

ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

1. ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΣΧΕΔΙΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Θεματική του σχεδίου μαθήματος:

A §3.3 Η συνάρτηση $y=ax$

Δημιουργός:

Κατσαρής Ηλίας

Βαθμίδα – Τάξη:

Δευτεροβάθμια – Β' Γυμνασίου (B1)

Διδακτικές ώρες:

1 ώρα

Ενότητα του ΠΣ και Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ):

Θεματικό Πεδίο : Άλγεβρα

Θεματική Ενότητα: Συναρτήσεις

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ):

Οι μαθητές/τριες να είναι σε θέση:

Αλ.Σρ.8.9. να σχεδιάζουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax$ και

να διαπιστώνουν ότι είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

Αλ.Σρ.8.10. να υπολογίζουν τη σταθερά αναλογίας (κλίση της ευθείας).

Αλ.Σρ.8.11. να εξηγούν τη σημασία του a στη συνάρτηση $y=ax$

(δηλ. να συνδέουν το πρόσημο του a με τα τεταρτημόρια στα οποία βρίσκεται η γραφ. παράσταση της $y=ax$).

Προαπαιτούμενες δυνατότητες μαθητών/τριών (γνωστικές και κοινωνικο-πολιτισμικές):

Σε επίπεδο γνωστικό:

- ορισμός ανάλογων ποσών – «λόγου»,
- ορισμός συνάρτησης – πίνακας τιμών,
- καρτεσιανές συντεταγμένες – γραφική παράσταση συνάρτησης,
- διχοτόμος γωνίας,
- στοιχειώδη γνώση χειρισμού του λογισμικού Geogebra.

Σε επίπεδο κοινωνικό – πολιτισμικό:

- εμπλοκή σε διαδικασίες διατύπωσης διερεύνησης και ορισμών,
- συνεργασία για έναν κοινό στόχο,
- τεκμηριωμένη διατύπωση των αποτελεσμάτων τους στο σύνολο της τάξης,
- εξοικείωση με χρήση τεχνολογίας Η/Υ στην καθημερινή και μαθησιακή τους πορεία.

Υποστηρικτικό υλικό:

- Αρχείο Geogebra : <https://www.geogebra.org/m/rw3yds8>
- Σταυρόλεξο : <https://crosswordlabs.com/embed/31-yx>
- Παιχνίδι Kahoot : https://kahoot.it/challenge/04902998?challenge-id=be0653df-bcc5-4434-ae9b-88bd324e1251_1710667536007
- Το σενάριο όλο είναι αναρτημένο και στην προσωπική μου ιστοσελίδα: <https://blogs.sch.gr/katsaris>

2. ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΛΑΙΣΙΩΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ

A. Το θέμα και το μαθησιακό περιβάλλον

1. Το γνωστικό αντικείμενο είναι η συνάρτηση $y=ax$ (γραφική παράσταση – κλίση ευθείας).
2. Η διδασκαλία θα υλοποιηθεί στην αίθουσα Η/Υ, όπου οι μαθητές θα εργαστούν σε ομάδες ανά δύο με βάση αφενός το φύλλο εργασίας που θα τους δοθεί και αφετέρου το αντίστοιχο αρχείο Geogebra που θα είναι προεγκατεστημένο στην επιφάνεια εργασίας του κάθε Η/Υ.
3. Χρονική διάρκεια: 1 διδακτική ώρα.

B. Διδακτική μέθοδος και εργαλεία

Διδακτικά εργαλεία που θα χρησιμοποιηθούν είναι: φύλλο εργασίας, πίνακας, βιντεοπροβολέας και οι Η/Υ. Η μέθοδος που θα εφαρμοστεί είναι η «καθοδηγούμενη ανακαλυπτική».

Συγκεκριμένα, οι μαθητές θα εμπλακούν σε δραστηριότητες με τις οποίες θα κληθούν να σχεδιάσουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης, να υπολογίσουν την κλίση α και να συνδέσουν το πρόσημο του α με τα τεταρτημόρια, με τη βοήθεια τόσο μέσω του φύλλου εργασίας όσο και μέσω της διάδρασής τους με το αρχείο του Geogebra (<https://www.geogebra.org/m/rw3yds8>). Ο διδάσκοντας θα συμμετέχει στη διαδικασία με στοχευμένη βοήθεια και συστηματική καθοδήγηση.

