



**ΠΕΚΕΣ**  
— ΔΥΤΙΚΗΣ ΕΛΛΑΔΑΣ —  
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ  
Regional Center for Educational Planning of Western Greece

2018

# ΝΕΑ ΒΙΒΛΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Ε' ΤΑΞΗΣ Δημοτικού

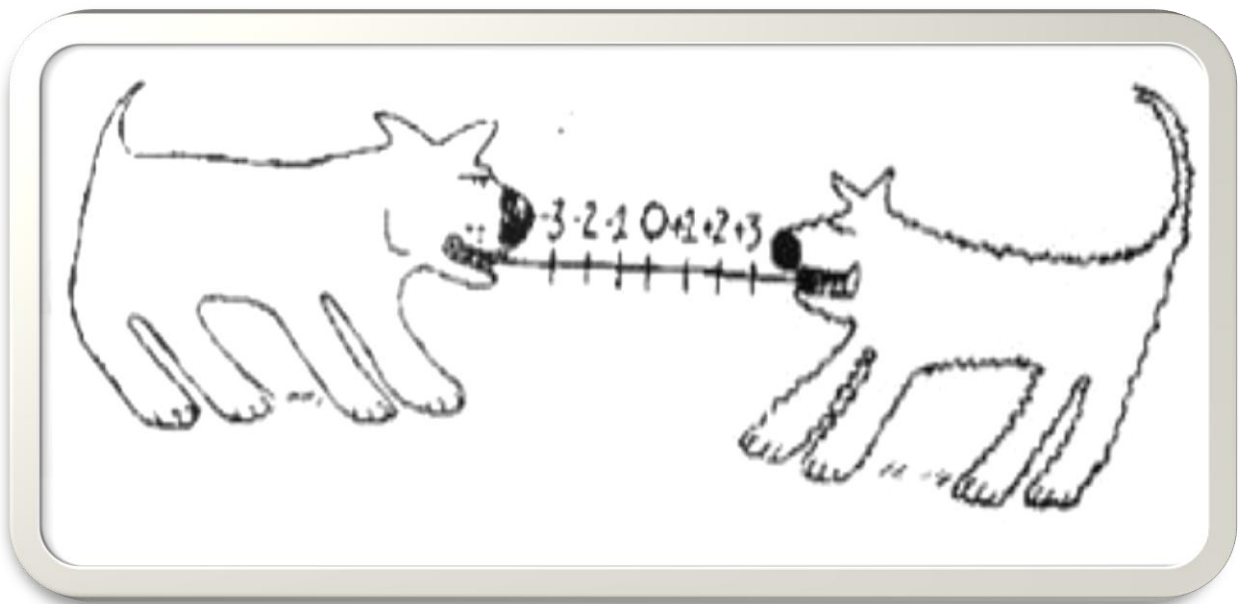


**ΠΕ.Κ.Ε.Σ. ΔΥΤΙΚΗΣ ΕΛΛΑΔΑΣ**

Δρ Αικατερίνη Νικολακοπούλου, Συντονίστρια  
Εκπαιδευτικού Έργου Δασκάλων, Π.Δ.Ε. ΔΥΤΙΚΗΣ  
ΕΛΛΑΔΑΣ

**ΔΙΔΑΣΚΩ ΤΟΥΣ ΑΡΝΗΤΙΚΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ**

**στην Ε' τάξη Δημοτικού Σχολείου**



**Α' ΜΕΡΟΣ**

**Τι πρέπει να έχω υπόψη, πριν τη  
διδασκαλία;**

**(Υλικό για τον εκπαιδευτικό)**

### 1. Σύντομη ιστορική αναδρομή στην εννοιολογική εξέλιξη των αρνητικών αριθμών

Σύμφωνα με τον Διόφαντο (250π.Χ.) «το αρνητικό είναι αυτό που υπολείπεται». Πέρασαν ωστόσο περισσότερα από 1.500 χρόνια, από την εποχή του Διόφαντου, ώστε να επικρατήσουν οι αρνητικοί αριθμοί με τη σημερινή τους μορφή. Οι αρχαίοι Έλληνες αν και γνώριζαν τους αρνητικούς αριθμούς, εν τούτοις θεωρούν αδύνατη κάθε εξίσωση με αρνητικές ρίζες (πλατωνική σκέψη).

Οι Κινέζοι χρησιμοποιούν κόκκινες και μαύρες αριθμητικές σειρές, για να ξεχωρίσουν τους αρνητικούς από τους θετικούς αριθμούς.

Οι Ινδοί τον 7<sup>ο</sup> αιώνα χρησιμοποιούν το σύμβολο © = -C για τους αρνητικούς αριθμούς που παρουσιάζονται σε εμπορικά προβλήματα με έλλειμμα.

Μέχρι τον 19<sup>ο</sup> αιώνα οι Ευρωπαίοι μαθηματικοί αδυνατούν να κατανοήσουν πλήρως τη σημασία των αρνητικών αριθμών. Τελικά οι εργασίες του μαθηματικού Albert Girard προωθούν τη χρήση αρνητικών αριθμών και δίνεται η πραγματική εξήγηση των ιδιοτήτων τους.

### 2. Βασικές έννοιες της διδασκαλίας των μαθηματικών

Ο **μαθηματικός γραμματισμός** αφορά στην ικανότητα του ατόμου να καταλαβαίνει τα μαθηματικά και να αναγνωρίζει τη χρησιμότητά τους στη ζωή ενός πολίτη (PISA, 2000). Ιδιαίτερη αξία έχει η εμπλοκή και αξιοποίηση των μαθηματικών εννοιών στις καθημερινές ανθρώπινες δράσεις της ιδιωτικής και δημόσιας ζωής (Κολέζα, 2009). Η **μαθηματική κατανόηση** από τους μαθητές αποτελεί κοινή επιδίωξη όλων όσων ασχολούνται με τη Διδακτική των Μαθηματικών.

