

ΣΤΕΡΕΟ

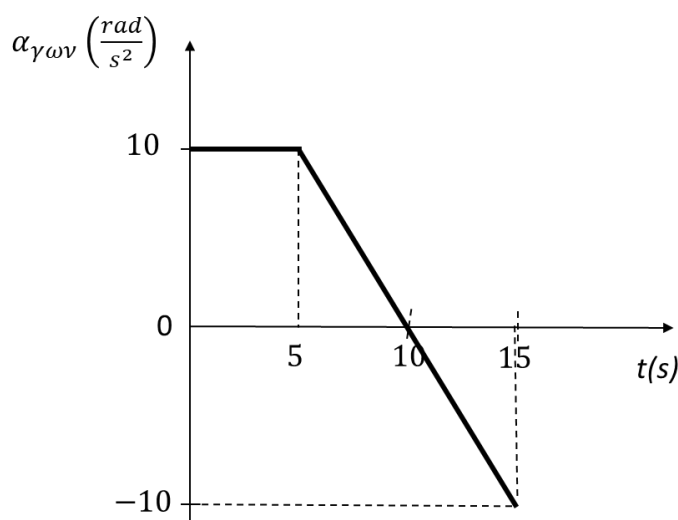
1) Οριζόντιος κύλινδρος κυλίνεται και έχει αρχικά γωνιακή ταχύτητα ω . Επιβραδύνεται με σταθερή γωνιακή επιβράδυνση μέτρου α_1 . Μέχρι να σταματήσει, θα έχει εκτελέσει πλήθος περιστροφών ίσο με

(α) $\frac{\omega^2}{4\alpha_1}$

(β) $\frac{\omega^2}{2\pi\alpha_1}$

(γ) $\frac{\omega^2}{4\pi\alpha_1}$

2) Ένας ομογενής και ισοπαχής δίσκος είναι αρχικά ακίνητος και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής $Z'Z$ που είναι κάθετος στο δίσκο και περνά από το κέντρο του O . Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του δίσκου από $t_0 = 0$ έως $t_1 = 15s$ φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα. Το μέτρο ω_1 της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίσο με:



(α) $-10 \frac{rad}{s}$

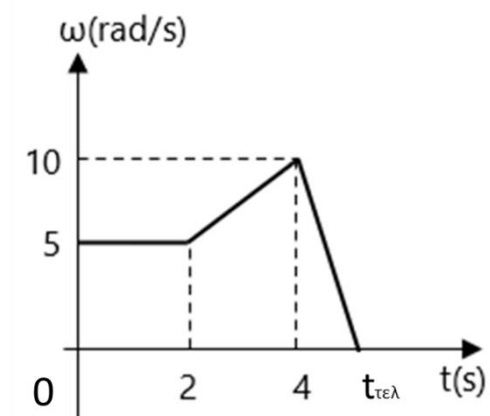
(β) $50 \frac{rad}{s}$

(γ) $150 \frac{rad}{s}$

3) Ένας τροχός στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του. Για τον τροχό αυτό η γωνιακή του ταχύτητα μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα.

4.1. Αν η γωνιακή μετατόπιση του τροχού από τη χρονική στιγμή $t_2 = 4s$ έως τη χρονική στιγμή $t_{τελ}$, που ο τροχός ακινητοποιείται, είναι ίση με $\Delta\theta_3 = 5rad$, να προσδιορίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση του τροχού, για το χρονικό διάστημα αυτό, καθώς και τη χρονική στιγμή $t_{τελ}$.

4.2. Για τις επιμέρους κινήσεις που εκτελεί ο τροχός από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t_{τελ}$, να δώσετε τις



τιμές της γωνιακής του επιτάχυνσης και στη συνέχεια να αποδώσετε σε διάγραμμα βαθμολογημένων αξόνων τη γωνιακή επιτάχυνση του τροχού σε συνάρτηση με τον χρόνο, για το παραπάνω χρονικό διάστημα της κίνησης

4.3. Να προσδιορίσετε τη γωνιακή μετατόπιση του τροχού, κατά τη διάρκεια του 4^{ου} δευτερολέπτου.

4.4. Να προσδιορίσετε τον αριθμό των περιστροφών του τροχού από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ έως τη στιγμή $t_{τελ}$.

4) Ένας τροχός στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του. Ο τροχός έχει ακτίνα $R = 0,6\text{ m}$ και αρχικά κινείται με γωνιακή ταχύτητα $\omega_0 = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο τροχός αρχίζει να επιταχύνεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\lambda,1} = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 3s$ σταματά να επιταχύνεται και μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 5s$ στρέφεται ομαλά. Να προσδιορίσετε:

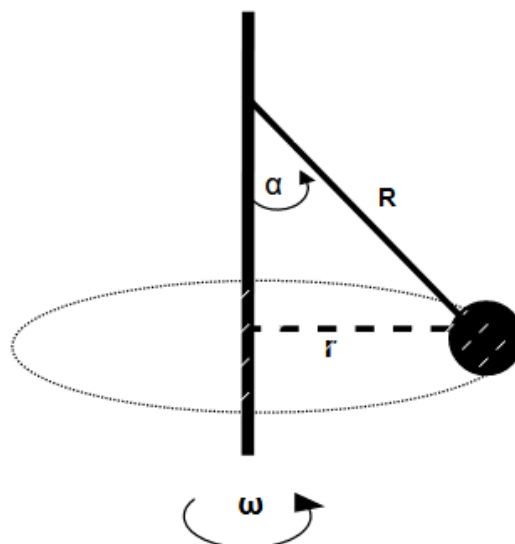
4.1. το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας ενός σημείου Λ του τροχού που απέχει από το κέντρο του απόσταση $\frac{R}{2}$, τη χρονική στιγμή $t = 1s$,

4.2. τις εξισώσεις της γωνιακής ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου για τα επιμέρους χρονικά διαστήματα, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t = 5s$,

4.3. τη γωνιακή μετατόπιση από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ έως $t = 5s$,

4.4. τον αριθμό των περιστροφών του τροχού, για το χρονικό διάστημα από τη στιγμή $3s$ μέχρι τη στιγμή $5s$.