Θα υπάρχει ομαδοσυνεργατική μάθηση καθώς οι μαθητές θα εργάζονται σε ομάδες. Σε κάθε ομάδα θα δοθεί ένα φύλλο εργασίας, στο οποίο θα συνεργάζονται με τους συμμαθητές τους. Όταν η κάθε δραστηριότητα θα έχει προχωρήσει αρκετά θα σηκωθεί ένας εκπρόσωπος της κάθε ομάδας για να παρουσιάσει την εργασία και να διατυπώσει τα σχετικά συμπεράσματα.

Γ. Αναμενόμενη διδακτική πορεία

• 1^η Φάση: Υλοποίηση 1^{ου} στόχου (1η Δραστηριότητα) – Μέση διάρκεια: 15 λεπτά

Στη φάση αυτή δίνεται στους μαθητές μία συνάρτηση και ζητείται η συμπλήρωση του πίνακα τιμών της. Στη συνέχεια ζητείται να παραστήσουν τα ζεύγη του πίνακα τιμών στο σύστημα των αξόνων και τους τίθεται το ερώτημα αν μπορούμε να ενώσουμε τα σημεία αυτά μεταξύ τους. Αναμένεται οι μαθητές να συμπεράνουν πως είναι πάνω στην ίδια ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων (στόχος 1). Με το ερώτημα στο τέλος της φάσης θα αξιολογηθεί η επίτευξη του πρώτου στόχου.

• 2^η Φάση: Υλοποίηση 2^{ου} στόχου (2η Δραστηριότητα) – Μέση διάρκεια: 5 λεπτά

Στη φάση αυτή ζητείται από τους μαθητές η συμπλήρωση της στήλης $\frac{y}{x}$ με στοιχεία του προηγούμενου πίνακα τιμών και αναμένεται να καταλήξουν στο συμπέρασμα πως οι λόγοι $\frac{y}{x}$ είναι μεταξύ τους ίσοι (στόχος 2). Με το ερώτημα στο τέλος της φάσης θα αξιολογηθεί η επίτευξη του δεύτερου στόχου.

• 3^η Φάση: Υλοποίηση 3^{ου} στόχου (2η Δραστηριότητα) – Μέση διάρκεια: 5 λεπτά

Ζητείται από τους μαθητές τόσο ο υπολογισμός της κλίσης τεσσάρων ευθειών καθώς όσο και ο προσδιορισμός των τεταρτημορίων στα οποία βρίσκονται και αναμένεται να καταλήξουν στο συμπέρασμα πως όταν το α είναι θετικό η ευθεία βρίσκεται στο 1^ο & 3^ο 4–μόριο, ενώ όταν το α είναι αρνητικό, στο 2^ο & 4^ο 4–μόριο (στόχος 3). Με το ερώτημα στο τέλος της φάσης θα αξιολογηθεί η επίτευξη του τρίτου στόχου.

• 4^η Φάση: Συστηματοποίηση συμπερασμάτων – Μέση διάρκεια: 5 λεπτά

Οι απαντήσεις και οι απόψεις όλων των ομάδων θα συζητηθούν στην ολομέλεια της τάξης. Ο εκπ/κός συστηματοποιεί τα συμπεράσματα στα οποία έφτασαν οι μαθητές, ονοματίζει τη νέα γνώση και συνοψίζει με χρήση PowerPoint.

• 5^η Φάση: Αξιολόγηση – Μέση διάρκεια: 5 λεπτά

Το φύλλο εργασίας περιέχει 3 ερωτήσεις αξιολόγησης, ώστε να ελεγχθεί η υλοποίηση των τιθέμενων στόχων.

• 6^η Φάση: Κλείσιμο εκπαιδευτικής διαδικασίας – Μέση διάρκεια: 5 λεπτά

Θα γίνει (μέσω PowerPoint) ανακεφαλαίωση του μαθήματος μέσω της λύσης του φύλλου αξιολόγησης των μαθητών. Ακολούθως, αφενός θα γίνει σύνδεση του μαθήματος με το επόμενο και αφετέρου θα δωθούν στους μαθητές οι αντίστοιχες εργασίες: σταυρόλεξο (<https://crosswordlabs.com/embed/31-yx>), ασκήσεις σε περιβάλλον e – class & ασκήσεις από το σχ. Βιβλίο που θα κληθούν να υλοποιήσουν ατομικά στο σπίτι τους για το επόμενο μάθημα. Αν υπάρξει επάρκεια χρόνου οι μαθητές θα παίξουν κι ένα σχετικό παιχνίδι στο Kahoot (https://kahoot.it/challenge/04902998?challenge-id=be0653df-bcc5-4434-ae9b-88bd324e1251_1710667536007).