Ο Κονστρουκτιβισμός (constructivismus) καθιστά τους μαθητές υπεύθυνους για την κατανόηση της νέας γνώσης και προτείνει την ενεργό συμμετοχή τους. Κάθε μαθητής κατανοεί και οικοδομεί τη νέα γνώση με διαφορετικό τρόπο, ανάλογα με τις γνώσεις που ήδη διαθέτει (Van de Walle, 2005). Η αξιοποίηση των «μεγάλων ιδεών» (Big Ideas) του κονστρουκτιβισμού, αφορά στην εκμάθηση μιας νέας ιδέας επεκτείνοντας μια ήδη κατανοητή με αποτέλεσμα τη δημιουργία δικτύων αλληλοσχετιζόμενων ιδεών (Κολέζα, 2009).

### 3. Διδασκαλία των ακέραιων αριθμών στο νέο Πρόγραμμα Σπουδών

Η διδασκαλία των ακέραιων αριθμών εισάγεται στο Δημοτικό Σχολείο, λόγω του ότι έχουν εφαρμογή στην καθημερινή ζωή και οι μαθητές αλληλεπιδρούν συχνά μαζί τους ή βιώνουν καταστάσεις που σχετίζονται με αυτούς (Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2011). Έτσι:

Στην Δ' τάξη, βασικός στόχος είναι η διαισθητική αντίληψη των ακέραιων αριθμών μέσα από καταστάσεις της καθημερινής ζωής. Στην Ε' τάξη, οι μαθητές προχωρούν στην διάταξη και σύγκριση των ακεραίων με αιτιολόγηση του συλλογισμού τους. Αναδεικνύεται η ανάγκη για επέκταση της αριθμογραμμής, ώστε να περιλαμβάνει και αριθμούς μικρότερους του μηδενός. Στην ΣΤ' τάξη, οι μαθητές παρακινούνται να κάνουν προσθέσεις και αφαιρέσεις με ακέραιους αριθμούς, με αναφορά σε παραδείγματα της καθημερινής ζωής (Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2011).

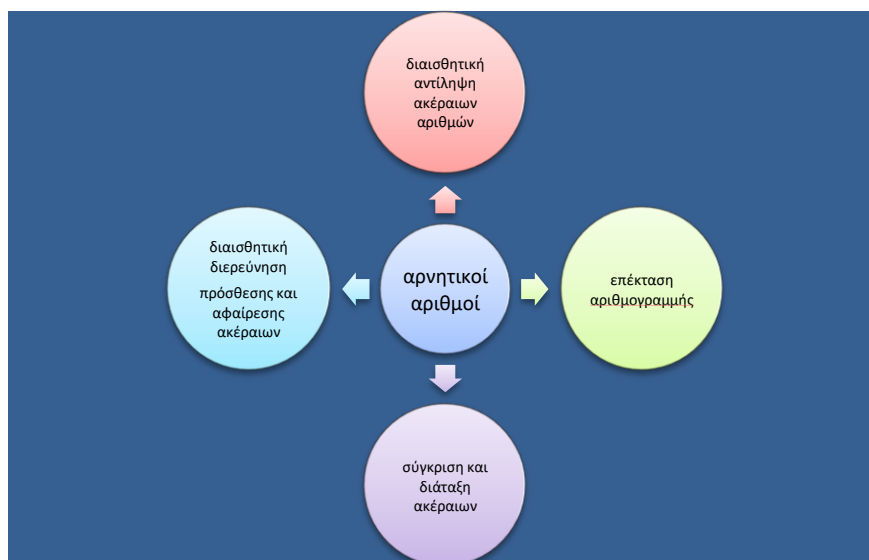
#### 4. Δυσκολίες των μαθητών με τους ακέραιους αριθμούς

- Οι μαθητές έχουν συνηθίσει να εκφράζονται και να κάνουν πράξεις με ένα περιορισμένο πλήθος αριθμών και να διαχειρίζονται συγκεκριμένες ποσότητες.
- Η κατανόηση των αρνητικών αριθμών απαιτεί μετάβαση από τα συγκεκριμένα στα αφηρημένα μαθηματικά (Θωμαΐδης, 2009).
- Οι μαθητές δυσκολεύονται στην εκτέλεση πράξεων μεταξύ των ακεραίων αριθμών, διότι καταρρίπτεται όλη η κατανόηση γύρω από τις αριθμητικές παραστάσεις και το νόημά τους.
- Τα λάθη στα πρόσθημα είναι από τα πιο κοινά που κάνουν τα παιδιά, διότι είτε δε δίνουν ιδιαίτερη σημασία στους συμβολισμούς, είτε επειδή συγχέουν το πρόσθημο του μείον με το σύμβολο της αφαίρεσης (Θωμαΐδης, 2009).
- **Ωστόσο, τα παιδιά αλληλεπιδρούν με τους αρνητικούς αριθμούς στην καθημερινή τους ζωή.**

#### 5. Η εισαγωγή των αρνητικών αριθμών στο Δημοτικό Σχολείο – Προκλήσεις

Η σύνδεση των αρνητικών αριθμών με την καθημερινή ζωή και πραγματικότητα συνεπάγεται την βαθύτερη κατανόησή τους από μαθητές δημοτικού που δεν έχουν αναπτύξει ακόμη την αφαιρετική τους ικανότητα (Van de Walle, 2007). Έρευνες δείχνουν ότι αποδίδεται ιδιαίτερη έμφαση σε ενέργειες που ποσοτικοποιούν τους αρνητικούς αριθμούς (Ekol, 2010), ενώ ως ο πιο εύκολος τρόπος κατανόησής τους αναδεικνύεται να επιτυγχάνεται με τη θερμομετρική κλίμακα, διότι είναι περισσότερο οικεία στα παιδιά (Θωμαΐδης, 2009).