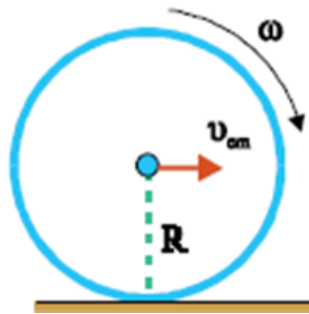
5) Το παιχνίδι “Tetherball” παίζεται δένοντας μια σφαίρα σε έναν ιστό με τη βοήθεια ενός νήματος. Η σφαίρα περιστρέφεται σε οριζόντιο κύκλο εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας r και το νήμα σχηματίζει γωνία α με τον κατακόρυφο άξονα. Η σφαίρα είναι ομογενής και το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό. Είναι γνωστά το μήκος του νήματος R και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ω της σφαίρας.



Αν g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας, η σχέση που συνδέει τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ω και τη γωνιακή απομάκρυνση α είναι:

$$(\alpha) \text{ συν } \alpha = \frac{g}{\omega^2 R} \quad , \quad (\beta) \text{ συν } \alpha = \frac{\omega^2 \cdot R}{g} \quad , \quad (\gamma) \text{ συν } \alpha = \frac{g}{2 \cdot \omega^2 R}$$

6) Ένα στεφάνι ακτίνας R κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι v_{cm} .

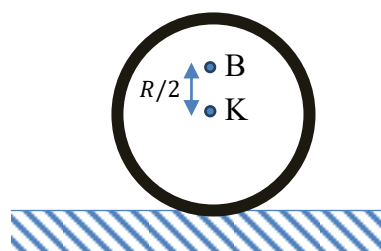


Τα σημεία του στεφανιού που απέχουν από το έδαφος απόσταση R έχουν ταχύτητα μέτρου

$$(\alpha) \quad v = 2v_{cm} \quad , \quad (\beta) \quad v = v_{cm} \quad , \quad (\gamma) \quad v = v_{cm}\sqrt{2}$$

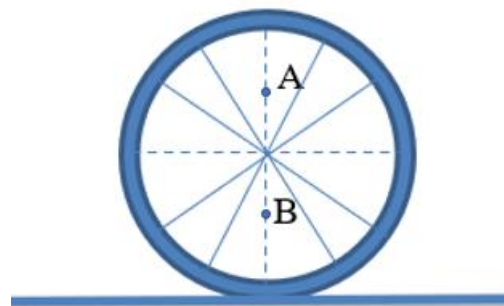
7) Ο τροχός του σχήματος έχει ακτίνα R , χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο και η του κέντρου μάζας του K είναι v_{cm} . Το μέτρο της του σημείου B που βρίσκεται στην κατακόρυφη και απέχει απόσταση $R/2$ από το K είναι

$$(\alpha) \quad \frac{3}{2} v_{cm} \quad (\beta) \quad \frac{2}{3} v_{cm} \quad (\gamma) \quad \frac{5}{2} v_{cm}$$



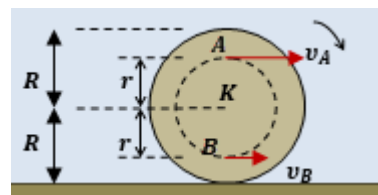
κυλίεται
ταχύτητα
ταχύτητας
διάμετρο

8) Ένας τροχός, ακτίνας R , κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε ακλόνητο οριζόντιο δάπεδο και κάποια στιγμή t το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας είναι ίσο με v_{CM} . Έστω O το κέντρο του τροχού και A, B σημεία της διαμέτρου που εκείνη τη στιγμή είναι κατακόρυφη, με αποστάσεις από το κέντρο $(OA) = (OB) = \frac{R}{2}$. Αν v_A και v_B , τα μέτρα των ταχυτήτων των σημείων A και B , τη χρονική στιγμή t , τότε το πηλίκο $\frac{v_A}{v_B}$ είναι ίσο με:



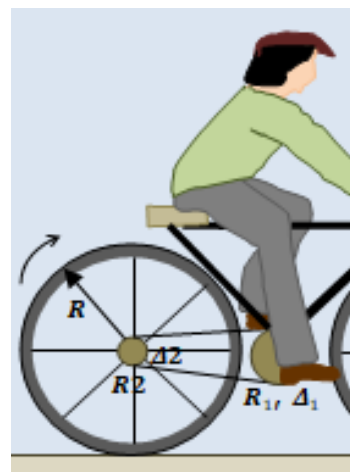
$$(\alpha) \quad 1, \quad (\beta) \quad \frac{1}{3}, \quad (\gamma) \quad 3$$

9) Ένας δίσκος ακτίνας R κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, πάνω σε οριζόντιο ακλόνητο δάπεδο, όπως στην εικόνα. Δύο σημεία A και B του δίσκου, ανήκουν στην ίδια διάμετρό του και απέχουν ίσες αποστάσεις r από το κέντρο του. Κάποια χρονική στιγμή, κατά την οποία η διάμετρος αυτή είναι κατακόρυφη, τα σημεία A και B έχουν ταχύτητες $\vec{v}_A$ και $\vec{v}_B$, για τα μέτρα των οποίων ισχύει η σχέση $v_A = 2 \cdot v_B$. Για τις ακτίνες R και r , ισχύει η σχέση:



$$(\alpha) r = \frac{R}{2}, \quad (\beta) r = \frac{R}{4}, \quad (\gamma) r = \frac{R}{3}$$

