

ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

1. ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΣΧΕΔΙΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Θεματική του σχεδίου μαθήματος:

Α §3.4 Η συνάρτηση $y=ax+b$, $b \neq 0$

Δημιουργός:

Κατσαρής Ηλίας

Βαθμίδα – Τάξη:

Δευτεροβάθμια – Β' Γυμνασίου (Β1)

Διδακτικές ώρες:

1 ώρα

Ενότητα του ΠΣ και Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ):

Θεματικό Πεδίο : Άλγεβρα

Θεματική Ενότητα : Συναρτήσεις

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ):

Οι μαθητές/τριες να είναι σε θέση:

Αλ.Σρ.8.11₁. να σχεδιάζουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax+b$, $b \neq 0$.

Αλ.Σρ.8.11₂. να εξηγούν τη σημασία των a , b στη συνάρτηση $y=ax+b$

(δηλ. να συνδέουν το πρόσημο του a με τα 4-μόρια στα οποία εκτείνεται η γρ. παράσταση της $y=ax+b$ και να συνδέουν το πρόσημο του b με την κατακόρυφη μετατόπιση της $y=ax$ κατά b μονάδες στον y').

Προαπαιτούμενες δυνατότητες μαθητών/τριών (γνωστικές και κοινωνικο-πολιτισμικές):

Σε επίπεδο γνωστικό:

- ορισμός συνάρτησης – πίνακας τιμών,
- καρτεσιανές συντεταγμένες – γραφική παράσταση συνάρτησης,
- η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax$ παριστάνει ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή αξόνων,
- στοιχειώδη γνώση χειρισμού του λογισμικού Geogebra.

Σε επίπεδο κοινωνικό – πολιτισμικό:

- συνεργατική μάθηση (συνεργασία για έναν κοινό στόχο),
- ενεργητική και ισότιμη συμμετοχή των μαθητών,
- εμπλοκή σε διαδικασίες διατύπωσης, διερεύνησης και ορισμών,
- τεκμηριωμένη διατύπωση των αποτελέσματα των μαθητών στο σύνολο της τάξης,
- αξιοποίηση εναλλακτικών μορφών αξιολόγησης (π.χ. ασκήσεις σε περιβάλλον e-class, σταυρόλεξο, Kahoot),
- αξιοποίηση εποπτικών και τεχνολογικών μέσων για την υποστήριξη των δραστηριοτήτων των μαθητών,
- εξοικείωση με χρήση τεχνολογίας Η/Υ στην καθημερινή και μαθησιακή τους πορεία.

Υποστηρικτικό υλικό:

- Αρχείο Geogebra : <https://www.geogebra.org/m/pmetrqjm>
- Σταυρόλεξο : <https://crosswordlabs.com/embed/34-yx>
- Παιχνίδι Kahoot : https://kahoot.it/challenge/03184564?challenge-id=be0653df-bcc5-4434-ae9b-88bd324e1251_1713021526000
- Το σενάριο όλο είναι αναρτημένο και στην προσωπική μου ιστοσελίδα: <https://blogs.sch.gr/katsaris>

2. ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΛΑΙΣΙΩΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ

A. Το θέμα και το μαθησιακό περιβάλλον

1. Το γνωστικό αντικείμενο είναι η συνάρτηση $y=ax+\beta$ (γραφική παράσταση – μελέτη των συντελεστών α, β).
2. Η διδασκαλία θα υλοποιηθεί στη φυσική αίθουσα, όπου οι μαθητές θα εργαστούν σε ομάδες των 4–5 ατόμων με βάση αφενός το φύλλο εργασίας που θα τους δοθεί και αφετέρου το αντίστοιχο αρχείο Geogebra που θα είναι προεγκατεστημένο στην επιφάνεια εργασίας του κάθε φορητού Η/Υ (Laptop).
3. Χρονική διάρκεια: 1 διδακτική ώρα.

B. Διδακτική μέθοδος και εργαλεία

Διδακτικά εργαλεία που θα χρησιμοποιηθούν είναι: φύλλο εργασίας, πίνακας, βιντεοπροβολέας και οι Η/Υ.

Η μέθοδος που θα εφαρμοστεί είναι η «καθοδηγούμενη ανακαλυπτική».