#### 6. Στόχοι – Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα

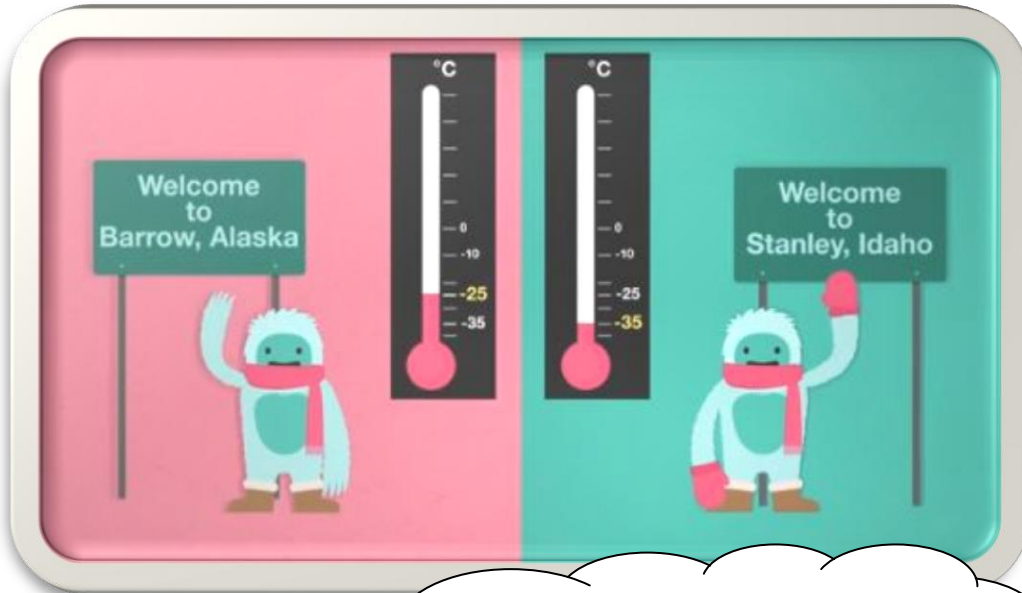


Βιβλίο Δασκάλου, Ε' Τάξη, σ.118

**ΕΝΕΙΚΤΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ (90')**  
**«ΟΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ»**

**Μαθηματικά Ε' τάξης Δημοτικού**  
**(Β' τεύχος, κεφ. 33)**

Προβλεπόμενος διδακτικός χρόνος: δύο διδακτικές ώρες (90 λεπτά)



Βοήθησέ με σε παρακαλώ! Θέλω να ξέρω ποιος κρυώνει περισσότερο;;; Αυτός που μένει στην Alaska ή εκείνος που μένει στο Stanley;

**1<sup>η</sup> Διδακτική ώρα (45')**

**Υλικό για το μαθητή**

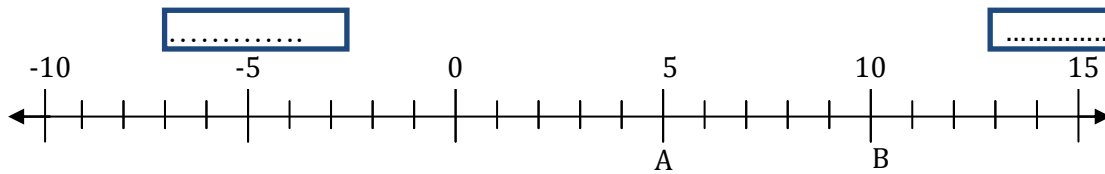
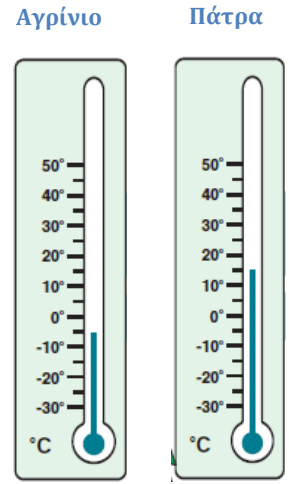
*(Μία εναλλακτική πρόταση)*

Οι Αρνητικοί αριθμοί

**Διερεύνηση (χρόνος 15')**

1. Στα θερμόμετρα του διπλανού σχήματος φαίνονται οι ελάχιστες θερμοκρασίες στη διάρκεια μιας χειμωνιάτικης ημέρας σε δύο ελληνικές πόλεις.

- α. Σε ποια πόλη έκανε πιο πολύ κρύο; .....
- β. Σε ποια πόλη η θερμοκρασία ήταν πάνω από το μηδέν; .....  
Πόση ήταν η θερμοκρασία στην πόλη αυτή; Γράψτε την ένδειξη του θερμομέτρου.....
- γ. Σε ποια πόλη η θερμοκρασία ήταν κάτω από το μηδέν; .....  
Πόση ήταν η θερμοκρασία στην πόλη αυτή; Γράψτε την ένδειξη του θερμομέτρου.....
- δ. Γράψτε το όνομα της πόλης στη σωστή θέση στην αριθμογραμμή.



ε. Την ίδια μέρα η μέγιστη τιμή της θερμοκρασίας στην πόλη του Πύργου ήταν κατά 10 βαθμούς μεγαλύτερη από τη θερμοκρασία στο Αγρίνιο. Ποια από τις θέσεις A και B στην αριθμογραμμή αντιστοιχεί στη θερμοκρασία που είχε την ημέρα αυτή ο Πύργος;

.....