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Δραστηριότητα 1

Δίνεται η συνάρτηση $y=2x$ και ο πίνακας τιμών της:

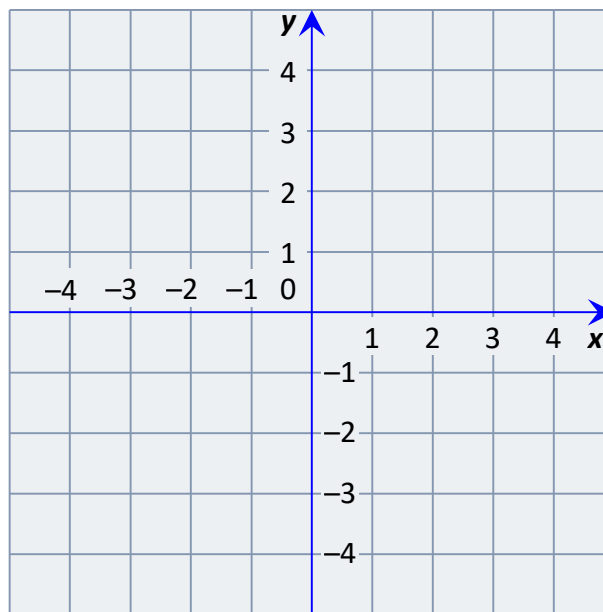
x	-2	-1	0	1	2
y					

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών.

Για $x = -2$, είναι: $y = \dots\dots\dots$ Για $x = 1$, είναι: $y = \dots\dots\dots$
Για $x = -1$, είναι: $y = \dots\dots\dots$ Για $x = 2$, είναι: $y = \dots\dots\dots$
Για $x = 0$, είναι: $y = \dots\dots\dots$

x	-2	-1	0	1	2
y					

2. Στο ορθογώνιο σύστημα, να παραστήσετε τα σημεία που προκύπτουν από τα παραπάνω ζεύγη (x, y) .



Σχήμα 1

3. Ανοίξτε το αρχείο «*η συνάρτηση $y=ax$ (γραφική παράσταση, κλίση, άξονας $x'x$ και διχοτόμοι). ggb*»
Επιλέξτε την 1^η Δραστηριότητα του αρχείου Geogebra και εκτελέστε τα ερωτήματα A & B.
4. Προσπαθήστε να ενώσετε, στο παραπάνω σύστημα, τα σημεία μεταξύ τους (Σχήμα 1). Τι παρατηρείτε;
Επιβεβαιώστε την παρατήρηση εκτελώντας το ερώτημα Γ της 1^{ης} Δραστηριότητας του αρχείου Geogebra.

Συμπέρασμα 1: Όλα τα σημεία βρίσκονται πάνω στην ίδια που διέρχεται από την

Γενικά: Κάθε συνάρτηση της μορφής $y=ax$

Σχόλιο: Όταν αναφερόμαστε στην ευθεία, που είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax$, θα λέμε: η ευθεία με εξίσωση $y=ax$ ή απλώς η ευθεία $y=ax$.

5. Εκτελέστε τα ερωτήματα Δ & Ε της 1^{ης} Δραστηριότητας του αρχείου Geogebra.
Για ποια τιμή του a η ευθεία $y=ax$ συμπίπτει με τον άξονα $x'x$ (Ερώτημα Ε);

Συμπέρασμα 2: Ο άξονας $x'x$ είναι η ευθεία με εξίσωση, δηλαδή $y=0$.

6. Εκτελέστε τα ερωτήματα Ζ.1 & Ζ.2 της 1^{ης} Δραστηριότητας του αρχείου Geogebra.
Εμφανίστε τη γωνία ω που σχηματίζει η ευθεία $y=ax$ με τον θετικό ημιάξονα Ox (Ερώτημα Ζ.1).
Για ποια τιμή του a η ευθεία $y=ax$ είναι διχοτόμος της 1^{ης} και 3^{ης} γωνίας των αξόνων (Ερώτημα Ζ.2);

Συμπέρασμα 3: Η ευθεία είναι διχοτόμος της 1^{ης} και 3^{ης} γωνίας των αξόνων.

