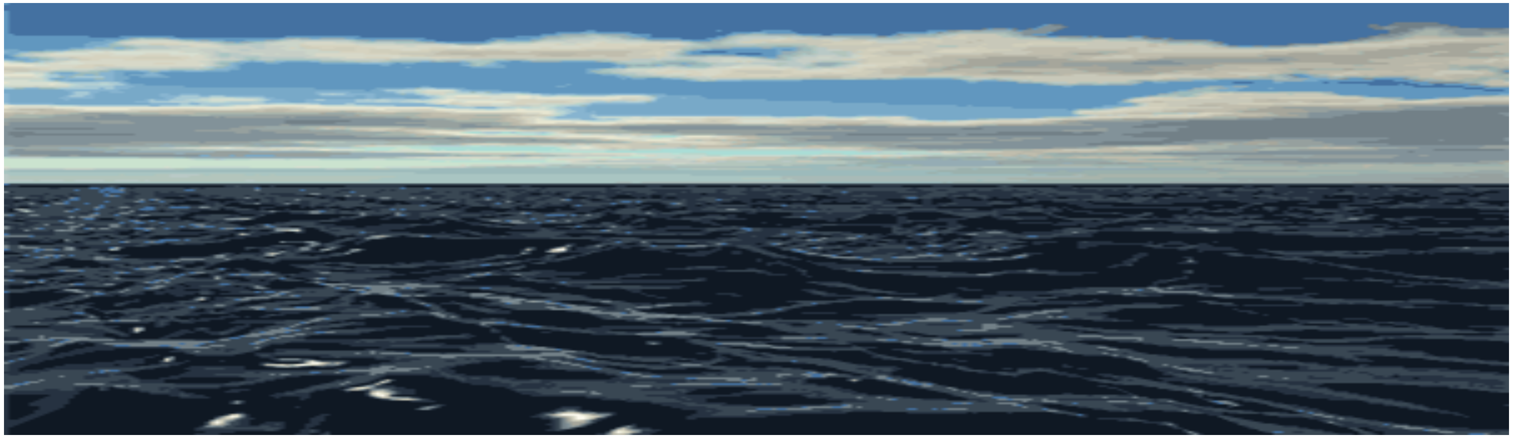
ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ



Κύμα ονομάζουμε τη διάδοση μιας διαταραχής από σημείο σε σημείο του χώρου με ορισμένη ταχύτητα.

Για τη δημιουργία ενός μηχανικού κύματος χρειάζονται:

☑ Η πηγή της διαταραχής ή πηγή του κύματος, δηλαδή η αιτία που θα προκαλέσει τη διαταραχή (π.χ. ο άνεμος) και

☑ Ένα ελαστικό μέσο στο οποίο κάθε μόριο αλληλεπιδρά με τα γειτονικά του (π.χ. θάλασσα).

ΠΡΟΣΟΧΗ:

1. Κατά τη διάδοση ενός κύματος δεν έχουμε μεταφορά ύλης από μία περιοχή του μέσου σε μία άλλη.

2. Τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται γύρω από τη θέση ισορροπίας τους, αλλά δεν αλλάζουν θέση ισορροπίας.

3. Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια και ορμή από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο, όχι όμως και ύλη.

4. Η **ταχύτητα διάδοσης** του κύματος μπορεί να βρεθεί από τη σχέση:

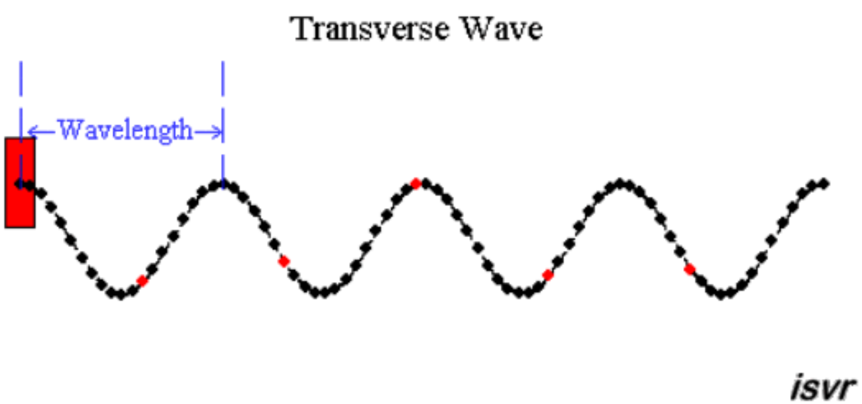
$$\boxed{\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

Όπου Δx η απόσταση που διαδίδεται η διαταραχή σε χρονική διάρκεια Δt.

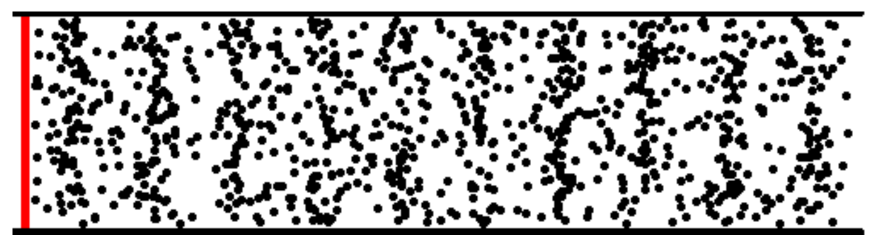
Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΤΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ ΕΞΑΡΤΑΤΑΙ ΜΟΝΟ ΑΠΟ ΤΟ ΜΕΣΟ ΔΙΑΔΟΣΗΣ, ΔΗΛΑΔΗ ΑΠΟ ΤΙΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥ, ΤΑ ΦΥΣΙΚΑ ΤΟΥ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ.

Ανάλογα με τη διεύθυνση που ταλαντώνονται τα μόρια του ελαστικού μέσου, σε σχέση με τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος διακρίνονται σε:

Εγκάρσια, όταν η διεύθυνση της ταλάντωσης των μορίων είναι κάθετη σε σχέση με τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Έτσι δημιουργούνται «όρη και κοιλάδες» .



Διαμήκη, όταν η διεύθυνση της ταλάντωσης των μορίων είναι παράλληλη στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Έτσι δημιουργούνται «πυκνώματα και αραιώματα» .