στ. Μία μέρα η Πάτρα και το Αγρίνιο είχαν διαφορετικές θερμοκρασίες, αλλά απείχαν το ίδιο από το μηδέν. Μάντεψε, ποιες μπορεί να ήταν οι θερμοκρασίες στις δύο πόλεις; Εργαστείτε στη δυάδα, σκεφθείτε και συμπληρώστε κάποιες πιθανές απαντήσεις:

Αν στην Πάτρα ήταν:				
Στο Αγρίνιο θα ήταν:				

2. Στον διπλανό πίνακα φαίνονται οι θερμοκρασίες διαφόρων πόλεων της Ελλάδας μιας μέρας ενός χειμωνιάτικου μήνα.

Αθήνα	7
Λάρισα	-2
Ρέθυμνο	11
Καλαμάτα	9
Καστοριά	-5

- α. Σε ποιες πόλεις η θερμοκρασία είναι πάνω από το 0; Σημειώστε τις τιμές της θερμοκρασίας στην αριθμογραμμή.
- β. Σε ποιες πόλεις η θερμοκρασία είναι κάτω από το μηδέν; Σημειώστε τις τιμές της θερμοκρασίας στην αριθμογραμμή.
- γ. Η θερμοκρασία ποιας πόλης βρίσκεται δεξιότερα στην αριθμογραμμή; .....
- δ. Πόση ήταν η διαφορά της θερμοκρασίας μεταξύ της Καστοριάς και του Ρεθύμνου την ημέρα αυτή; .....
- ε. Αν γνωρίζουμε ότι η θερμοκρασία στην πόλη της Λάρισας την επόμενη ημέρα αυξήθηκε κατά 2 βαθμούς, ενώ η θερμοκρασία στην πόλη της Καστοριάς μειώθηκε κατά 1 βαθμό, σημείωσε στην αριθμογραμμή ποιες ήταν οι θερμοκρασίες στις πόλεις αυτές; .....



**Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες (15')**

Στην καθημερινή μας ζωή για να εκφράσουμε π.χ. θερμοκρασίες, αποστάσεις από την επιφάνεια της θάλασσας, μεταβολές της θερμοκρασίας ή μεταβολές του πληθυσμού κτλ, εκτός από τους αριθμούς χρησιμοποιούμε και ειδικές εκφράσεις, όπως «πάνω», «κάτω», «αύξηση», «ελάττωση». Πολλές φορές αντικαθιστούμε τις εκφράσεις αυτές με τα σύμβολα (+) και (-).

Οι **αρνητικοί αριθμοί στην αριθμογραμμή τοποθετούνται αριστερά** από το μηδέν, όπως αντίστοιχα οι φυσικοί αριθμοί δεξιά από το μηδέν σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους.

Οι φυσικοί αριθμοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς λέγονται **ακέραιοι αριθμοί**.

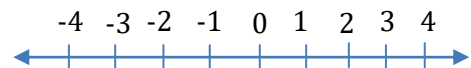
Όλοι οι αρνητικοί αριθμοί είναι μικρότεροι από το μηδέν. Όσο πιο αριστερά βρίσκεται ένας αριθμός πάνω στην αριθμογραμμή, τόσο πιο μικρός είναι.

**Π α ρ α δ ε ί γ μ α τ α**

α. Η θερμοκρασία είναι  $-2^{\circ}\text{C}$ , δηλαδή 2 βαθμούς κάτω από το 0.

Ισόγειο (0).

β. Ο χώρος στάθμευσης είναι στο -1, έναν όροφο κάτω από το 0.



....-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...

$-10 < -8 < -6 < -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 7 < 9 < 20$

**Δραστηριότητα Εφαρμογής 1 (χρόνος 10')**

Στο διπλανό σχήμα έχουμε τον ανελκυστήρα ενός ξενοδοχείου που έχει 6 ορόφους.

α. Συμπληρώστε στα πλαϊνά κουτάκια τον αριθμό κάθε ορόφου, όπως αυτοί αποτυπώνονται στον πίνακα του ανελκυστήρα.

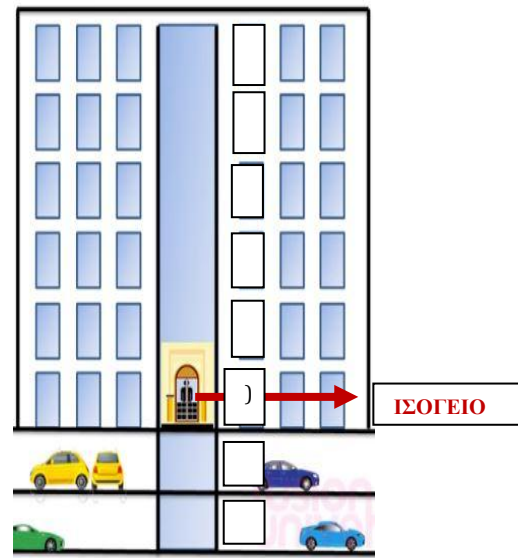
β. Ένας υπάλληλος σταθμεύει το αυτοκίνητό στον όροφο **-2** και εργάζεται στον **τελευταίο όροφο** του ξενοδοχείου. Σημειώστε πόσους ορόφους ανεβαίνει για να φτάσει στη δουλειά του;

.....

γ. Ένας σερβιτόρος βρίσκεται στον όροφο **-1** και έλαβε παραγγελία από πελάτη που μένει σε ένα δωμάτιο **5 ορόφους πιο πάνω**. Σημειώστε τον όροφο στον οποίο μένει ο πελάτης;

.....

δ. Ο Πέτρος είναι στον **2<sup>ο</sup>** όροφο και ο Γιάννης στον όροφο **-2**. Η φίλη τους η Μαρία βρίσκεται στη μέση της απόστασης αυτής. Σε ποιον όροφο βρίσκεται η Μαρία; .....



**Αναστοχασμός (χρόνος 10')**

α. Σημείωσε (Σ) Σωστή και (Λ) Λάθος για καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις:

1. Όσο πιο δεξιά στην αριθμογραμμή βρίσκεται ένας αριθμός τόσο πιο μικρός είναι.
2. Το μηδέν είναι μεγαλύτερο από κάθε αρνητικό αριθμό.
3. Κάθε αρνητικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από κάθε θετικό.