Αποκρύψτε τη γωνία ω (Ερώτημα Ζ.3).

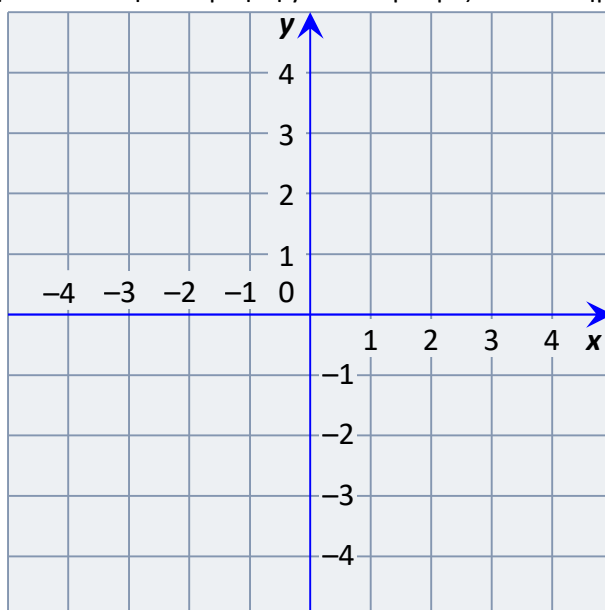
7. Εκτελέστε τα ερωτήματα Η.1 & Η.2 της 1^{ης} Δραστηριότητας του αρχείου Geogebra.
Εμφανίστε τη γωνία ϕ που σχηματίζει η ευθεία $y=ax$ με τον αρνητικό ημιάξονα Ox' (Ερώτημα Η.1).
Για ποια τιμή του a η ευθεία $y=ax$ είναι διχοτόμος της 2^{ης} και 4^{ης} γωνίας των αξόνων (Ερώτημα Η.2);

Συμπέρασμα 4: Η ευθεία είναι διχοτόμος της 2^{ης} και 4^{ης} γωνίας των αξόνων.

Αποκρύψτε τη γωνία ϕ καθώς και τη συνάρτηση $y=ax$ (Ερώτημα Η.3).

Ερώτηση 1

Μπορείτε να σχεδιάσετε τη συνάρτηση $y=ax$ αν γνωρίζετε ένα σημείο της, $A(1, 3)$;



Σχήμα 2

Δραστηριότητα 2

Δίνεται η συνάρτηση $y=2x$ και ο πίνακας τιμών της:

x	-2	-1	1	2
y	-4	-2	2	4
$\frac{y}{x}$				

1. Να συμπληρώσετε την τρίτη γραμμή του πίνακα με τον λόγο $\frac{y}{x}$.
2. Τι παρατηρείτε;
Επιβεβαιώστε την παρατήρηση εκτελώντας τα ερωτ. Α & Β της 2^{ης} Δραστηριότητας του αρχείου Geogebra

Συμπέρασμα 5: Ο λόγος $\frac{y}{x}$ είναι πάντα ίσος με

Γενικά: Στην ευθεία $y=ax$ ο λόγος $\frac{y}{x}$ είναι πάντα σταθερός και ίσος με a , δηλ. $\frac{y}{x}=a$ ($x \neq 0$).

Ο λόγος αυτός λέγεται κλίση της ευθείας $y=ax$.

Αποκρύψτε τα σημεία Α, Β, Δ, Ε και τους αντίστοιχους λόγους (Ερώτημα Γ).

Ερώτηση 2

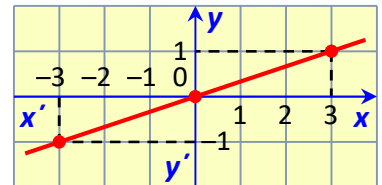
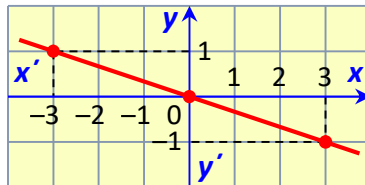
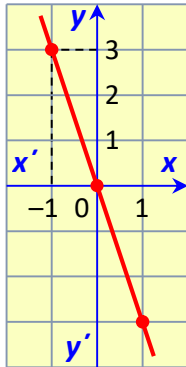
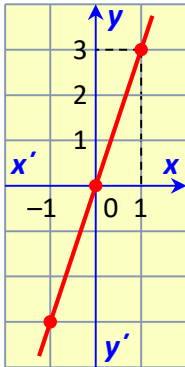
Ποια είναι η κλίση της ευθείας $y = -\frac{2}{3}x$;

Να κυκλώσετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση:

- A. -2 B. -3 Γ. $\frac{2}{3}$ Δ. $-\frac{2}{3}$

Δραστηριότητα 3

Στα επόμενα σχήματα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις τεσσάρων ευθειών.