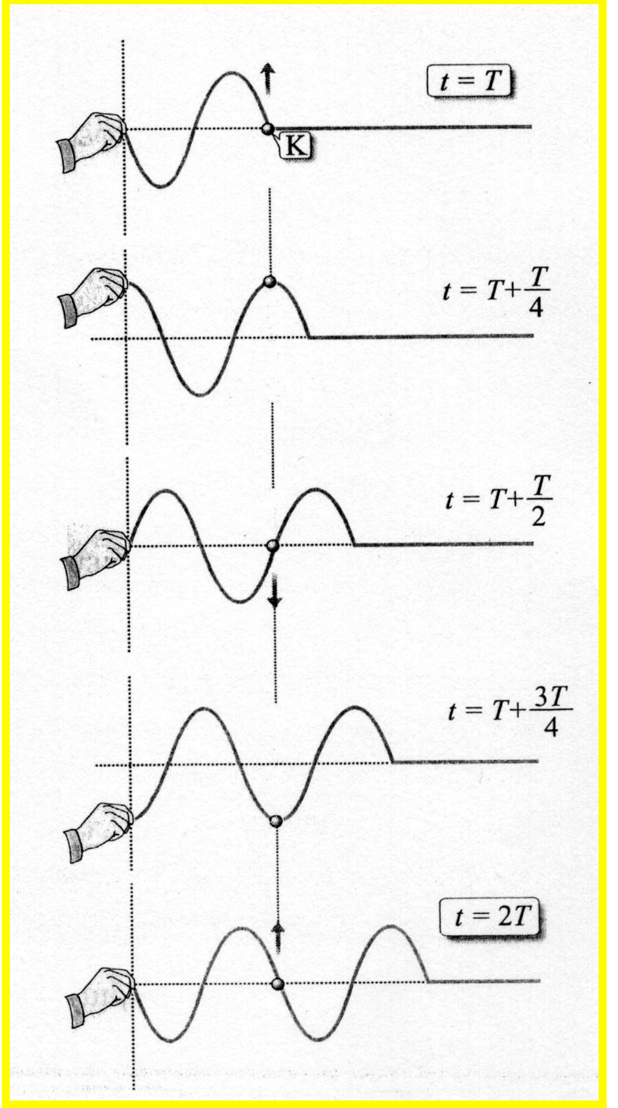
επίσης…

Αν η πηγή του κύματος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, τότε κάθε μόριο του ελαστικού μέσου θα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και το μηχανικό κύμα τότε λέγεται **αρμονικό κύμα**.

Περίοδος, του κύματος είναι το χρονικό διάστημα στο οποίο οποιοδήποτε μόριο εκτελεί μια πλήρη ταλάντωση.

Σε μία περίοδο του κύματος η κυματική εικόνα επαναλαμβάνεται.

άρα **συχνότητα**, του κύματος είναι η συχνότητα με την οποία ταλαντώνονται τα μόρια του ελαστικού μέσου.

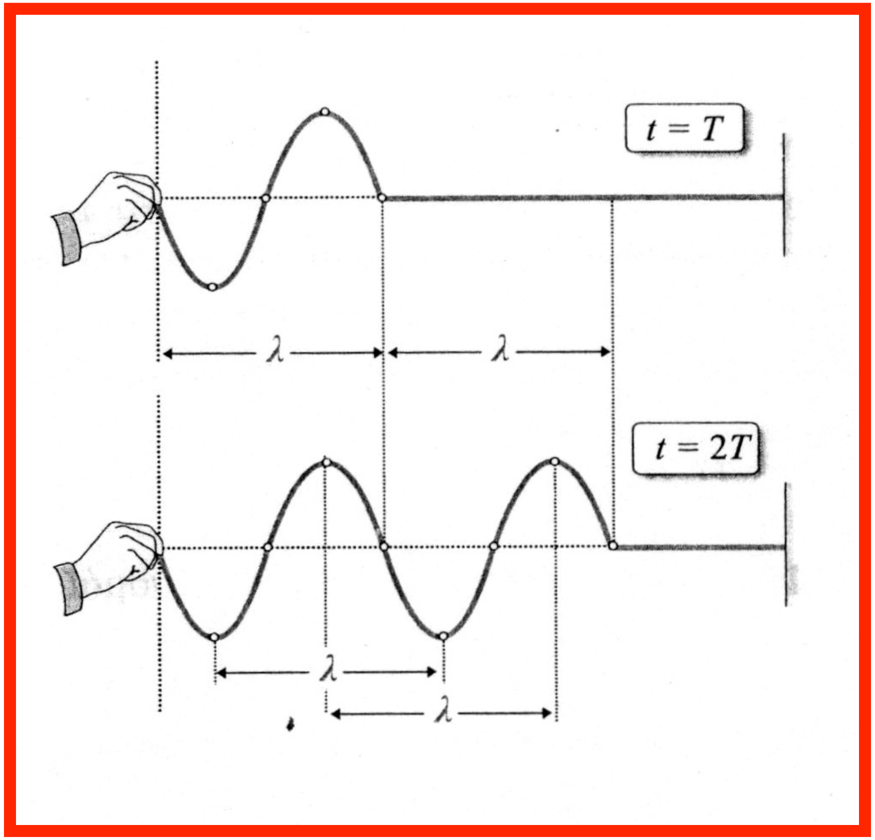


Ορίζουμε ως **Μήκος Κύματος (λ)** την απόσταση που διαδίδεται το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου.

Το μήκος κύματος είναι και η απόσταση δύο διαδοχικών σημείων του μέσου τα οποία την ίδια χρονική στιγμή έχουν την ίδια απομάκρυνση και κινούνται κατά την ίδια φορά.

Το μήκος κύματος συμβολίζεται με **λ** και

μονάδα μέτρησης του στο SI είναι το **1 m**.



Θεμελιώδης Εξίσωση της Κυματικής

Επειδή το κύμα διαδίδεται με σταθερή ταχύτητα, ισχύει όπως έχουμε δει:

$$\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = \upsilon \cdot \Delta t$$

Αν θέσουμε χρόνο μιας περιόδου **Δt=T**, τότε η απόσταση που διανύει η διαταραχή, είναι από τον ορισμό ίση με ένα μήκος κύματος **Δx=λ** .

Επομένως:

$$\Delta x = \upsilon \cdot \Delta t \Rightarrow \lambda = \upsilon \cdot T \Rightarrow \lambda = \upsilon \cdot \frac{1}{f} \Rightarrow$$

$$\boxed{\upsilon = \lambda \cdot f}$$

<u>ΠΡΟΣΟΧΗ</u>:

1. Η περίοδος T και η συχνότητα f του κύματος ορίζονται από την ταλάντωση της πηγής του κύματος.

2. Το μήκος κύματος λ εξαρτάται και από το μέσο διάδοσης και από τη συχνότητα του κύματος.

3. Η ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα, δεν είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι σταθερή ενώ η ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων μεταβάλλεται.

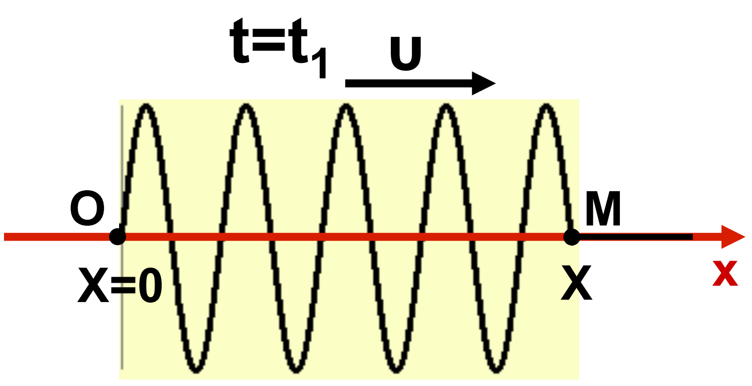
Μαθηματική Περιγραφή του αρμονικού κύματος

Ας υποθέσουμε ότι ένα αρμονικό κύμα ξεκινά από την πηγή του (θέση x=0) τη χρονική στιγμή t=0.