Συγκεκριμένα, οι μαθητές θα εμπλακούν σε δραστηριότητες με τις οποίες θα κληθούν να σχεδιάσουν τη γραφ. παράσταση της συνάρτησης $y=ax+\beta$ και να συνδέσουν το πρόσημο του α με τα τεταρτημόρια στα οποία αυτή εκτείνεται και το πρόσημο του β με την κατακόρυφη μετατόπιση της $y=ax$ στον άξονα $y'y$, με τη βοήθεια τόσο μέσω του φύλλου εργασίας όσο και μέσω της διάδρασής τους με το αντίστοιχο αρχείο περιβάλλοντος Geogebra (<https://www.geogebra.org/m/pmetrqjm>). Ο διδάσκοντας θα συμμετέχει στη διαδικασία με στοχευμένη βοήθεια και συστηματική καθοδήγηση.

Θα υπάρχει ομαδοσυνεργατική μάθηση καθώς οι μαθητές θα εργάζονται σε ομάδες. Σε κάθε ομάδα θα δοθεί ένα φύλλο εργασίας, στο οποίο θα συνεργάζονται με τους συμμαθητές τους. Όταν η κάθε δραστηριότητα θα έχει προχωρήσει αρκετά θα σηκωθεί ένας εκπρόσωπος της κάθε ομάδας για να παρουσιάσει την εργασία και να διατυπώσει τα σχετικά συμπεράσματα.

Γ. Αναμενόμενη διδακτική πορεία

• 1^η Φάση: Υλοποίηση 1^{ου} στόχου (1η Δραστηριότητα) – Μέση διάρκεια: 15 λεπτά

Στη φάση αυτή δίνεται στους μαθητές μία συνάρτηση και ζητείτε η συμπλήρωση του πίνακα τιμών της. Στη συνέχεια ζητείτε να παραστήσουν τα ζεύγη του πίνακα τιμών στο σύστημα των αξόνων και τους τίθεται το ερώτημα αν μπορούμε να ενώσουμε τα σημεία αυτά μεταξύ τους. Αναμένεται οι μαθητές να συμπεράνουν πως είναι πάνω στην ίδια ευθεία (στόχος 1).

Με το ερώτημα στο τέλος της φάσης θα αξιολογηθεί η επίτευξη του πρώτου στόχου.

• 2^η Φάση: Υλοποίηση 2^{ου} στόχου – 1^{ου} υποστόχου (2η Δραστηριότητα) – Μέση διάρκεια: 5 λεπτά

Ζητείτε από τους μαθητές τόσο ο υπολογισμός της κλίσης α τεσσάρων ευθειών της μορφής $y=ax+\beta$, $\beta \neq 0$ με τη βοήθεια της αντίστοιχης παράλληλης ευθείας $y=ax$ όσο και ο προσδιορισμός των τεταρτημορίων στα οποία αυτές εκτείνονται και αναμένεται να καταλήξουν στο συμπέρασμα πως όταν το α είναι θετικό η ευθεία $y=ax+\beta$, $\beta \neq 0$ εκτείνεται στο 1^ο & 3^ο 4–μόριο, ενώ όταν το α είναι αρνητικό, στο 2^ο & 4^ο 4–μόριο (στόχος 2 – υποστόχος 1). Με το ερώτημα στο τέλος της φάσης θα αξιολογηθεί η επίτευξη του δεύτερου στόχου (υποστόχος 1).

• 3^η Φάση: Υλοποίηση 2^{ου} στόχου – 2^{ου} υποστόχου (2η Δραστηριότητα) – Μέση διάρκεια: 5 λεπτά

Στη φάση αυτή ζητείτε από τους μαθητές η σύνδεση του προσήμου β της ευθείας $y=ax+\beta$, $\beta \neq 0$ με την κατακόρυφη μετατόπιση της $y=ax$ κατά β μονάδες στον άξονα $y'y$ και αναμένεται να καταλήξουν στο συμπέρασμα πως όταν το β είναι θετικό η $y=ax+\beta$, $\beta \neq 0$ προκύπτει από την κατακόρυφη μετατόπιση της $y=ax$ κατά β μονάδες προς τα πάνω στον άξονα $y'y$, ενώ όταν το β είναι αρνητικό, κατά β μονάδες προς τα κάτω στον $y'y$ (στόχος 2 – υποστόχος 2). Με το ερώτημα στο τέλος της φάσης θα αξιολογηθεί η επίτευξη του δεύτερου στόχου (υποστόχος 2).