10) Σε ένα ποδήλατο ο δίσκος των πεντάλ (Δ_1), τον οποίο περιστρέφουμε με τα πόδια μας, έχει ακτίνα R_1 και συνδέεται, με τεντωμένη αλυσίδα στην περιφέρειά του, με ένα μικρότερο δίσκο (Δ_2) ακτίνας R_2 , ο οποίος περιστρέφει τον πίσω τροχό και περιστρέφεται μαζί του, γύρω από τον ίδιο άξονα στο κέντρο τους. Οι τροχοί του ποδηλάτου έχουν ίσες ακτίνες R και ισχύει η σχέση $R = 10 \cdot R_2$.



Αν κάνουμε ποδήλατο και κινούμαστε σε μια ευθεία ενός ποδηλατόδρομου, με τους τροχούς να κυλούν χωρίς να ολισθαίνουν, τότε όταν έχουμε περιστρέψει κατά N πλήρεις περιστροφές το δίσκο των πεντάλ, θα έχουμε διανύσει με το ποδήλατό μας, διάστημα S , για το οποίο ισχύει:

$$(\alpha) S = 2 \cdot N \cdot \pi \cdot R_1, \quad (\beta) S = 20 \cdot N \cdot \pi \cdot R_1, \quad (\gamma) S = 10 \cdot N \cdot \pi \cdot R_1$$

11) Ένας εργάτης χρησιμοποιεί ένα βαρέλι στην προσπάθειά του να μετακινήσει μια μακριά και βαριά σανίδα. Ο εργάτης κρατάει τη σανίδα από το ένα της άκρο, ενώ αυτή ακουμπάει στο βαρέλι, όπως στο σχήμα.

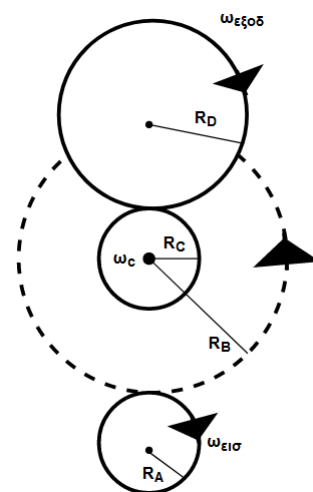


Στη διάρκεια αυτής της προσπάθειας, η σανίδα είναι συνεχώς οριζόντια, είναι συνεχώς σε επαφή με το βαρέλι χωρίς ποτέ να ολισθήσει πάνω σε αυτό και το βαρέλι κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο τραχύ οριζόντιο δάπεδο. Όταν το άκρο της σανίδας έχει μετατοπιστεί κατά 120 cm, το κέντρο του βαρελιού έχει μετατοπιστεί κατά:

$$(\alpha) 120 \text{ cm} \quad (\beta) 60 \text{ cm} \quad (\gamma) 240 \text{ cm}$$

12) Τέσσερις δίσκοι A, B, C και D, με ακτίνες R_A , R_B , R_C , R_D αντίστοιχα, στηρίζονται σε σταθερούς άξονες που είναι κάθετοι στο επίπεδό τους. Η περιγραφική τους εικόνα είναι η εξής:

Ο δίσκος C αποτελεί ενιαίο στερεό σώμα με τον B. Οι περιφέρειες των A και B βρίσκονται σε επαφή και οι δίσκοι περιστρέφονται χωρίς να ολισθαίνουν ο ένας ως προς τον άλλο. Το ίδιο ισχύει για τους C και D. Σε καμία στιγμή της κίνησής τους, οι δίσκοι B και D δεν έρχονται σε επαφή. Θέτουμε τον δίσκο A σε περιστροφή κατά την φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega_{\epsilon\iota\sigma}$ (βλ. σχ.). Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής $\omega_{\epsilon\chi\omicron\delta}$ του δίσκου D είναι:



(α) $\omega_{\epsilon\chi\omicron\delta} = \omega_{\epsilon\iota\sigma} \frac{R_A}{R_B} \cdot \frac{R_C}{R_D}$, (β) $\omega_{\epsilon\chi\omicron\delta} = \omega_{\epsilon\iota\sigma} \frac{R_D}{R_B} \cdot \frac{R_C}{R_A}$, (γ) $\omega_{\epsilon\chi\omicron\delta} = \omega_{\epsilon\iota\sigma} \frac{R_A}{R_C} \cdot \frac{R_B}{R_D}$

13) Στρίβουμε ένα νόμισμα στον αέρα. Το νόμισμα έχει διάμετρο L . Τη στιγμή που το νόμισμα εγκαταλείπει το χέρι μας κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω είναι οριζόντιο, το κέντρο μάζας του K έχει αρχική ταχύτητα v_0 και το ένα άκρο A μιας διαμέτρου του ΑΓ έχει μηδενική ταχύτητα και περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα $x x'$ κάθετο στην ΑΓ που διέρχεται από το κέντρο μάζας του K. Το κέντρο μάζας K κινείται κατακόρυφα και φθάνει σταματώντας στιγμιαία σε ύψος h . Ο αριθμός N , των περιστροφών που θα εκτελέσει το νόμισμα μέχρι τη στιγμή που το κέντρο μάζας K φτάσει στο ύψος h είναι:

(α) $N = \frac{2h}{\pi L}$

(β) $N = \frac{h}{\pi L}$

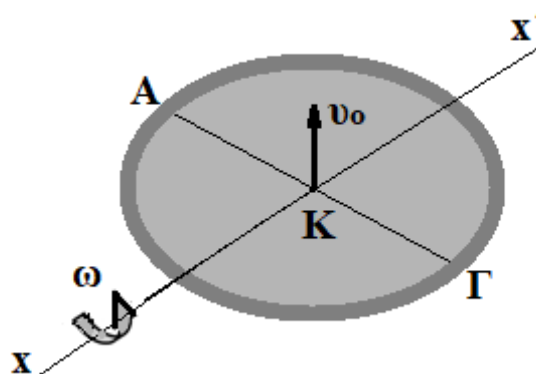
(γ) $N = \frac{h}{2\pi L}$

14) Σε στερεό ασκούνται αντίρροπες δυνάμεις F_1 και F_2 οι οποίες έχουν ίσα μέτρα και παράλληλους φορείς. Η συνολική ροπή αυτών των δυνάμεων που ασκούνται στο στερεό είναι:

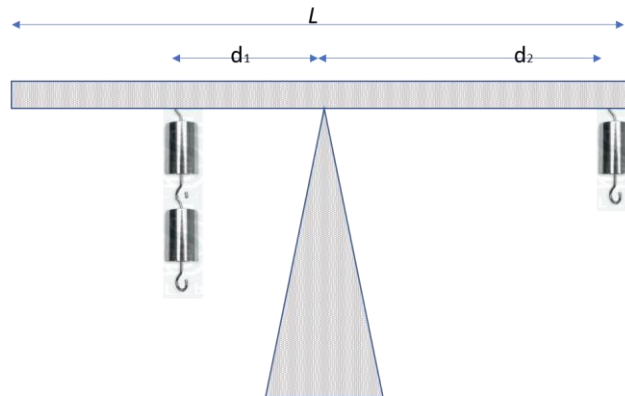
(α) μεγαλύτερη ως προς σημείο K που βρίσκεται μεταξύ των φορέων τους.

(β) μεγαλύτερη ως προς σημείο Λ που βρίσκεται έξω από τους φορείς τους.

(γ) ανεξάρτητη από το σημείο υπολογισμού της.



15) Η Άννα και ο Κωνσταντίνος, μελετούν την ισορροπία μίας ράβδου. Η ράβδος αρχικά ισορροπεί καθώς ένα στήριγμα τοποθετείται κάτω από το κέντρο μάζας της.



Οι μαθητές κρεμούν σε διαφορετικά σημεία της ράβδου διαφορετικό αριθμό βαριδίων (σταθμών) και μετρούν τις αποστάσεις d_1 και d_2 , όπου d_1 είναι η απόσταση των βαριδίων που τοποθετούνται αριστερά σε σχέση με το σημείο στήριξης της ράβδου και d_2 η απόσταση των βαριδίων που τοποθετούνται προς τα δεξιά. Το κάθε βαρίδιο έχει μάζα $m = 10g$.

Οι μαθητές, πραγματοποιούν 4 μετρήσεις και συμπληρώνουν τον πίνακα:

	N_1 : Αριθμός βαριδίων σε απόσταση d_1	Απόσταση d_1 (cm)	N_2 : Αριθμός βαριδίων σε απόσταση d_2	Απόσταση d_2 (cm)
1 ^η μέτρηση	2	10	1	20
2 ^η μέτρηση	2	20	2	10
3 ^η μέτρηση	3	10	1	20
4 ^η μέτρηση	2	20	4	10

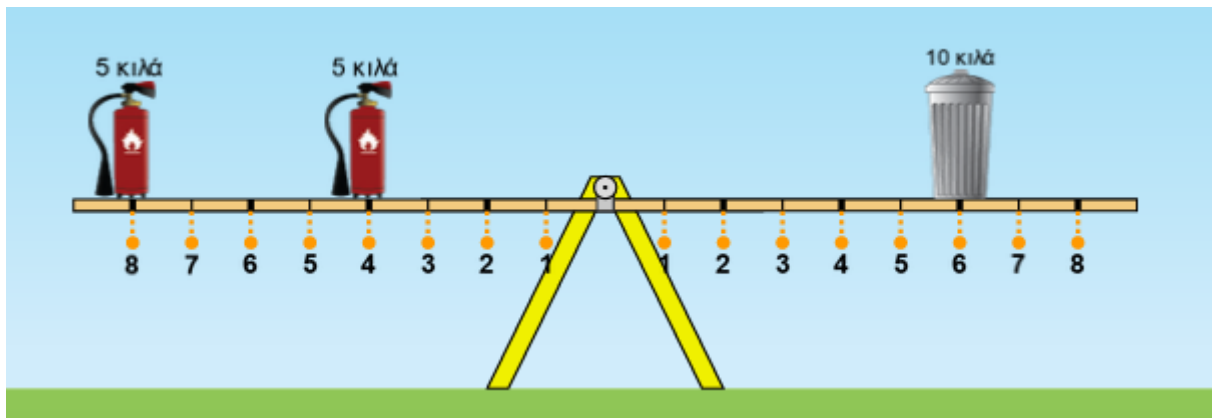
Η ράβδος ισορροπεί

(α) στην 1^η και 4^η μέτρηση,

(β) στην 1^η και 3^η μέτρηση,

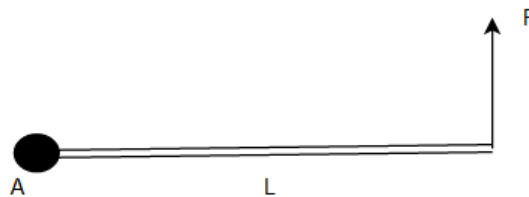
(γ) στην 2^η και 4^η μέτρηση.