Στο σημείο x=0 η πηγή αρχίζει απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση:

$$\mathbf{y_0 = A \cdot \eta\mu\omega t}$$

Ένα τυχαίο σημείο Μ που **απέχει απόσταση x** από την πηγή θα είναι ακίνητο μέχρι το κύμα να φτάσει σε αυτό.



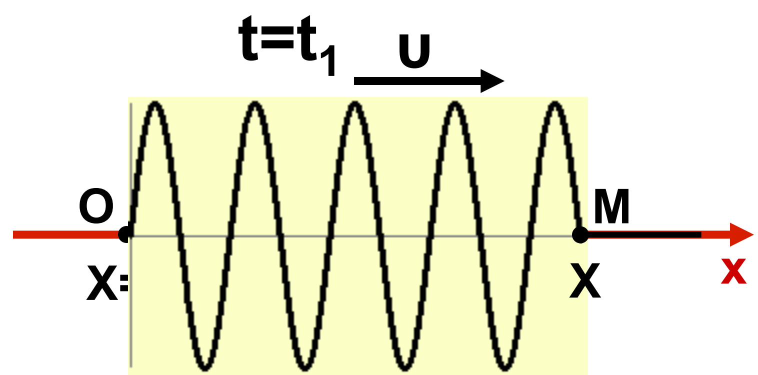
Το κύμα φτάνει στο Μ σε χρόνο t_1 :

$$\mathbf{\upsilon = \frac{x}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{x}{\upsilon}}$$

Οποιαδήποτε χρονική στιγμή t (μετά την t_1) η πηγή ταλαντώνεται για χρόνο ίσο με t , αλλά το τυχαίο σημείο Μ ταλαντώνεται για λιγότερο χρόνο ίσο με $t-t_1$ διότι το κύμα άργησε να φτάσει σε αυτό κατά t_1.

Συνεπώς τη χρ. στιγμή t η απομάκρυνση της πηγής δίνεται από τη σχέση

$$y_0 = A \cdot \eta\mu\,\omega t\,,$$



αλλά για το τυχαίο σημείο Μ *η απομάκρυνση δίνεται από τη σχέση:*

$$y = A \cdot \eta\mu\omega(t - t_1)$$

$$y = A \cdot \eta\mu\omega\,(t - t_1) \Rightarrow y = A \cdot \eta\mu\omega\,(t - \frac{x}{\upsilon}) \Rightarrow$$

$$y = A \cdot \eta\mu\,\frac{2\pi}{T}(t - \frac{x}{\upsilon}) \Rightarrow y = A \cdot \eta\mu 2\pi\,(\frac{t}{T} - \frac{x}{\upsilon \cdot T}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y = A \cdot \eta\mu 2\pi\,(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})}$$

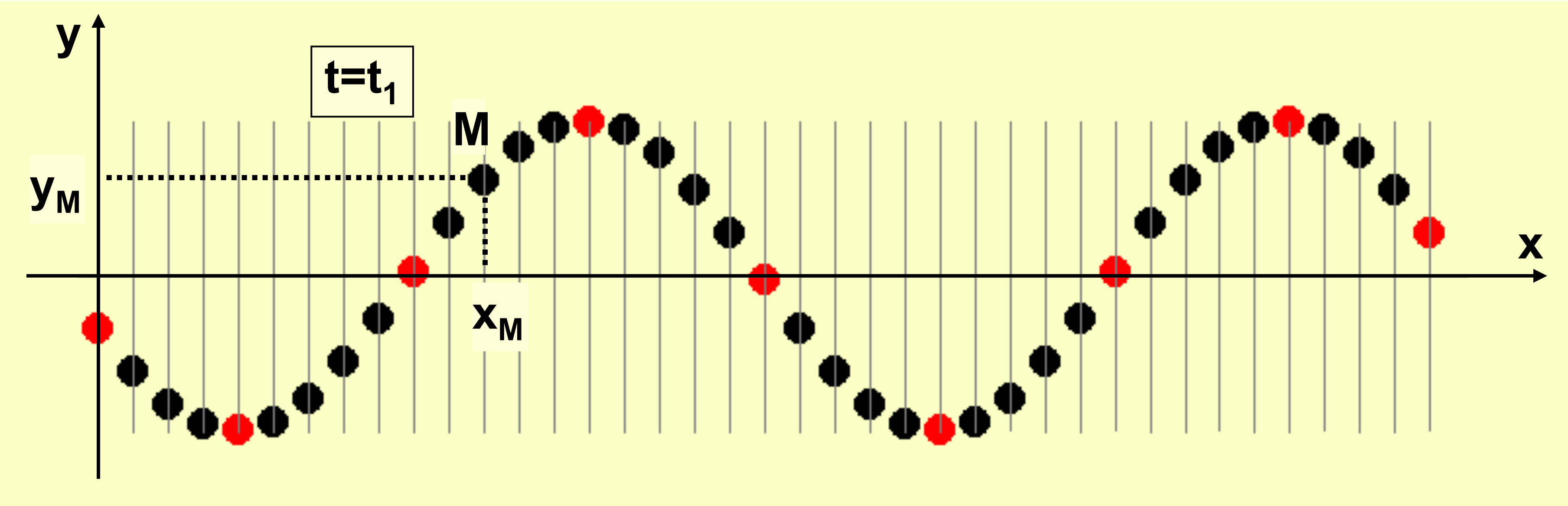
Εξίσωση αρμονικού κύματος
(όταν η διάδοση
γίνεται προς τα δεξιά *)

*Αν η διάδοση γίνεται προς τ' αριστερά τότε η εξίσωση είναι:

$$y = A \cdot \eta\mu 2\pi\,(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda})$$

$$y = A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Η εξίσωση του αρμονικού κύματος περιγράφει την απομάκρυνση y από τη θέση ισορροπίας, όλων των μορίων του ελαστικού μέσου, κάθε χρονική στιγμή t.



<u>Παράδειγμα</u>: x_M είναι η θέση του μορίου Μ στον x-άξονα. Η θέση του Μ δεν αλλάζει ποτέ κατά τη διάδοση του κύματος.

y_M είναι η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του Μ τη χρονική στιγμή t_1.

δηλαδή ισχύει: $$y_M = A \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_M}{\lambda}\right)$$

ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΟ ΤΟΥ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Αν θέσουμε συγκεκριμένη τιμή για το χρόνο στην εξίσωση του αρμονικού κύματος, παίρνουμε μία εξίσωση y=f(x).