1. Αν $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ οι κλίσεις των παραπάνω ευθειών αντίστοιχα, τότε:

$\alpha_1 = \dots\dots\dots$ $\alpha_2 = \dots\dots\dots$ $\alpha_3 = \dots\dots\dots$ $\alpha_4 = \dots\dots\dots$

2. Τα τεταρτημόρια στα οποία ανήκουν οι ευθείες αντίστοιχα, είναι:

$\dots\dots\dots$, $\dots\dots\dots$, $\dots\dots\dots$, $\dots\dots\dots$

3. Τι παρατηρείτε για την σχέση που έχει το πρόσημο του α με τα τεταρτημόρια που ανήκει η ευθεία; Επιβεβαιώστε την παρατήρηση εκτελώντας τα ερωτ. A & B της 3^{ης} Δραστηριότητας του αρχείου Geogebra

Συμπέρασμα 6:

- Όταν το α είναι $\dots\dots\dots$ η ευθεία βρίσκεται στο $\dots\dots\dots$ τεταρτημόριο (Ερώτημα A), ενώ
- Όταν το α είναι $\dots\dots\dots$ η ευθεία βρίσκεται στο $\dots\dots\dots$ τεταρτημόριο (Ερώτημα B).

Ερώτηση 3

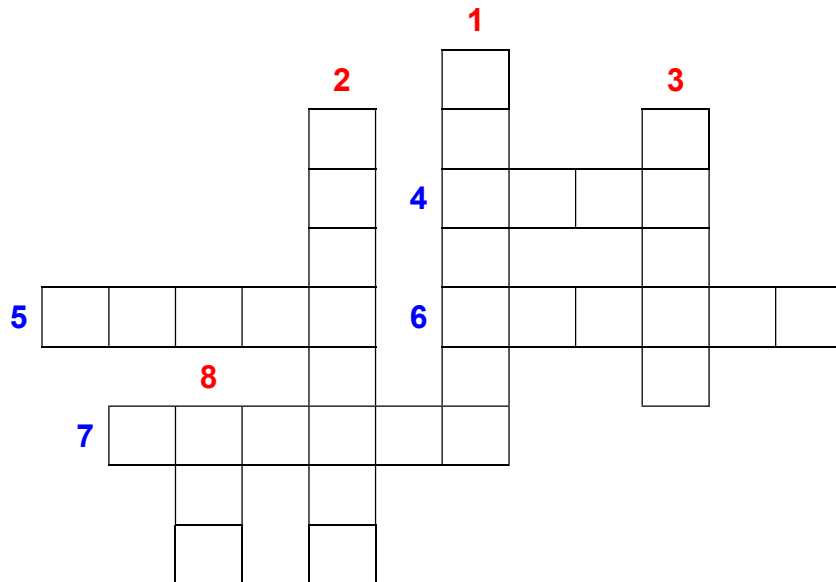
Μπορείτε να προσδιορίσετε τα τεταρτημόρια στα οποία βρίσκεται η ευθεία $\epsilon: y = -\sqrt{3}x$;

Απάντηση

$\dots\dots\dots$

Έχει ετοιμαστεί ψηφιακό σταυρόλεξο (<https://crosswordlabs.com/embed/31-yx>):

Η συνάρτηση $y=ax$



Ο Ρ Ι Ζ Ο Ν Τ Ι Α

4. Η ευθεία $y=ax$ διέρχεται πάντα από την ... των αξόνων.
5. Ονομάζεται το 2 ... στην ευθεία $y=2x$.
6. Η γρ. παράσταση της συνάρτησης $y=ax$ (σχήμα).
7. Τέτοιο το a μίας ευθείας $y=ax$ που βρίσκεται στο 1^ο και 3^ο τεταρτημόριο.