16) Μία ομογενής ράβδος μήκους L και αμελητέας μάζας στηρίζεται στο κέντρο της από μία βάση, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η ράβδος είναι χωρισμένη σε ίσα αριθμημένα τμήματα και έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο της. Πάνω της έχουν τοποθετηθεί δύο πυροσβεστήρες που ο καθένας έχει μάζα $m = 5kg$ και ένας κάδος με μάζα $M = 10Kg$. Αρχικά η ράβδος διατηρείται οριζόντια. Όταν αφεθεί ελεύθερη, τότε



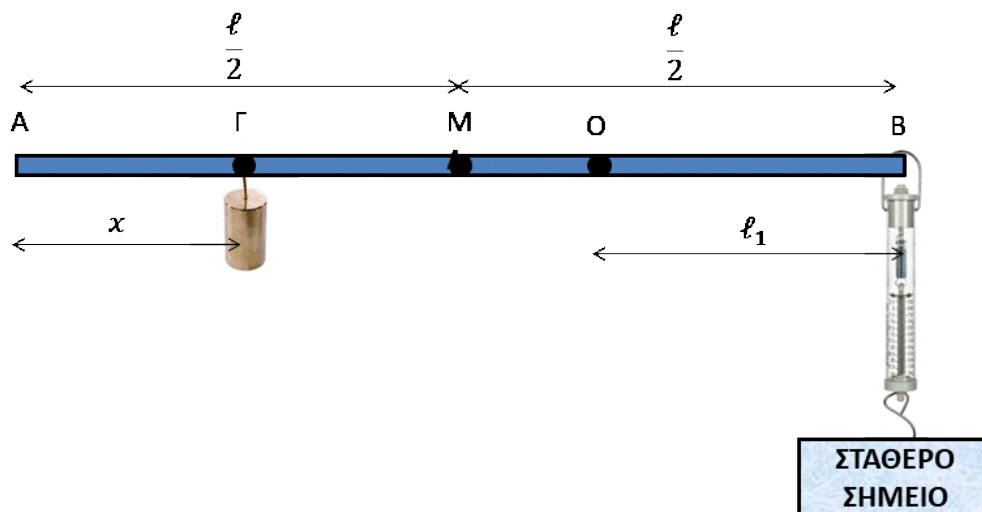
- (α) θα περιστραφεί δεξιόστροφα.
 (β) θα περιστραφεί αριστερόστροφα.
 (γ) θα παραμείνει οριζόντια.

17) Η οριζόντια ομογενής ράβδος μάζας m και μήκους L του σχήματος μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σταθερό σημείο Α. Αν η ράβδος ισορροπεί οριζόντια όπως φαίνεται στο σχήμα με τη βοήθεια της δύναμης $\vec{F}$ τότε:



(α) $F = 2mg$, (β) $F = mg$, (γ) $F = \frac{mg}{2}$

18) Η λεπτή ομογενής ράβδος AB του σχήματος έχει βάρος $w = 10N$ και μήκος $\ell = 1m$. Η ράβδος AB έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα $z'z$ που περνά από το σημείο O και



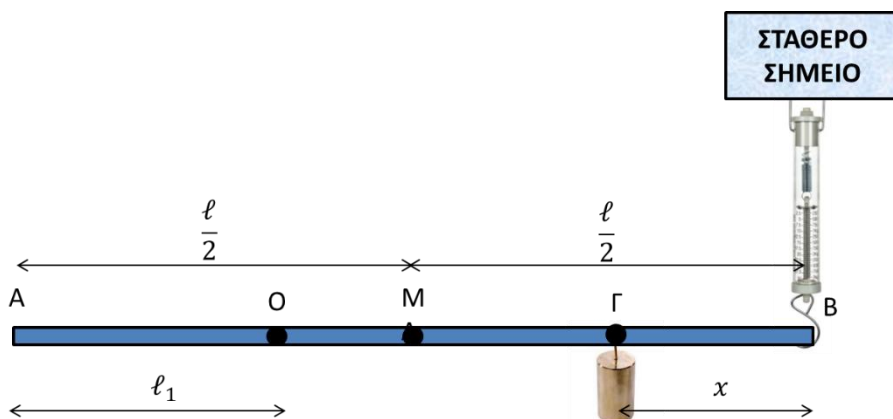
είναι κάθετος στη ράβδο. Το σημείο Ο απέχει από το άκρο Β απόσταση $\ell_1 = 40 \text{ cm}$. Στο σημείο Γ της ράβδου που απέχει απόσταση x από το άκρο Α είναι κρεμασμένο βαρίδιο με βάρος $w_1 = 10 \text{ N}$. Ένα δυναμόμετρο είναι δεμένο με το ένα άκρο του στο άκρο Β της ράβδου και με το άλλο είναι δεμένο σε σταθερό σημείο. Όταν η ράβδος ισορροπεί οριζόντια η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι 10 N . Η απόσταση x είναι ίση με:

(α) $x = 0,3 \text{ m}$

(β) $x = 0,2 \text{ m}$

(γ) $x = 0,1 \text{ m}$

19) Η λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ του σχήματος έχει βάρος $w = 10 \text{ N}$ και μήκος $\ell = 1 \text{ m}$. Η ράβδος ΑΒ έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα $z'z$ που περνά από το σημείο Ο και είναι κάθετος στη ράβδο. Το σημείο Ο απέχει από το άκρο Α απόσταση $\ell_1 = 40 \text{ cm}$. Στο σημείο Γ της ράβδου που απέχει απόσταση x από το άκρο Β είναι κρεμασμένο βαρίδιο με βάρος $w_1 = 10 \text{ N}$. Ένα