• 4^η Φάση: Συστηματοποίηση συμπερασμάτων – Μέση διάρκεια: 5 λεπτά

Οι απαντήσεις και οι απόψεις όλων των ομάδων θα συζητηθούν στην ολομέλεια της τάξης.

Ο εκπ/κός συστηματοποιεί τα συμπεράσματα στα οποία έφτασαν οι μαθητές, ονοματίζει τη νέα γνώση και συνοψίζει με χρήση PowerPoint.

• 5^η Φάση: Αξιολόγηση – Μέση διάρκεια: 5 λεπτά

Το φύλλο εργασίας περιέχει 3 ερωτήσεις αξιολόγησης, ώστε να ελεγχθεί η υλοποίηση των τιθέμενων στόχων.

• 6^η Φάση: Κλείσιμο εκπαιδευτικής διαδικασίας – Μέση διάρκεια: 5 λεπτά

Θα γίνει (με χρήση Power Point) ανακεφαλαίωση του μαθήματος μέσω της λύσης του φύλλου αξιολόγησης των μαθητών. Ακολούθως, αφενός θα γίνει σύνδεση του μαθήματος με το επόμενο και αφετέρου θα δωθούν στους μαθητές οι αντίστοιχες εργασίες: Σταυρόλεξο, ασκήσεις σε περιβάλλον e – class & ασκήσεις από το σχ. Βιβλίο, που θα κληθούν να υλοποιήσουν ατομικά στο σπίτι τους για το επόμενο μάθημα. Αν υπάρξει χρόνος οι μαθητές θα παίξουν κι ένα σχετικό παιχνίδι στο Kahoot, διαφορετικά θα τους ανατεθεί κι αυτό ως επιπλέον εργασία για το σπίτι.

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Δραστηριότητα 1

Δίνεται η συνάρτηση $y=2x+1$ και ο πίνακας τιμών της:

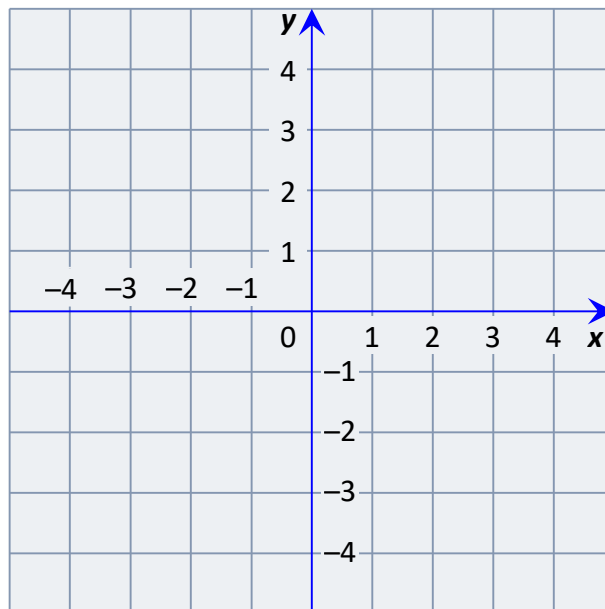
x	-2	-1	0	1	2
y					

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών.

Για $x = -2$, είναι: $y = \dots\dots\dots$ Για $x = 1$, είναι: $y = \dots\dots\dots$
Για $x = -1$, είναι: $y = \dots\dots\dots$ Για $x = 2$, είναι: $y = \dots\dots\dots$
Για $x = 0$, είναι: $y = \dots\dots\dots$

x	-2	-1	0	1	2
y					

2. Στο ορθογώνιο σύστημα, να παραστήσετε τα σημεία που προκύπτουν από τα παραπάνω ζεύγη (x, y) .