Κ Α Θ Ε Τ Α

1. Τέτοιο το πηλίκο y/x των συντεταγμένων (x, y) κάθε σημείου της $y=ax$.
2. Τέτοιο το a μίας ευθείας $y=ax$ που βρίσκεται στο 2^ο και 4^ο τεταρτημόριο.
3. Τέτοια η κλίση του άξονα $x'x$.
8. Η κλίση της διχοτόμου $y=x$ του 1^{ου} & 3^{ου} 4-μορίου.

Εργασίες για το σπίτι

Θα ανακοινωθούν στην τάξη και οι μαθητές θα τις δουν στο ημερολόγιο του e – class (συγκεκριμένα τους ανατίθενται οι Ασκήσεις με κωδικούς: ΑΛΓ 3.3–1, ΑΛΓ 3.3–2, ΑΛΓ 3.3–3, ΑΛΓ 3.3–4, ΑΛΓ 3.3–5, ΑΛΓ 3.3–6)

1. Από το Σχολικό βιβλίο, σελίδα 70, ερώτηση κατανόησης 1.
2. Από το Σχολικό βιβλίο, σελίδα 71, ασκήσεις 2, 5, 6, 7.
3. Μπορείτε να παίξετε το παιχνίδι:

- είτε σκανάροντας το παρακάτω QR Code,
- είτε με κλικ στο σύνδεσμο:

https://kahoot.it/challenge/04902998?challenge-id=be0653df-bcc5-4434-ae9b-88bd324e1251_1710667536007



ΒΓ Α.3.3 Η συνάρτηση $y=ax$ (γραφική παράσταση, κλίση, άξονας x' και διχοτόμοι).ggb

Αρχείο Επεξεργασία Προβολή Επιλογές Εργαλεία Παράθυρο Βοήθεια

Είσοδος...

Η συνάρτηση $y=ax$

$\alpha = 1.5$

$y=1.5x$

$\Gamma = (0, 0)$ $\omega = 56.31^\circ$

$A = (-2, -4)$ $B = (-1, -2)$ $D = (1, 2)$ $E = (2, 4)$

1η Δραστηριότητα

A. Εμφανίστε τα σημεία του πίνακα τιμών του Φύλλου Εργασίας.

B. Εμφανίστε τη συνάρτηση $y=ax$.

Γ. Μετακινήστε το δρομέα a στη θέση $a=2$. Τι παρατηρείτε;

Δ. Αποκρύψτε τα σημεία A, B, Γ, Δ, E .

Ε. Για ποια τιμή του δρομέα a η ευθεία $\epsilon: y=ax$ συμπίπτει με τον άξονα x' ;

Z.1 Εμφανίστε τη γωνία ω που σχηματίζει η ευθεία $\epsilon: y=ax$ με τον θετικό ημιάξονα Ox .

Z.2 Για ποια τιμή του a η ευθεία $\epsilon: y=ax$ είναι διχοτόμος της 1ης & 3ης γωνίας των αξόνων;

Z.3 Αποκρύψτε τη γωνία ω .

H.1 Εμφανίστε τη γωνία ϕ που σχηματίζει η ευθεία $\epsilon: y=ax$ με τον αρνητικό ημιάξονα Ox' .

H.2 Για ποια τιμή του a η ευθεία $\epsilon: y=ax$ είναι διχοτόμος της 2ης & 4ης γωνίας των αξόνων;

H.3 Αποκρύψτε τη γωνία ϕ καθώς και τη συνάρτηση $y=ax$.

2η Δραστηριότητα

A. Εμφανίστε τα σημεία A, B, Δ, E .

B. Εμφανίστε τους λόγους y/x .

$$\frac{y_A}{x_A} = \frac{-4}{-2} = 2 \quad \frac{y_B}{x_B} = \frac{-2}{-1} = 2 \quad \frac{y_\Delta}{x_\Delta} = \frac{2}{1} = 2 \quad \frac{y_E}{x_E} = \frac{4}{2} = 2$$

Γ. Αποκρύψτε τα σημεία A, B, Δ, E και τους αντίστοιχους λόγους.

3η Δραστηριότητα

A. Μετακινήστε το δρομέα από τη θέση 0 έως τη θέση 5. Τι παρατηρείτε για την ευθεία ϵ ;

B. Μετακινήστε το δρομέα από τη θέση 0 έως τη θέση -5. Τι παρατηρείτε για την ευθεία ϵ ;

1ο Πειραματικό Γυμνασιο Καρδίτσας, Σχ. Έτος 2023-24
Ηλίας Ι. Κατσαρής (Μαθηματικός MSc)