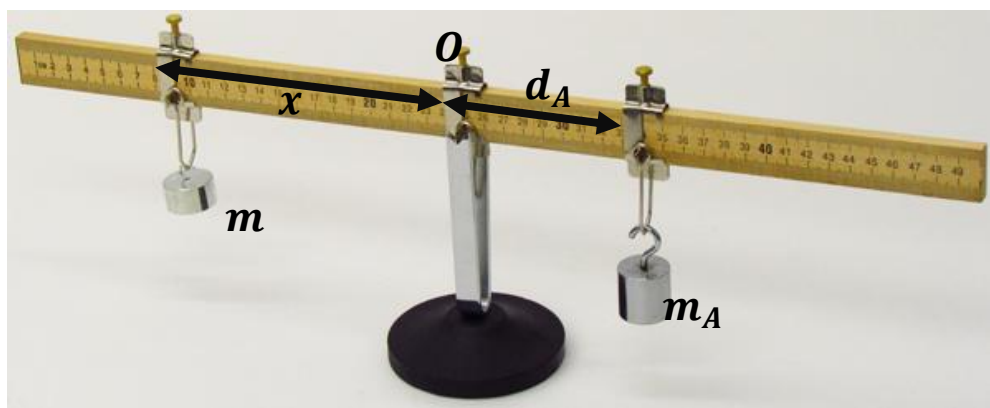
δυναμόμετρο είναι δεμένο με το ένα άκρο του στο άκρο Β της ράβδου και με το άλλο είναι δεμένο σε σταθερό σημείο. Όταν η ράβδος ισορροπεί οριζόντια η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι 10 N . Η απόσταση x είναι ίση με:

(α) $x = 0,3 \text{ m}$

(β) $x = 0,2 \text{ m}$

(γ) $x = 0,1 \text{ m}$

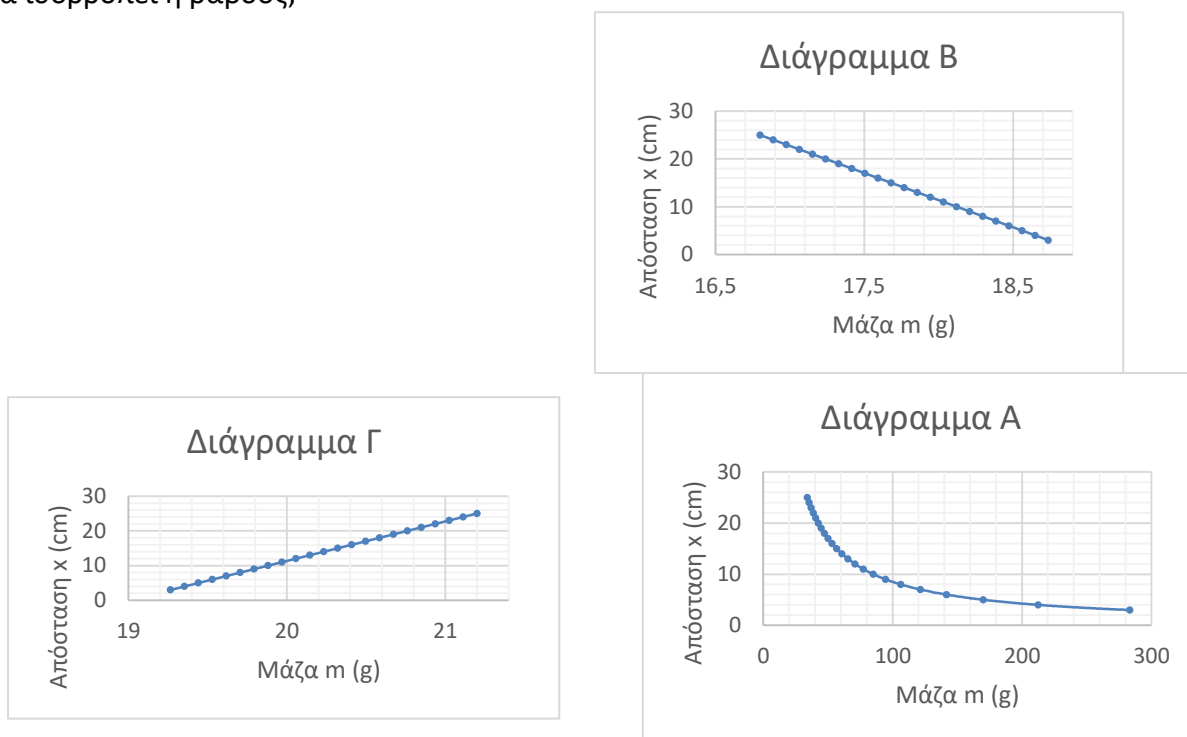
20) Στη διάταξη της εικόνας¹, το υποδεκάμετρο μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο



άξονα που υπάρχει στο σημείο Ο (μέσο του υποδεκάμετρου). Το βαρίδιο μάζας m_A είναι μόνιμα αναρτημένο σε σημείο που βρίσκεται σε απόσταση d_A από το σημείο Ο. Στα αριστερά του σημείου Ο αναρτούμε κάθε φορά διαφορετικό βαρίδιο μάζας m , από διαφορετικό σημείο απόστασης x από το Ο ώστε το υποδεκάμετρο να παραμένει σε ισορροπία.