β. Εάν τοποθετήσεις στην αριθμογραμμή τον αριθμό 5 και τον αριθμό -5, μπορείς να σημειώσεις ποιος αριθμός θα βρίσκεται στην μέση αυτής της απόστασης;

**Εναλλακτικές Δραστηριότητες:**

**Δραστηριότητα Διερεύνησης (χρόνος 15')**

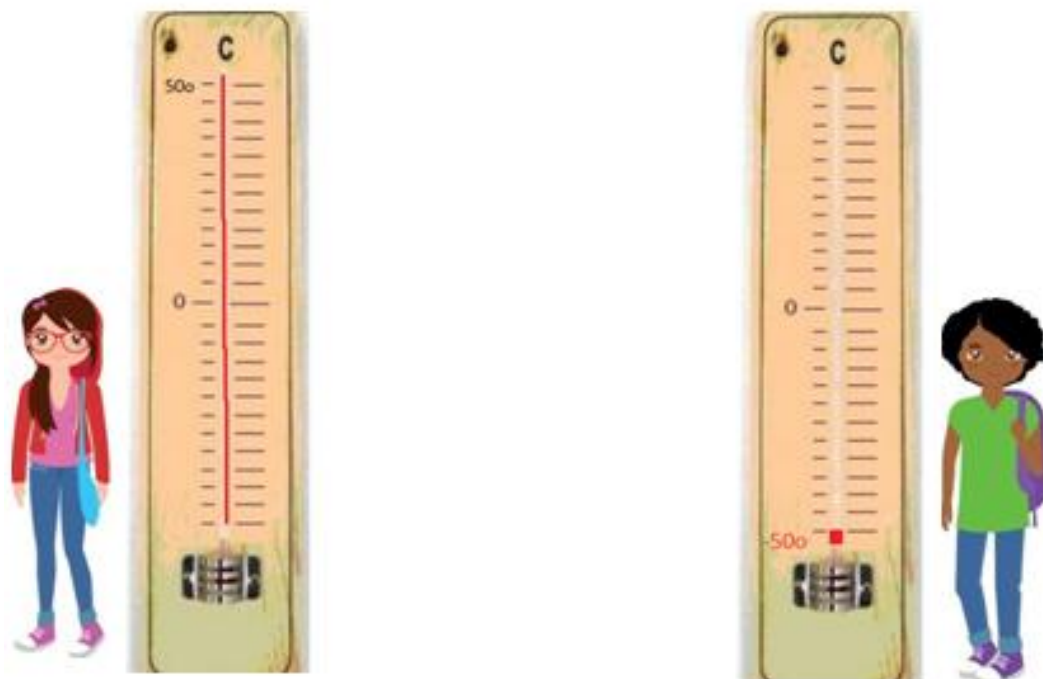
Ο Αρνί και η Θετίκ είναι δύο μικροί Γάλλοι φυσιολάτρες! Τι σημαίνει αυτό; Χώρισε τη λέξη στα συνθετικά της και θα καταλάβεις! Ταξιδεύουν συχνά σε διάφορα μέρη στον κόσμο, ανταλλάσσουν τις εμπειρίες τους, φωτογραφίες, σκέψεις... με τα e-mails τους.

Σε δύο πρόσφατα μηνύματά τους όμως μπερδεύτηκαν και αποφάσισαν να ψάξουν περισσότερο το ζήτημα που τους απασχολεί! Τι θα λέγατε να τους βοηθήσουμε στις αναζητήσεις τους...



**Όπου και να βρισκόμαστε η θερμοκρασία φαίνεται να είναι η ίδια... Γίνεται αυτό;**

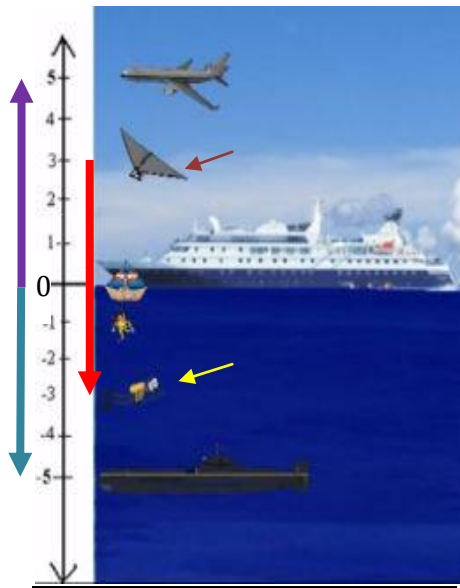
Ποιες είναι οι διαφορές και οι ομοιότητες στα θερμόμετρα της Θετίκ και του Αρνί;



(Οι μαθητές/τριες κάνουν υποθέσεις για το τι μπορεί να συμβαίνει και καταγράφονται στον πίνακα της τάξης ή σε κάποιο υπολογιστικό πρόγραμμα, εάν παρέχεται παρόμοια δυνατότητα. Με τον τρόπο αυτό ο/η εκπαιδευτικός διερευνά τις πρότερες γνώσεις των μαθητών/τριών καθώς και τις λανθασμένες αντιλήψεις τους, ώστε να καταστεί εφικτή η παιδαγωγική αξιοποίηση του λάθους και να οικοδομηθεί η νέα γνώση).



Εναλλακτική Δραστηριότητα Εφαρμογής 1 (χρόνος 10')



Στο διπλανό σχήμα παρατηρούμε ότι το αεροπλάνο και το υποβρύχιο απέχουν από τη βάρκα **5 χιλιόμετρα**.