Παράδειγμα: για τη χρονική στιγμή t′ η εξίσωση του κύματος γίνεται:

$$\mathbf{y = A \cdot \eta\mu 2\pi(\frac{t'}{T} - \frac{x}{\lambda})}$$

ή

$$\mathbf{y = A \cdot \eta\mu 2\pi(c - \frac{x}{\lambda})}$$

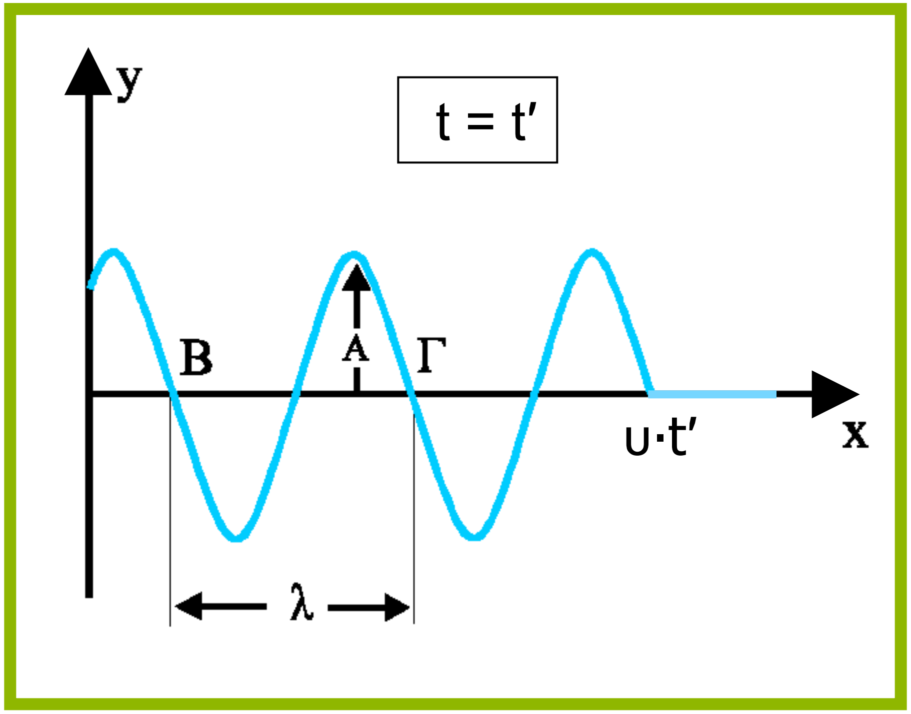
όπου c το σταθερό πηλίκο t′/T

$$\mathbf{y = A \cdot \eta\mu 2\pi(c - \frac{x}{\lambda})}$$

Η σχέση είναι της μορφής y=f(x) και η γραφική της παράσταση εκφράζει την εικόνα (στιγμιότυπο) του κύματος τη χρονική στιγμή t′.

Ένα στιγμιότυπο μπορεί να έχει τη μορφή του διπλανού σχήματος.

Το γινόμενο υ·t′ είναι η θέση όπου έχει φτάσει το κύμα τη χρονική στιγμή t′ .



ΦΑΣΗ ΤΟΥ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Η φάση (φ) του κύματος είναι ό,τι περιέχει το ημίτονο στην εξίσωση του αρμονικού κύματος.

Άρα αν το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά:

$$\boxed{\boldsymbol{\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)}}$$

Η φάση είναι διαφορετική για κάθε υλικό σημείο του ελαστικού μέσου, κάθε χρονική στιγμή.

<u>Ένα στιγμιότυπο της φάσης</u>:

Θέτοντας συγκεκριμένη τιμή χρόνου (t=t′) παίρνουμε φάση:

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{t'}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow \varphi = 2\pi\frac{t'}{T} - 2\pi\frac{x}{\lambda} \Rightarrow \boxed{\varphi = C - 2\pi\frac{x}{\lambda}}$$

Όπου C σταθερά: $\boxed{C = 2\pi\frac{t'}{T}}$

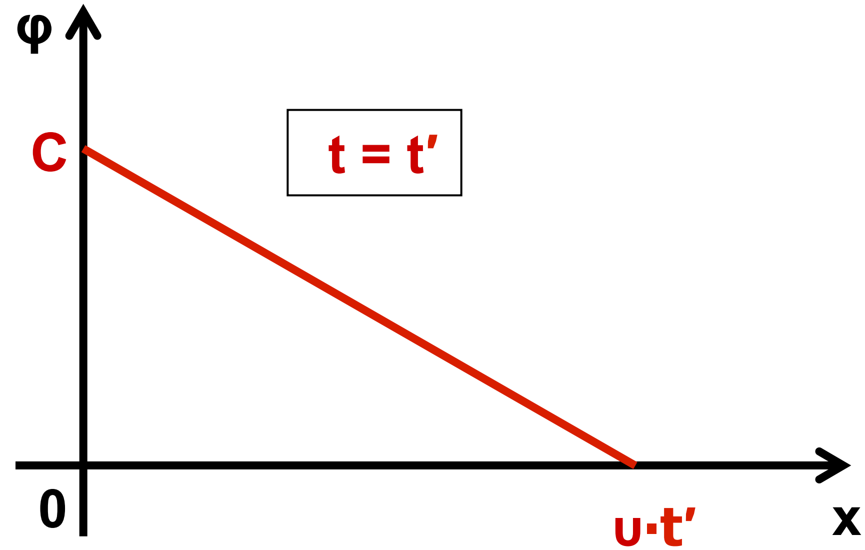
$$\boxed{\varphi = C - 2\pi\frac{x}{\lambda}}$$

Η γραφική παράσταση της φάσης τη χρονική στιγμή t′ είναι της μορφής:

Για φ=0 : $0 = 2\pi\frac{t'}{T} - 2\pi\frac{x}{\lambda} \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\pi\frac{t'}{T} = 2\pi\frac{x}{\lambda} \Rightarrow x = \frac{t' \cdot \lambda}{T} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \upsilon \cdot t'$ Το γινόμενο υ·t′ είναι η θέση όπου έχει φτάσει το κύμα τη χρονική στιγμή t′ .