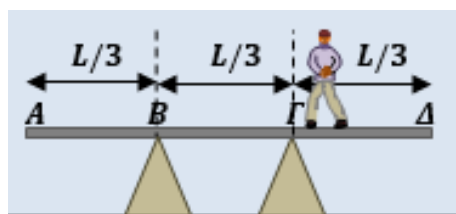
Δίνονται τρία διαγράμματα απόστασης x σε σχέση με μάζα m .

Ποιο από τα τρία διαγράμματα περιγράφει σωστά τη σχέση της απόστασης x με τη μάζα m ώστε να ισορροπεί η ράβδος;



(α) Α , (β) Β , (γ) Γ

21) Μια ομογενής και ισοπαχής σανίδα (ΑΔ) μάζας M και μήκους L , στηρίζεται στα σημεία Β και Γ, πάνω σε κατάλληλα στηρίγματα, ώστε να παραμένει οριζόντια και να ισχύει $(AB) = (BΓ) = (ΓΔ) = \frac{L}{3}$, όπως στο σχήμα.



Ένας άνθρωπος μάζας m χρησιμοποιεί αυτή την σανίδα πατώντας πάνω της για μια εργασία. Η προϋπόθεση για να μπορεί ο άνθρωπος να πατήσει σε οποιοδήποτε σημείο της σανίδας, από το ένα άκρο της μέχρι το άλλο είναι:

(α) $M \geq m$, (β) $M \geq 2m$, (γ) $M \geq \frac{m}{2}$

22) Άκαμπτη ομογενής σανίδα ΑΓ, μήκους $L = 3\text{m}$ και βάρους $W = 200\text{N}$ στηρίζεται στο σημείο Δ σε ένα υποστήριγμα (δ) και ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια κατακόρυφου, αβαρούς και μη εκτατού νήματος, ΑΖ, όπως στο σχήμα. Στο άκρο Α της σανίδας έχει στερεωθεί ακλόνητα σφαίρα, βάρους $W_1 = 100\text{N}$, οπότε η τάση του νήματος ΑΖ ισούται με μηδέν.

4.1. Να υπολογίσετε την απόσταση $(A\Delta) = d$.

4.2. Στη σανίδα και στο άλλο άκρο της Γ τοποθετούμε σώμα (σ), βάρους $W_\sigma = 200\text{N}$. Αν θεωρήσουμε ότι η σανίδα συνεχίζει να ισορροπεί, να υπολογίσετε το μέτρο της αντίδρασης που δέχεται η σανίδα από το υποστήριγμα (δ). Το νήμα θα κοπεί ή όχι; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Δίνεται το όριο θραύσης του νήματος $T_{\theta\rho} = 500\text{N}$.

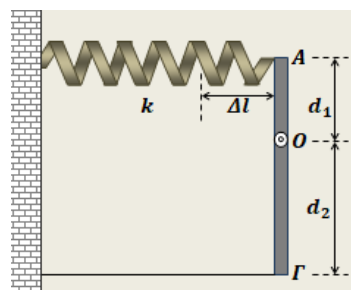
4.3. Μεταφέρουμε το σώμα (σ) από τη θέση Γ στο μέσο της σανίδας. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος, λαμβάνοντας υπόψη ότι η σανίδα ισορροπεί.

4.4. Επαναφέρουμε το σώμα (σ) στο άκρο Γ της σανίδας και τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούμε σ' αυτό μία κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με φορά προς τα



κάτω. Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση: $F = 20 + 5t$ (S.I.). Αν θεωρήσουμε ότι η σανίδα ισορροπεί, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή όπου το νήμα θα κοπεί.

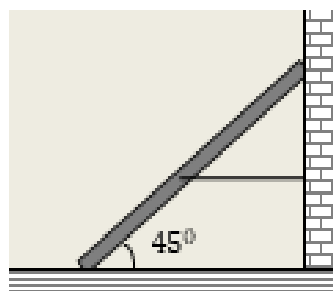
23) Μια ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο ακλόνητο δάπεδο και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από σημείο Ο της ράβδου, το οποίο απέχει από τα άκρα της αποστάσεις $(AO) = d_1$ και $(\Gamma O) = d_2$, για τις οποίες ισχύει η σχέση $d_2 = 2 \cdot d_1$. Η ράβδος είναι αρχικά ακίνητη και παράλληλη προς ένα κατακόρυφο τοίχο.



Δένουμε το άκρο Γ της ράβδου από τον τοίχο με ιδανικό νήμα έτσι ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο και κάθετο τόσο στον τοίχο, όσο και στην αρχική διεύθυνση της ράβδου. Στη συνέχεια στερεώνουμε ένα ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k , με το ένα άκρο του στον τοίχο, με τον άξονά του κάθετο τόσο στον τοίχο, όσο και στην αρχική διεύθυνση της ράβδου. Για να στερεώσουμε το άλλο άκρο του ελατηρίου στο άκρο Α της ράβδου, ώστε αυτό να παραμένει κάθετο στον τοίχο αλλά και στη ράβδο, πρέπει να το επιμηκύνουμε κατά Δl , σε σχέση με το φυσικό του μήκος. Έτσι η ράβδος διατηρείται ακίνητη και παράλληλη με τον τοίχο όπως φαίνεται στην κάτοψη του σχήματος. Σε αυτή την κατάσταση ισορροπίας, η ράβδος δέχεται από τον άξονά της στο Ο, δύναμη $\vec{F}$, μέτρου:

(α) $F = k \cdot \Delta l$, (β) $F = 2 \cdot k \cdot \Delta l$, (γ) $F = \frac{3}{2} \cdot k \cdot \Delta l$