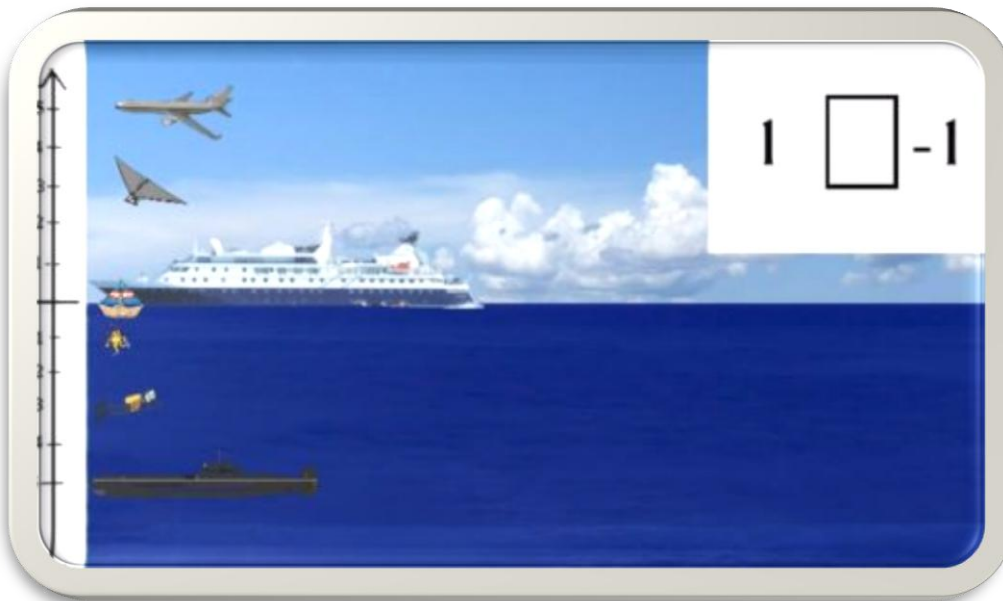
- α. Πώς μπορούμε να γράψουμε με αριθμό σε ποια απόσταση βρίσκεται το αεροπλάνο; .....
- β. Πώς μπορούμε να γράψουμε με αριθμό σε ποια απόσταση βρίσκεται το υποβρύχιο; .....
- γ. Ποια είναι η απόσταση του υποβρυχίου από το αεροπλάνο; .....
- δ. Ποια είναι η απόσταση του ανεμόπτερου από το υποβρύχιο; .....
- ε. Ο δύτες βρίσκεται στα **-3** χιλιόμετρα και θέλει να ανέβει στο ανεμόπτερο.

- 1. Πόσα χιλιόμετρα πάνω από την επιφάνεια του νερού βρίσκεται το ανεμόπτερο; .....
- 2. Πόσα χιλιόμετρα πρέπει να ανέβει ο δύτες για να φτάσει στο ανεμόπτερο; .....

Δραστηριότητα Εφαρμογής 2 (χρόνος 10')

Η κορυφή του Έβερεστ είναι το πιο ψηλό σημείο της γης και έχει ύψος περίπου 9 χιλιόμετρα, ενώ η Τάφρος των Μαριαννών στον Ειρηνικό Ωκεανό είναι το πιο βαθύ σημείο της γης με βάθος κοντά στα 11 χιλιόμετρα.

- α. Γράψτε με αριθμούς:
  - (α) το ύψος της κορυφής του Έβερεστ .....
  - (β) το βάθος της τάφρου των Μαριαννών .....
- β. Πόσα χιλιόμετρα είναι η απόσταση μεταξύ των δύο αυτών σημείων; .....



Τελικά, μπορώ να απαντήσω τώρα ποιος είναι μεγαλύτερος από τους δύο;;



www.shutterstock.com • 37922290

2<sup>η</sup> Διδακτική ώρα (45')

Υλικό για το μαθητή

**Δραστηριότητα Α**

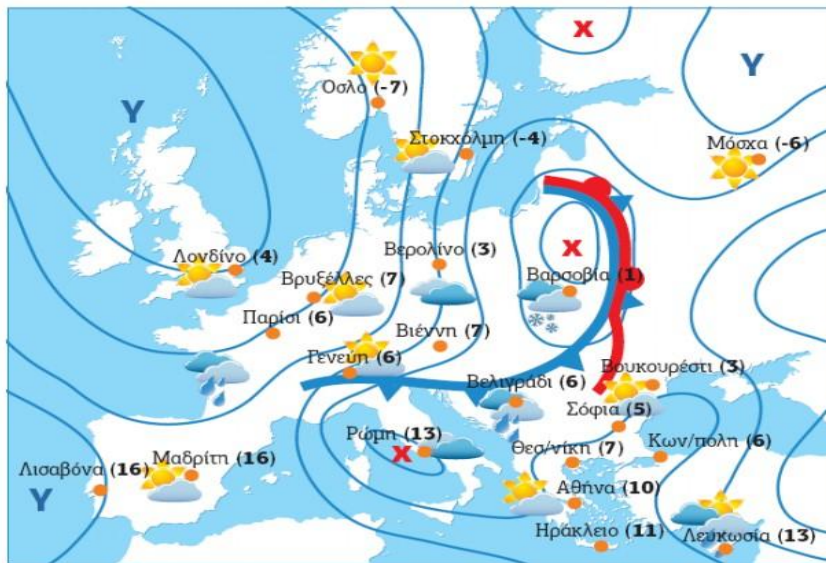
Στη δραστηριότητα αυτή να εργαστείτε σε ομάδες των δύο ατόμων:

Στον παρακάτω χάρτη φαίνονται οι θερμοκρασίες ορισμένων ευρωπαϊκών πόλεων το Σάββατο 18/11/2018. Μελετήστε τον χάρτη και απαντήστε στις ερωτήσεις που ακολουθούν.