Σχήμα 1

3. Ανοίξτε το αρχείο «[η συνάρτηση \$y=ax+b\$ \(γραφική παράσταση, διερεύνηση των \$\alpha, \beta\$ \). ggb](#)»
Επιλέξτε την 1^η Δραστηριότητα του αρχείου Geogebra και εκτελέστε τα ερωτήματα A & B.
4. Προσπαθήστε να ενώσετε, στο παραπάνω σύστημα, τα σημεία μεταξύ τους (Σχήμα 1). Τι παρατηρείτε;
Επιβεβαιώστε την παρατήρηση εκτελώντας το ερώτημα Γ της 1^{ης} Δραστηριότητας του αρχείου Geogebra.

Συμπέρασμα 1: Όλα τα σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $y=ax+b, \beta \neq 0$
βρίσκονται πάνω στην ίδια

Σχόλιο: Όταν αναφερόμαστε στην ευθεία, που είναι η γραφ. παράσταση της συνάρτησης $y=ax+b$,
θα λέμε: η ευθεία με εξίσωση $y=ax+b$ ή απλώς η ευθεία $y=ax+b$.

5. Εκτελέστε τα ερωτήματα Δ & Ε της 1^{ης} Δραστηριότητας του αρχείου Geogebra.

- Σε ποιο σημείο η ευθεία $y=2x+1$ τέμνει τον άξονα y' ; → (Ερώτημα Δ)

Συμπέρασμα 2: Η ευθεία $y=ax+b, \beta \neq 0$ διέρχεται από το σημείο του άξονα y' .

- Αποκρύψτε τα σημεία A, B, Γ, Δ, E (Ερώτημα E).

6. Εκτελέστε τα ερωτήματα Z & Η της 1^{ης} Δραστηριότητας του αρχείου Geogebra.
- Εμφανίστε τη συνάρτηση $y=ax$ (Ερώτημα Z). Τι παρατηρείτε για τη σχετική θέση των δύο ευθειών;

Συμπέρασμα 3: Η ευθεία $y=ax+\beta$, $\beta \neq 0$ είναι της ευθείας

- Επιβεβαιώστε την παρατήρηση εκτελώντας το ερώτημα Η της 1^{ης} Δραστηριότητας του αρχείου Geogebra.

Γενικά : Κάθε συνάρτηση της μορφής $y=ax+\beta$, $\beta \neq 0$

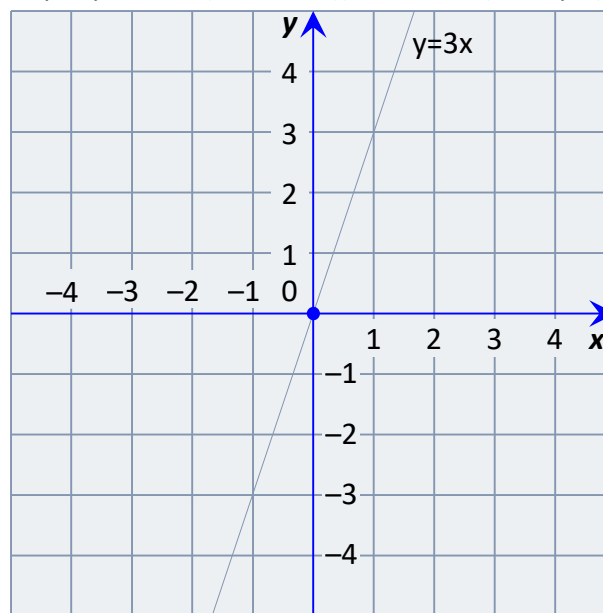
- Επαναφέρετε τους δρομείς a , β στις θέσεις $a=2$ και $\beta=1$ (Ερώτημα Θ).
- Τέλος, αποκρύψτε τη συνάρτηση $y=ax$ (Ερώτημα Ι).

Ερώτηση: Αν έχουμε σχεδιάσει την $y=2x$ μπορούμε να σχεδιάσουμε την $y=2x+1$ χωρίς να φτιάξουμε τον πίνακα τιμών της;

Ερώτηση 1

Στο σχήμα 1 φαίνεται η ευθεία με εξίσωση $y=3x$ (γκρι γραμμή).

Στο ίδιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων να σχεδιάσετε τις συναρτήσεις $y=3x+2$ και $y=3x-4$.