Από τη μορφή του γραφήματος καταλαβαίνουμε ότι:

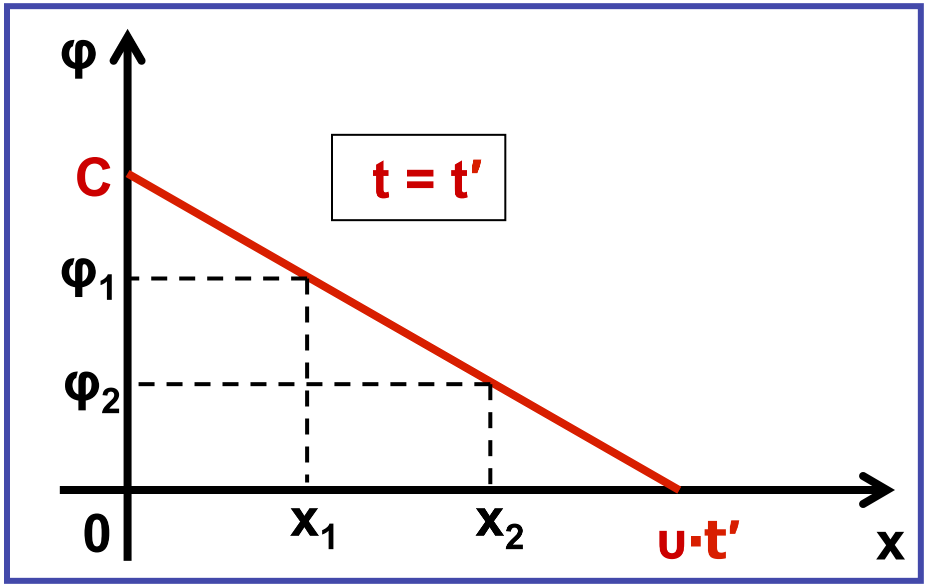
ΤΟ ΚΥΜΑ ΜΕΤΑΔΙΔΕΤΑΙ ΠΡΟΣ ΤΗ ΦΟΡΑ ΕΚΕΙΝΗ ΟΠΟΥ Η ΦΑΣΗ ΕΙΝΑΙ ΜΙΚΡΟΤΕΡΗ

Η Διαφορά Φάσης δύο υλικών σημείων την ίδια στιγμή

Τη στιγμή t′ οι φάσεις δύο υλικών σημείων x_1 και x_2 είναι:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= 2\pi\left(\frac{t'}{T}-\frac{x_1}{\lambda}\right) \\ \varphi_2 &= 2\pi\left(\frac{t'}{T}-\frac{x_2}{\lambda}\right) \end{aligned}\right\}$$

Αφαιρώντας κατά μέλη έχουμε:



$$\varphi_1-\varphi_2 = 2\pi\left[\frac{t'}{T}-\frac{x_1}{\lambda}-\left(\frac{t'}{T}-\frac{x_2}{\lambda}\right)\right] \Rightarrow$$

$$\varphi_1-\varphi_2 = 2\pi\left(\frac{x_2}{\lambda}-\frac{x_1}{\lambda}\right) \Rightarrow$$

$$\boxed{\varphi_1-\varphi_2 = 2\pi\frac{x_2-x_1}{\lambda}}$$

ή

$$\boxed{|\Delta\varphi| = 2\pi\frac{|\Delta x|}{\lambda}}$$

Δx: η απόσταση (d) των δύο υλικών σημείων.

Η Μεταβολή Φάσης ενός υλικού σημείου x′ σε δύο στιγμές t_1 και t_2

Τις στιγμές t_1 και t_2 το υλικό σημείο που βρίσκεται στη θέση x′ έχει φάσεις:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x'}{\lambda}\right) \\ \varphi_2 &= 2\pi\left(\frac{t_2}{T} - \frac{x'}{\lambda}\right) \end{aligned}\right\}$$

Αφαιρώντας κατά μέλη έχουμε:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\left[\frac{t_1}{T} - \frac{x'}{\lambda} - \left(\frac{t_2}{T} - \frac{x'}{\lambda}\right)\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{t_2}{T}\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\frac{t_1 - t_2}{T}}$$

ή $\boxed{|\Delta\varphi| = 2\pi\frac{|\Delta t|}{T}}$ ή $\boxed{|\Delta\varphi| = \omega \cdot |\Delta t|}$

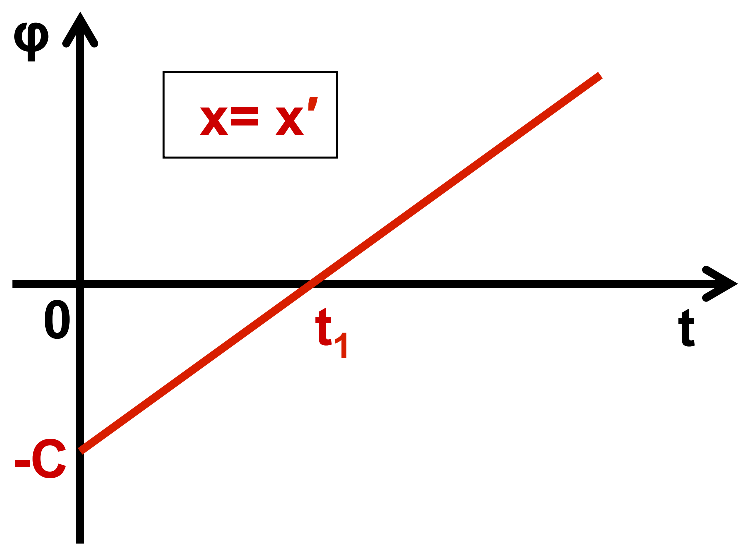
Η γραφική παράσταση της φάσης ενός υλικού σημείου σε συνάρτηση με το χρόνο

Για το υλικό σημείο που βρίσκεται στη θέση x′ , η φάση είναι:

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda}\right) \Rightarrow \varphi = 2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x'}{\lambda} \Rightarrow \boxed{\varphi = 2\pi\frac{t}{T} - C} \quad (1)$$

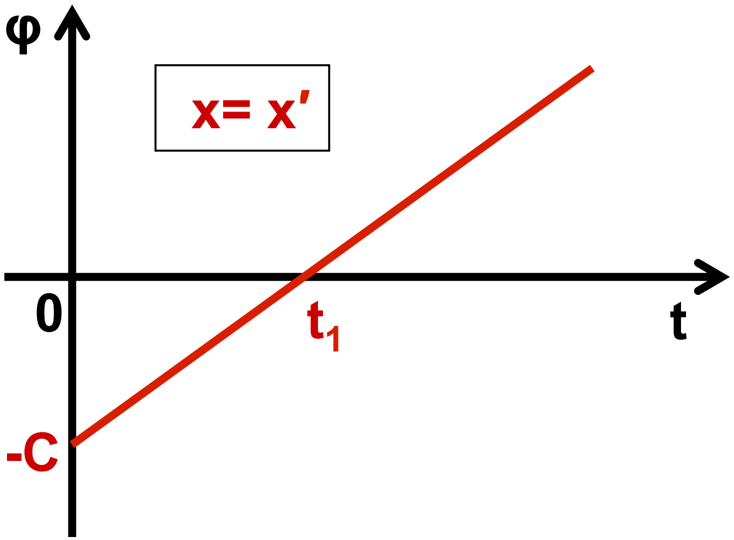
Όπου C η σταθερά: $C = 2\pi\frac{x'}{\lambda}$

Η (1) γραφικά παριστάνεται ως εξής:



$$\boxed{\varphi = 2\pi\frac{t}{T} - C} \quad (1)$$

Όπου C η σταθερά: $C = 2\pi\frac{x'}{\lambda}$



Η χρονική στιγμή t_1 μπορεί να βρεθεί θέτοντας στην (1) όπου φ=0.