- Ποια πόλη ήταν η πιο θερμή και ποια η πιο ψυχρή; Εξηγήστε:

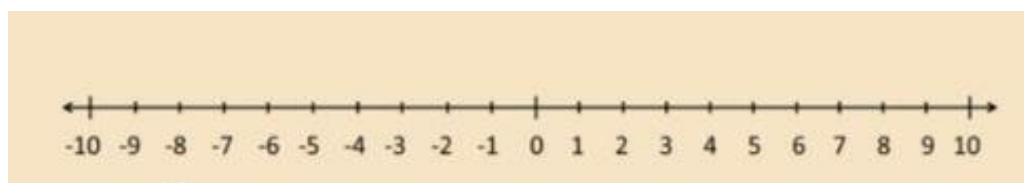
.....  
.....

- Ποια πόλη ήταν πιο θερμή; Το Βελιγράδι ή το Βουκουρέστι; .....  
Σημειώστε πόσο πιο θερμή είναι; .....
- Ποια πόλη ήταν πιο θερμή; Η Στοκχόλμη ή το Όσλο; .....  
Σημειώστε πόσο πιο θερμή είναι; .....
- Ποια πόλη ήταν πιο ψυχρή; Η Βαρσοβία ή η Στοκχόλμη; .....  
Σημειώστε πόσο πιο ψυχρή είναι; .....
- Ποια πόλη ήταν πιο ψυχρή; Το Λονδίνο ή η Στοκχόλμη; .....  
Σημειώστε πόσο πιο ψυχρή είναι; .....



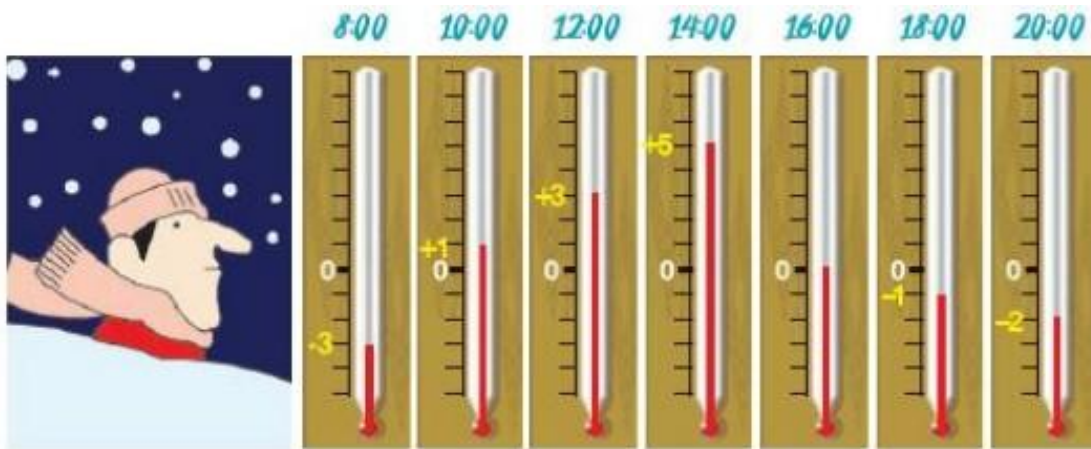
Β. Τοποθετήστε τις θερμοκρασίες της Στοκχόλμης, της Βαρσοβίας, του Λονδίνου, των Βρυξελλών, της Μόσχας, της Θεσσαλονίκης, του Βουκουρεστίου και της Γενεύης επάνω στην αριθμογραμμή.

Γ. Τώρα βάλε τις ίδιες θερμοκρασίες επάνω στο το θερμόμετρο.



**Δραστηριότητα Β**

Μια κρύα ημέρα του χειμώνα ο Κώστας κατέγραφε τη θερμοκρασία κάθε δύο ώρες. Οι ενδείξεις του θερμομέτρου του φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



A. Μπορείς να τοποθετήσεις στη σειρά όλες τις ενδείξεις του θερμομέτρου, από τη χαμηλότερη στην υψηλότερη;

B. Πόσους βαθμούς πρέπει να ανέβει ή να κατέβει η θερμοκρασία κάθε θερμομέτρου για να φτάσει στους 0° C;

ΩΡΑ	ΒΑΘΜΟΙ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ	ΩΡΑ	ΒΑΘΜΟΙ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ
8:00	.....	12:00	.....
10:00	.....	14:00	.....
16:00	.....	18:00	.....
20:00	.....		