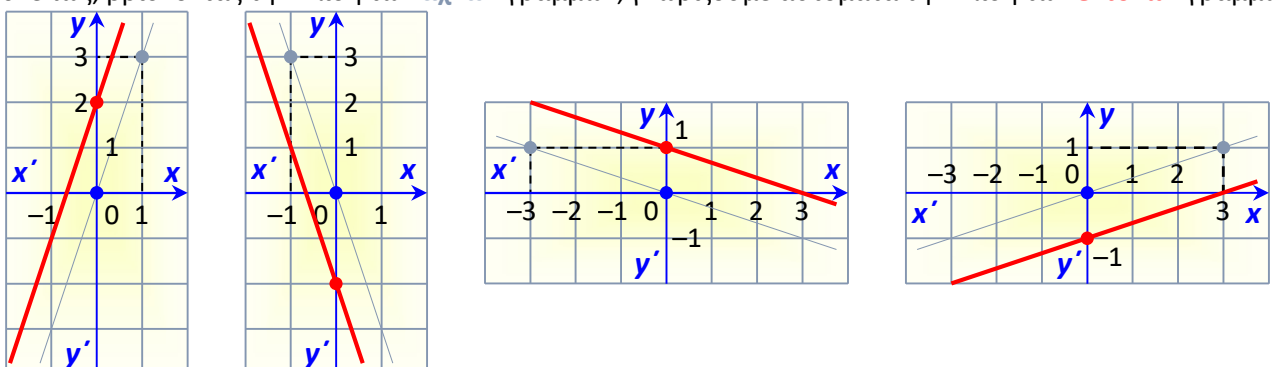


Σχήμα 1

Δραστηριότητα 2

Στα επόμενα σχήματα δίνονται οι γρ. παραστάσεις τεσσάρων ευθειών της μορφής $y=ax+\beta$ (**έντονες** γραμμές) που είναι αντίστοιχα **παράλληλες** στις ευθείες της μορφής $y=ax$ (**αχνές** γραμμές).

Καθώς οι **έντονες** και οι **αχνές** γραμμές είναι παράλληλες μεταξύ τους, οι ευθείες αυτές έχουν την ίδια κλίση a . Συνεπώς, βρίσκοντας την κλίση των **αχνών** γραμμών, γνωρίζουμε αυτόματα την κλίση των **έντονων** γραμμών.



1. Αν $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ οι κλίσεις των παραπάνω **έντονων** ευθειών αντίστοιχα, τότε:

$\alpha_1 = \dots\dots\dots$ $\alpha_2 = \dots\dots\dots$ $\alpha_3 = \dots\dots\dots$ $\alpha_4 = \dots\dots\dots$

2. Τα τεταρτημόρια στα οποία εκτείνονται οι **έντονες** ευθείες αντίστοιχα, είναι:

..... , , ,

3. Τι παρατηρείτε για την σχέση που έχει το πρόσημο του a με τα τεταρτημόρια που εκτείνεται η ευθεία;

- Επιβεβαιώστε την παρατήρηση εκτελώντας τα ερωτ. Α, Β & Γ της 2^{ης} Δραστηριότητας του αρχείου Geogebra.

Συμπέρασμα 4:

- Όταν το a είναι η ευθεία εκτείνεται στο τεταρτημόριο (Ερώτημα Β), ενώ
- Όταν το a είναι η ευθεία εκτείνεται στο τεταρτημόριο (Ερώτημα Γ).

Γενικά 2:

Ο αριθμός a , που, όπως γνωρίζουμε, λέγεται της ευθείας $y=ax$, λέγεται επίσης και της ευθείας $y=ax+b$, $b \neq 0$.

Ερώτηση 2

Μπορείτε να προσδιορίσετε τα τεταρτημόρια στα οποία εκτείνεται η ευθεία $\epsilon: y=-\sqrt{3}x+2024$;

Απάντηση

.....

Δραστηριότητα 3

Επιλέξτε την 3^η Δραστηριότητα του αρχείου Geogebra και εκτελέστε κατά σειρά τα ερωτήματα Α, Β, Γ, Δ & Ε.

- Εμφανίστε τη συνάρτηση $y=ax$ και μετακινήστε το δρομέα a στη θέση $a=2$ ($y=2x$) (Ερώτημα Α).
- Εμφανίστε την **κατακόρυφη** μετατόπιση που σημειώνεται με πράσινα κατακόρυφα βέλη (Ερώτημα Β).