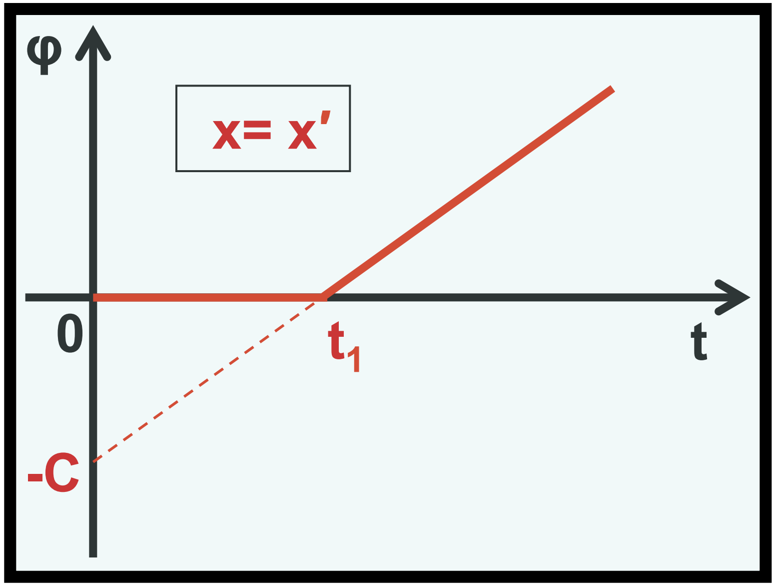
$$0 = 2\pi\frac{t_1}{T} - C \Rightarrow 0 = 2\pi\frac{t_1}{T} - 2\pi\frac{x'}{\lambda} \Rightarrow$$

$$2\pi\frac{t_1}{T} = 2\pi\frac{x'}{\lambda} \Rightarrow \frac{t_1}{T} = \frac{x'}{\lambda} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{\lambda}x' \Rightarrow$$

$$\boxed{t_1 = \frac{x'}{\upsilon}}$$

Ο χρόνος t_1 είναι ο χρόνος που χρειάζεται το κύμα για να διανύσει απόσταση x', δηλαδή ο χρόνος που απαιτείται ώστε το κύμα να φτάσει στο υλικό σημείο που βρίσκεται στη θέση x'.

Μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 που το κύμα φτάνει στο x′ , η φάση θεωρείται μηδέν και όχι αρνητική. Συνεπώς η γραφική παράσταση γίνεται όπως αυτή που βλέπουμε στο σχήμα.



Υλικά σημεία που είναι σε «συμφωνία φάσης»

Τα σημεία αυτά λέγονται και «συμφασικά» και η φάση τους διαφέρει κατά ακέραιο πολλαπλάσιο του 2π.

$$\boxed{\varphi_1 - \varphi_2 = \kappa \cdot 2\pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\pi \frac{x_2 - x_1}{\lambda} = \kappa \cdot 2\pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x_2 - x_1 = \kappa \cdot \lambda}$$

ή $\boxed{|\Delta x| = \kappa \cdot \lambda}$

<u>Άρα</u>: Η απόσταση των θέσεων των συμφασικών υλικών σημείων είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος.

Υλικά σημεία που είναι σε «αντίθεση φάσης»

Τα σημεία αυτά, έχουν διαφορά φάσης που είναι περιττό πολλαπλάσιο του π.

$$\boxed{\varphi_1 - \varphi_2 = (2\kappa + 1)\cdot \pi} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 2\pi \frac{x_2 - x_1}{\lambda} = (2\kappa + 1)\cdot \pi \quad \Rightarrow$$

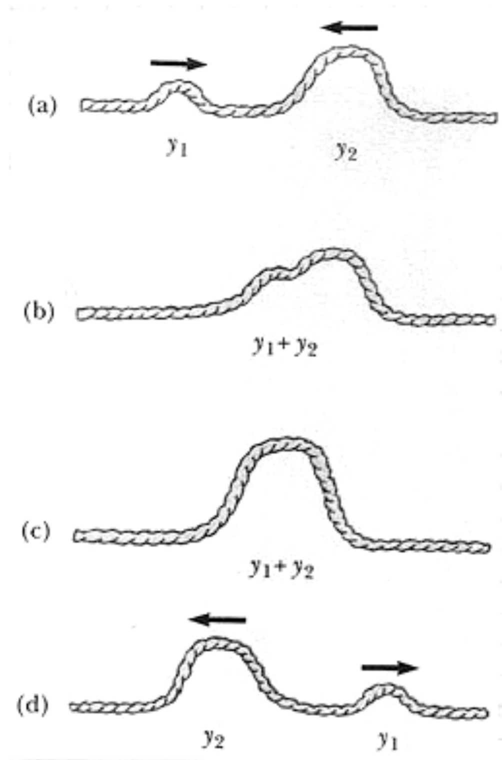
$$\Rightarrow \quad \boxed{x_2 - x_1 = (2\kappa + 1)\cdot \frac{\lambda}{2}}$$

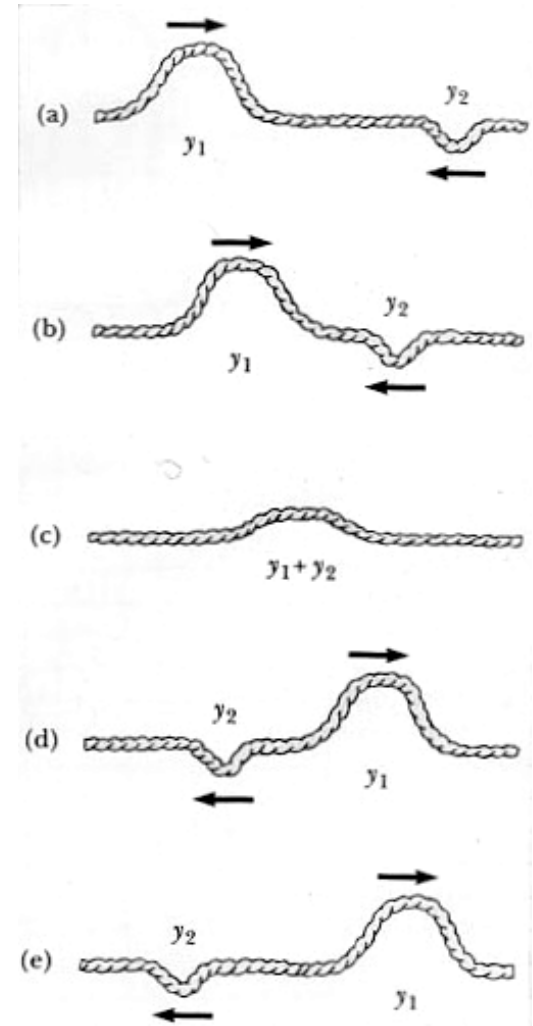
$$\text{ή} \quad \boxed{|\Delta x| = (2\kappa + 1)\cdot \frac{\lambda}{2}}$$

<u>Άρα</u>: Η απόσταση των θέσεων των υλικών σημείων που είναι σε αντίθεση φάσης είναι περιττό πολλαπλάσιο του λ/2 .

ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ (ή ΥΠΕΡΘΕΣΗ) ΚΥΜΑΤΩΝ

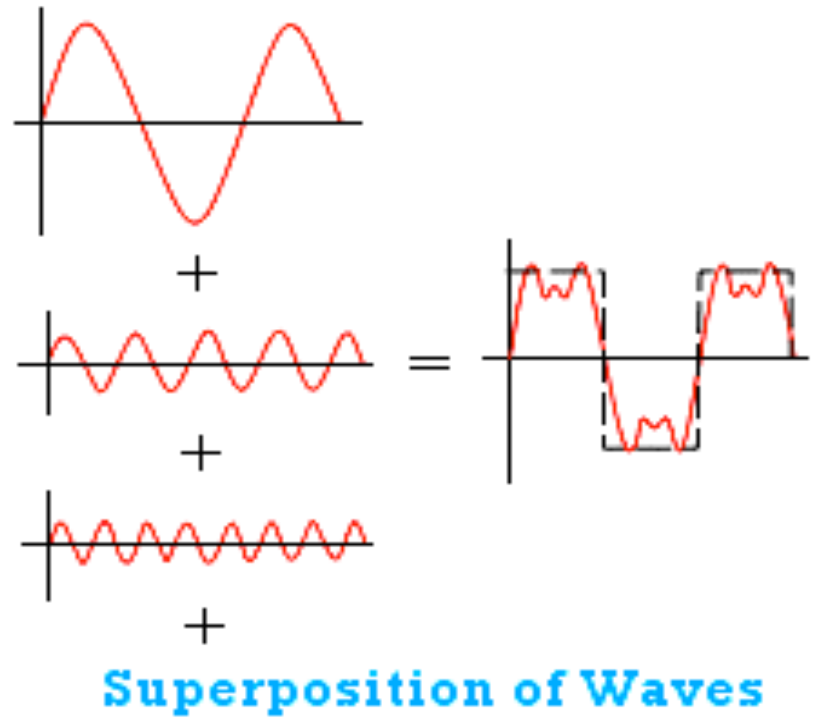
Αρχή της επαλληλίας: όταν σ' ένα ελαστικό μέσο διαδίδονται δύο ή περισσότερα κύματα, η απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου είναι ίση με τη συνισταμένη των απομακρύνσεων που οφείλονται στα επιμέρους κύματα.





ΠΡΟΣΟΧΗ:

1. Τα κυματικά φαινόμενα που απαντούν στη φύση είναι συνήθως αρκετά σύνθετα. Όπως την κίνηση ενός βλήματος την αναλύουμε σε συνιστώσες, οριζόντια και κατακόρυφη, ένα σύνθετο κύμα μπορούμε να το θεωρήσουμε ως αποτέλεσμα της επαλληλίας ενός αριθμού αρμονικών κυμάτων, με επιλεγμένα πλάτη και μήκη κύματος.



ΠΡΟΣΟΧΗ:

2. Η αρχή της επαλληλίας παραβιάζεται μόνο όταν τα κύματα είναι τόσο ισχυρά ώστε να μεταβάλλουν τις ιδιότητες του μέσου στο οποίο διαδίδονται (όταν οι δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια του μέσου δεν είναι ανάλογες της απομάκρυνσης). Τέτοιες περιπτώσεις όπου δεν ισχύει η αρχή της επαλληλίας, έχουμε στα κύματα που δημιουργούνται από μια έκρηξη.

3. Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται «συμβολή» .

ΣΥΜΒΟΛΗ ΔΥΟ ΚΥΜΑΤΩΝ ΣΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΥΓΡΟΥ

Θα μελετήσουμε τη συμβολή δύο κυμάτων που διαδίδονται στην επιφάνεια ενός υγρού.

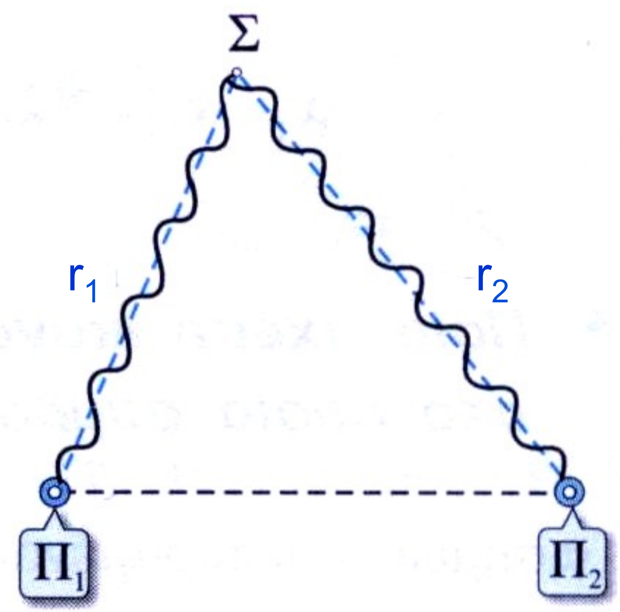
Θα διαπιστώσουμε ότι υπάρχουν σημεία που παραμένουν ακίνητα και άλλα που ταλαντώνονται πολύ έντονα .

Στα ακίνητα σημεία λέμε ότι τα κύματα **συμβάλλουν ακυρωτικά** (ακυρωτική συμβολή), ενώ σε αυτά που ταλαντώνονται πολύ έντοα τα κύματα **συμβάλλουν ενισχυτικά** (ενισχυτική συμβολή) .

Μαθηματική Περιγραφή Συμβολής

Έστω δύο σημεία $Π_1$ και $Π_2$ της επιφάνειας του υγρού είναι σύγχρονες πηγές παραγωγής κυμάτων, ίδιου πλάτους και ίδιας συχνότητας.

Έστω και ένα σημείο Σ της επιφάνειας που απέχει αποστάσεις r_1 και r_2 από τις δύο πηγές.