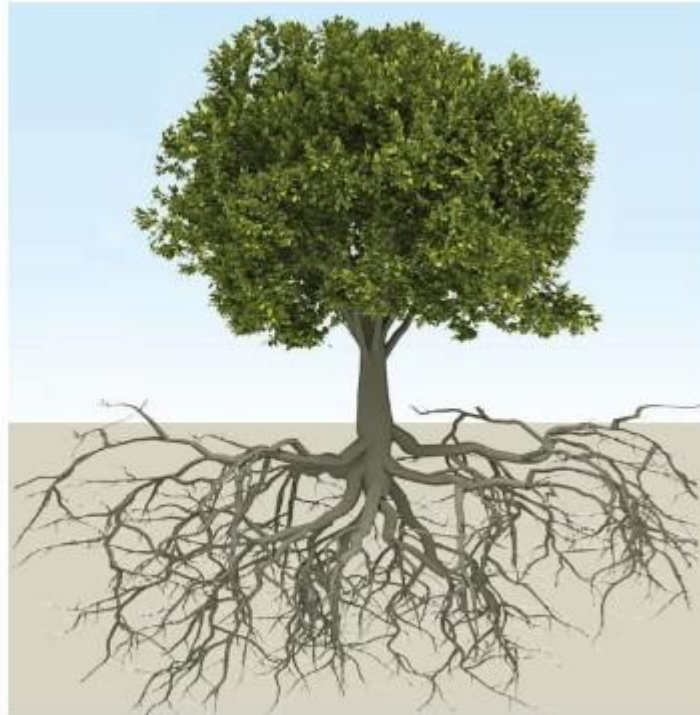
Δραστηριότητα Επέκτασης

A. Μπορείς να σημειώσεις τι ύψος έχει το δέντρο μαζί με τις ρίζες του; .....

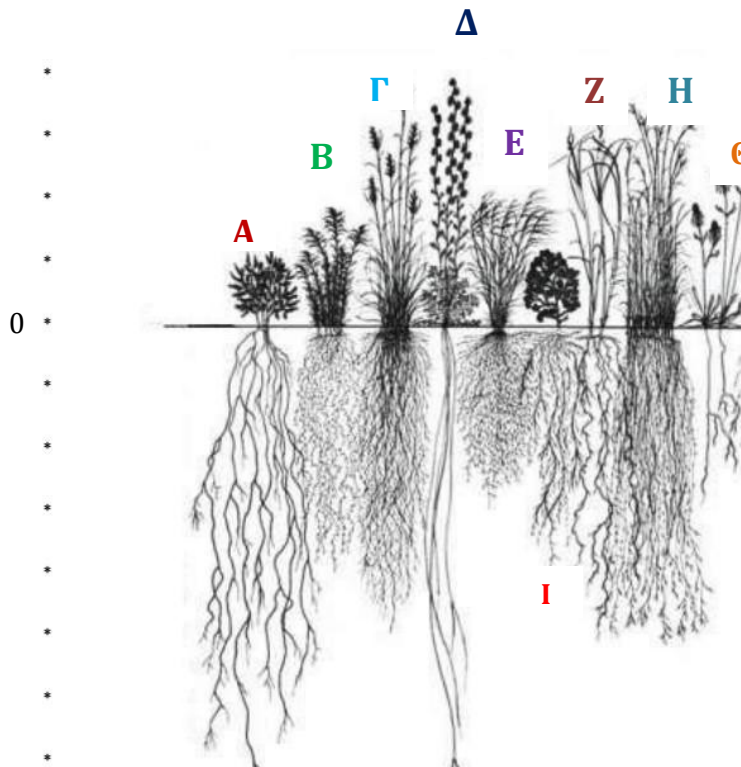
10 μέτρα

0 μέτρα

7 μέτρα



B. Εάν γνωρίζεις ότι καθένα από τα παρακάτω αστεράκια, απέχουν το ένα από το άλλο 1 μέτρο, συμπλήρωσε με τους κατάλληλους αριθμούς το παρακάτω σχήμα. Στη συνέχεια και αφού γνωρίζεις ότι όσο μεγαλύτερη ρίζα έχει ένα φυτό, τόσο ανθεκτικότερο είναι στον αέρα, υπολόγισε ποιο από τα παρακάτω φυτά θα αντέξει περισσότερο στον δυνατό άνεμο και γιατί;



## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Ekol, G. (2010). Operations with negative integers in a dynamic geometry environment. In Pinto, M. M. F. & Kawasaki, T.S. (Ad.) Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol.2 (pp. 337-344). Bello Horizonte Brazil: PME.
- Education in Canada (2013). *Study in Canada*. Retrieved from [http://www.educationau-  
incanada.ca/educationau-incanada/study-etudes/index.aspx](http://www.educationau-incanada.ca/educationau-incanada/study-etudes/index.aspx)
- Θωμαΐδης, Γ. (2009). Η ιστορία των μαθηματικών ως πηγή ιδεών και υλικού για διδακτικές επιλογές και δραστηριότητες: Η περίπτωση των αρνητικών αριθμών. Στο Θωμαΐδης, Ι., Λάππας, Δ., Μιχαηλίδης, Τ., Νεγρεπόντης, Σ., Πάσχος, Θ., Τζανάκης, Κ., Φαρμάκης, Β., Χασάπης, Δ., Χριστιανίδης, Ι., & Χρυσανθόπουλος, Κ. (επίμ.), *Αξιοποίηση της ιστορίας των μαθηματικών στη διδασκαλία των μαθηματικών* (σ.193-220). Θεσσαλονίκη, ΖΗΤΗ.
- Κολέζα, Ε. (2009). *Θεωρία και πράξη στη διδασκαλία των μαθηματικών*. Αθήνα, Τόπος.
- Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2011). Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση (Δημοτικό): Οδηγός για τον εκπαιδευτικό «Εργαλεία διδακτικών προσεγγίσεων». Αθήνα. Ανακτήθηκε από <http://www.pi-schools.gr/programs/depps/>
- PISA (2012). *Mathematical literacy in PISA*. Retrieved from [http://www.oecd.org/education/school/programmeforinternationalstudentassessment  
pisa/33707192.pdf](http://www.oecd.org/education/school/programmeforinternationalstudentassessment_pisa/33707192.pdf) ΥΠ.Π.Ε.Θ., Ι.Ε.Π., Βρυώνης, Κ., Δουκάκης, Σ., Καρακώστα, Β., Μπαρραλής, Γ., Σταύρου, Ι. Μαθηματικά, Ε' Δημοτικού, Βιβλίο Εκπαιδευτικού. ΙΤΥΕ Διόφαντος.
- ΥΠ.Π.Ε.Θ., Ι.Ε.Π., Βρυώνης, Κ., Δουκάκης, Σ., Καρακώστα, Β., Μπαρραλής, Γ., Σταύρου, Ι. Μαθηματικά, Ε' Δημοτικού, Β' τεύχος. ΙΤΥΕ Διόφαντος.
- Van de Walle, J. A. (2007). *Διδάσκοντας μαθηματικά για το Δημοτικό και Γυμνάσιο: Μια αναπτυξιακή διαδικασία*. Αθήνα, Επίκεντρο.
- Van de Walle, J. A. (2005). *Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο: Μια εξελικτική διδασκαλία*. Αθήνα, Τωπωθήτω.