1. Μπορείτε να παρατηρήσετε πόσο έχει μετατοπιστεί η ευθεία $y=2x$ για να προκύψει η $y=2x+1$;

Απάντηση:

2. Μπορείτε να εικάσετε πώς θα προκύψει η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=2x-3$ από την $y=2x$;

Απάντηση:

Επιβεβαιώστε την εικασία σας, μετακινώντας το δρομέα β στη θέση $\beta=-3$.

- Τι παρατηρείτε για την σχέση που έχει το πρόσημο του β με την μετατόπιση της $y=ax$ (Ερωτήματα Γ & Δ);

Συμπέρασμα 5:

- Όταν το β είναι η $y=ax$ μετατοπίζεται κατακόρυφα προς τα (Ερώτημα Γ), ενώ
- Όταν το β είναι η $y=ax$ μετατοπίζεται κατακόρυφα προς τα (Ερώτημα Δ).

Πατήστε το κουμπί «Κίνηση – Παύση», παρακολουθήστε την κίνηση και επιβεβαιώστε το συμπέρασμά σας.

3. Μετακινήστε το δρομέα β στη θέση $\beta=0$. Τι παρατηρείτε (Ερώτημα Ε);

Απάντηση:

Ερώτηση 3

Ποια ευθεία προκύπτει με κατακόρυφη μετατόπιση της $y=5x$ κατά 4 μονάδες προς τα κάτω στον y' ;

Να κυκλώσετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση:

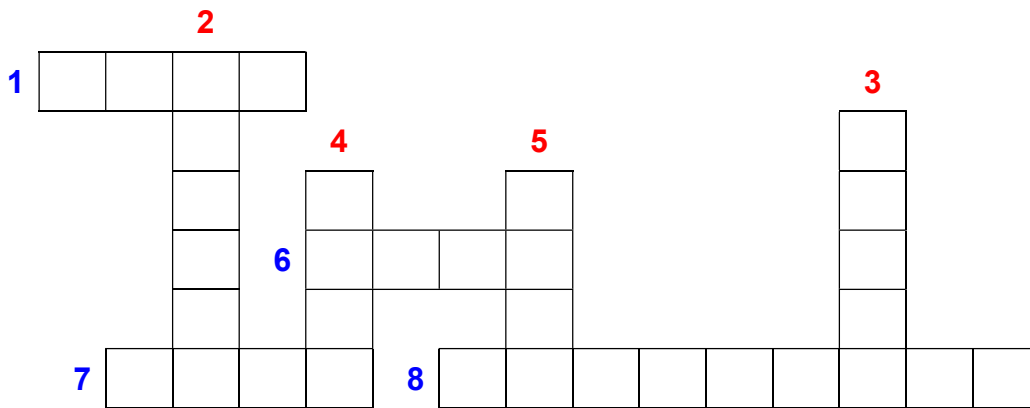
A. $y=5x+4$

B. $y=4x-5$

Γ. $y=4x+5$

Δ. $y=5x-4$

Έχει ετοιμαστεί ψηφιακό σταυρόλεξο (<https://crosswordlabs.com/embed/34-yx>):
Η συνάρτηση $y=ax+\beta$



Ο Ρ Ι Ζ Ο Ν Τ Ι Α

1. Τέτοιες οι κλίσεις δύο παράλληλων ευθειών.
6. Η $y=ax+\beta$, $\beta \neq 0$ δεν διέρχεται ποτέ από την ... των αξόνων.
7. Αν μετακινήσουμε ευθεία $y=2x$ κατά 1 μονάδα προς τα ... στον άξονα $y'y$ προκύπτει η $y=2x+1$.
8. Η ευθεία $y=ax+\beta$ είναι ... της ευθείας $y=ax$.

Κ Α Θ Ε Τ Α

2. Η γραφική παράσταση της $y=ax+\beta$ (σχήμα).
3. Έτσι λέγεται ο αριθμός a στην ευθεία $y=ax+\beta$.
4. Αν μετακινήσουμε την ευθεία $y=2x$ κατά 3 μον. προς τα ... στον άξονα $y'y$ προκύπτει η $y=2x-3$.
5. Η ευθεία $y=ax+\beta$ τέμνει πάντα τον άξονα $y'y$ στο σημείο $B(0, \dots)$.