Η απομάκρυνση του Σ που οφείλεται σε κάθε κύμα χωριστά υπολογίζεται από τις εξισώσεις:

$$y_1 = A \cdot ημ2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{λ}\right) \quad \text{και} \quad y_2 = A \cdot ημ2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{λ}\right)$$

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας η απομάκρυνση του υλικού σημείου Σ κάθε χρ. στιγμή t είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των απομακρύνσεων y_1 και y_2 . Άρα:

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_1 + \mathbf{y}_2 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{y} = \mathbf{A} \cdot \left[\mathbf{ημ} 2\boldsymbol{\pi} \left(\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}} - \frac{\mathbf{r}_1}{\boldsymbol{\lambda}}\right) + \mathbf{ημ} 2\boldsymbol{\pi} \left(\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}} - \frac{\mathbf{r}_2}{\boldsymbol{\lambda}}\right) \right]$$

Χρησιμοποιώντας την τριγωνομετρική σχέση: $ημα + ημβ = 2 \cdot συν\left(\frac{α - β}{2}\right) \cdot ημ\left(\frac{α + β}{2}\right)$

έχουμε:

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \cdot \left[2 \cdot \mathbf{συν} \frac{2\boldsymbol{\pi}\left(\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}} - \frac{\mathbf{r}_1}{\boldsymbol{\lambda}} - \frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}} + \frac{\mathbf{r}_2}{\boldsymbol{\lambda}}\right)}{2} \cdot \mathbf{ημ} \frac{2\boldsymbol{\pi}\left(\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}} - \frac{\mathbf{r}_1}{\boldsymbol{\lambda}} + \frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}} - \frac{\mathbf{r}_2}{\boldsymbol{\lambda}}\right)}{2} \right]$$

$$\mathbf{y} = 2 \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{συν}\boldsymbol{\pi}\left(-\frac{\mathbf{r}_1}{\boldsymbol{\lambda}} + \frac{\mathbf{r}_2}{\boldsymbol{\lambda}}\right) \cdot \mathbf{ημ}\boldsymbol{\pi}\left(\frac{2\mathbf{t}}{\mathbf{T}} - \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{\boldsymbol{\lambda}}\right)$$

$$\mathbf{y} = 2 \cdot \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\sigma\upsilon\nu\pi}\left(\frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{\boldsymbol{\lambda}}\right) \cdot \boldsymbol{\eta\mu} 2\boldsymbol{\pi}\left(\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}} - \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2\boldsymbol{\lambda}}\right)$$

$$\mathbf{y} = 2 \cdot \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\sigma\upsilon\nu\pi}\left(\frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{\boldsymbol{\lambda}}\right) \cdot \boldsymbol{\eta\mu} 2\boldsymbol{\pi}\left(\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}} - \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2\boldsymbol{\lambda}}\right)$$

$$\boxed{\mathbf{y} = 2 \cdot \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\sigma\upsilon\nu\pi}\left(\frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{\boldsymbol{\lambda}}\right) \cdot \boldsymbol{\eta\mu} 2\boldsymbol{\pi}\left(\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}} - \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2\boldsymbol{\lambda}}\right)}$$

Η παραπάνω σχέση δείχνει ότι κάθε σημείο του υγρού εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T και με πλάτος που εξαρτάται από τη διαφορά r_1-r_2 των αποστάσεων του σημείου από τις δύο πηγές.

Το πλάτος ταλάντωσης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\left|\mathbf{A}'\right| = \left|2 \cdot \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\sigma\upsilon\nu\pi}\left(\frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{\boldsymbol{\lambda}}\right)\right|$$

και η φάση της ταλάντωσης από τη σχέση:

$$\boldsymbol{\phi} = 2\boldsymbol{\pi}\left(\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}} - \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2\boldsymbol{\lambda}}\right)$$

Ενισχυτική συμβολή

Ποια σχέση ικανοποιούν οι αποστάσεις r_1 , r_2 , για τα σημεία στα οποία συμβαίνει ενισχυτική συμβολή;

Στα σημεία αυτά το πλάτος της ταλάντωσης |Α΄| είναι μέγιστο και ίσο με 2Α:

$$|A'| = 2\cdot A \Rightarrow \left|2\cdot A\cdot \sigma\upsilon\nu\pi\left(\frac{r_1-r_2}{\lambda}\right)\right| = 2\cdot A \Rightarrow$$

$$2\cdot A\cdot \sigma\upsilon\nu\pi\left(\frac{r_1-r_2}{\lambda}\right) = \pm 2\cdot A \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\pi\left(\frac{r_1-r_2}{\lambda}\right) = \pm 1 \Rightarrow$$

$$\pi\frac{|r_1-r_2|}{\lambda} = N\pi$$

$$|r_1-r_2| = N\cdot\lambda \quad \text{όπου} \quad N = 0,1,2,\ldots$$

ή

$$r_1-r_2 = N\cdot\lambda \quad \text{όπου} \quad N = 0,\pm1,\pm2,\ldots$$

Ακυρωτική συμβολή

Ποια σχέση ικανοποιούν οι αποστάσεις r_1 , r_2 , για τα σημεία στα οποία συμβαίνει ακυρωτική συμβολή;

Στα σημεία αυτά το πλάτος της ταλάντωσης |Α΄| είναι μηδέν:

$$|A'| = 0 \Rightarrow \left|2 \cdot A \cdot \text{συνπ}\left(\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right)\right| = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{συνπ}\left(\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right) = 0 \Rightarrow \pi\frac{|r_1 - r_2|}{\lambda} = (2N+1)\frac{\pi}{2}$$

$$|r_1 - r_2| = (2N+1)\cdot\frac{\lambda}{2} \quad \text{όπου} \quad N = 0,1,2,\ldots$$

ή

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\cdot\frac{\lambda}{2} \quad \text{όπου} \quad N = 0,\pm 1,\pm 2,\ldots$$

Συνοψίζοντας έχουμε:

ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΗ ΣΥΜΒΟΛΗ

στα σημεία που ισχύει:

$$\left|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\right| = \mathrm{N} \cdot \boldsymbol{\lambda} \quad \textbf{όπου} \quad \mathrm{N} = 0{,}1{,}2{,}\ldots$$

ή

$$\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 = \mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\lambda} \quad \textbf{όπου} \quad \mathrm{N} = 0{,}\pm 1{,}\pm 2{,}\ldots$$

ΑΚΥΡΩΤΙΚΗ ΣΥΜΒΟΛΗ

στα σημεία που ισχύει:

$$\left|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\right| = \left(2\mathbf{N} + 1\right) \cdot \frac{\boldsymbol{\lambda}}{2} \quad \textbf{όπου} \quad \mathrm{N} = 0{,}1{,}2{,}\ldots$$

ή

$$\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 = \left(2\mathbf{N} + 1\right) \cdot \frac{\boldsymbol{\lambda}}{2} \quad \textbf{όπου} \quad \mathrm{N} = 0{,}\pm 1{,}\pm 2{,}\ldots$$

Είναι γνωστό ότι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων για τα οποία ισχύει $|r_1 - r_2|$=σταθερό είναι υπερβολή.

Κατά συνέπεια τα σημεία στα οποία συμβαίνει ενισχυτική και ακυρωτική συμβολή, βρίσκονται πάνω σε υπερβολές (εκτός από τα σημεία που βρίσκονται στη μεσοκάθετο του τμήματος που ενώνει τις δύο πηγές).

Στο σχήμα φαίνονται με συνεχόμενη σκούρα γραμμή οι υπερβολές ενισχυτικής συμβολής και με διακεκομμένη γραμμή οι υπερβολές ακυρωτικής συμβολής