Εργασίες για το σπίτι

Θα ανακοινωθούν στην τάξη και οι μαθητές θα τις δουν στο ημερολόγιο του e – class (συγκεκριμένα τους ανατίθενται οι Ασκήσεις με κωδικούς: ΑΛΓ 3.4–3, ΑΛΓ 3.ΕΠ–8, ΑΛΓ 3.ΕΠ–9_{1,3,4,6,7,8}, ΑΛΓ 3.ΕΠ–11_{2,3,5,6}, ΑΛΓ 3.ΕΠ–12_{2,3,4}).

1. Από το Σχολικό βιβλίο, σελίδα 76 – 77, ερωτήσεις κατανόησης 1, 2.
2. Από το Σχολικό βιβλίο, σελίδα 77 – 78, ασκήσεις 1, 2α, 3, 5.
3. Μπορείτε να παίξετε το παιχνίδι:

- είτε σκανάροντας το παρακάτω QR Code,
- είτε με κλικ στο σύνδεσμο:

https://kahoot.it/challenge/03184564?challenge-id=be0653df-bcc5-4434-ae9b-88bd324e1251_1713021526000



ΒΓ Α.3.3 Η συνάρτηση $y=ax+\beta$ (γραφική παράσταση, διερεύνηση των a, β).ggb

Αρχείο Επεξεργασία Προβολή Επιλογές Εργαλεία Παράθυρο Βοήθεια

Είσοδος...

Η συνάρτηση $y=ax+\beta$

$\alpha = 2$
 $y=2x$
 $=ax$

$\beta = -3$
 $y=2x-3$
 $=ax+\beta$

$\Delta = (1, 3)$
 $E = (2, 5)$
 $\Gamma = (0, 1)$
 $O = (0, 0)$
 $A = (-2, -3)$
 $B = (-1, -1)$

ϵ_1 ϵ_2

1η Δραστηριότητα

- Α. Εμφανίστε τα σημεία του πίνακα τιμών του Φύλλου Εργασίας.
- Β. Εμφανίστε τη συνάρτηση $y=ax+\beta$.
- Γ. Μετακινήστε τους δρομείς a, β στις θέσεις $a=2$ και $\beta=1$. Τι παρατηρείτε;
- Δ. Σε ποιο σημείο η ευθεία $y=2x+1$ τέμνει τον άξονα $y'y$;
- Ε. Αποκρύψτε τα σημεία A, B, Γ, Δ, E.
- Ζ. Εμφανίστε τη συνάρτηση $y=ax$.
- Η. Μετακινήστε τους δρομείς a, β . Τι παρατηρείτε για τη σχετική θέση των 2 ευθειών;
- Θ. Επαναφέρετε τους δρομείς a, β στις θέσεις $a=2$ και $\beta=1$.
- Ι. Αποκρύψτε τη συνάρτηση $y=ax$.

2η Δραστηριότητα

- Α. Εμφανίστε το σημείο στο οποίο η ευθεία $y=ax+\beta$ τέμνει τον άξονα $y'y$.
- Β. Μετακινήστε το δρομέα a για θετικές τιμές. Τι παρατηρείτε για την $y=ax+\beta$;
- Γ. Μετακινήστε το δρομέα a για αρνητικές τιμές. Τι παρατηρείτε για την $y=ax+\beta$;

3η Δραστηριότητα

- Α. Εμφανίστε και πάλι τη συνάρτηση $y=ax$ και μετακινήστε το δρομέα a στη θέση $a=2$.
- Β. Εμφανίστε την κατακόρυφη μετατόπιση (πράσινα κατακόρυφα βέλη).
- Γ. Μετακινήστε το δρομέα β για θετικές τιμές. Τι παρατηρείτε για την $y=ax+\beta$;
- Δ. Μετακινήστε το δρομέα β για αρνητικές τιμές. Τι παρατηρείτε για την $y=ax+\beta$;
- Ε. Μετακινήστε το δρομέα β στη θέση $\beta=0$. Τι παρατηρείτε;

1ο Πειραματικό Γυμνασιο Καρδίτσας, Σχ. Έτος 2023-24
 Ηλίας Ι. Κατσαρής (Μαθηματικός MSc)

Εισαγωγή:

Κίνηση - Παύση