24) Ομογενής και ισοπαχής ράβδος έχει μήκος l και βάρος W . Η ράβδος ισορροπεί ακίνητη, καθώς στηρίζεται στο πάνω άκρο της σε λείο κατακόρυφο τοίχο, στο κάτω άκρο της σε λείο οριζόντιο δάπεδο και στο μέσον της έχει δεθεί το ένα άκρο και μη ελαστικού νήματος, το άλλο άκρο του οποίου στον κατακόρυφο τοίχο, έτσι ώστε το νήμα να είναι και οριζόντιο, όπως στο σχήμα. Στη θέση αυτή, η ράβδος γωνία 45° με το οριζόντιο δάπεδο. (Δίνεται $\eta\mu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$). Για το μέτρο T της τάσης του νήματος που δέχεται η από το νήμα ισχύει η σχέση:



αβαρούς
δένεται
τεντωμένο
σχηματίζει
συν 45°).
ράβδος

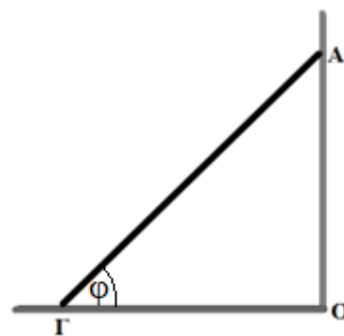
$$(\alpha) T = \frac{W}{2} \quad , \quad (\beta) T = W \quad , \quad (\gamma) T = \frac{W}{4}$$

25) Η ράβδος ΑΓ είναι ομογενής και ισορροπεί όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, ακουμπώντας σε κατακόρυφο τοίχο και σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο σχηματίζει γωνία φ . Για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει

(α) ο τοίχος και το δάπεδο να είναι λείες επιφάνειες.

(β) ο τοίχος να είναι λεία επιφάνεια και το δάπεδο τραχύ με συντελεστή οριακής τριβής $\mu = \frac{1}{2\varepsilon\varphi\varphi}$.

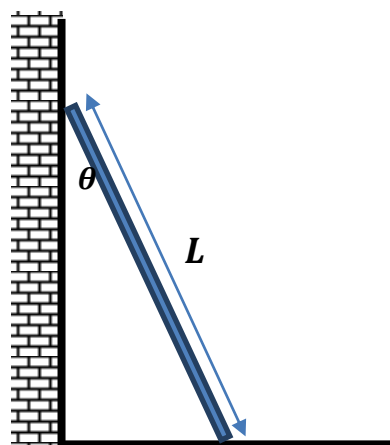
(γ) το δάπεδο να είναι λεία επιφάνεια και ο τοίχος τραχύς με συντελεστή οριακής τριβής $\mu = \frac{1}{2\varepsilon\varphi\varphi}$.



26) Σκάλα μήκους $L = 2 \text{ m}$ είναι τοποθετημένη πλάγια σε τοίχο όπως φαίνεται στο σχήμα. Η γωνία που σχηματίζει με τον τοίχο είναι $\theta = 30^\circ$. Το βάρος της σκάλας είναι 40 N . Θεωρήστε πως η τριβή ανάμεσα στον τοίχο και την σκάλα είναι αμελητέα.

4.1. Αφού μεταφέρετε το σχήμα στο γραπτό σας, να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σκάλα και να γράψετε τις συνθήκες ισορροπίας (μεταφορικής για κάθε άξονα και στρεφικής) για τη σκάλα.

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της απαιτούμενης τριβής ανάμεσα στο έδαφος και στη σκάλα ώστε η τελευταία να ισορροπεί.



Ο συντελεστής στατικής τριβής ανάμεσα στο έδαφος και στη σκάλα είναι $\mu = 0,20$.

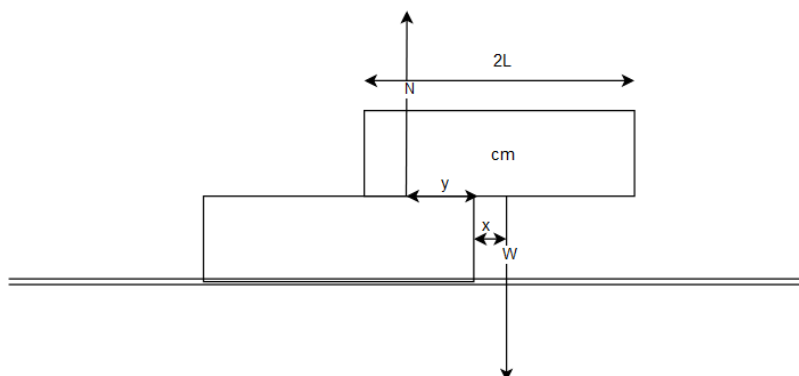
4.3. Να βρείτε αν η σκάλα ολισθαίνει.

4.4. Να βρείτε τη συνθήκη που πρέπει να ικανοποιεί η γωνία θ ώστε η σκάλα να μην ολισθαίνει.

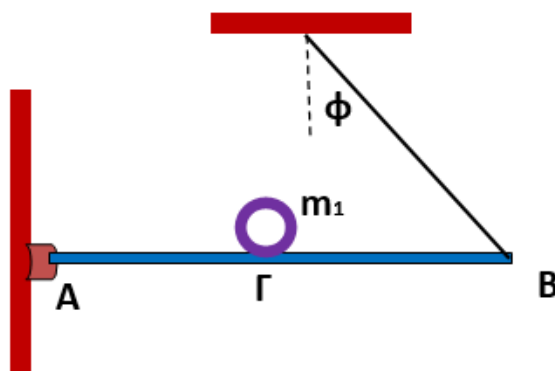
27) Δύο όμοιες ράβδοι από το ίδιο υλικό μήκους $2L$ η κάθε μία τοποθετούνται η μια πάνω στην άλλη όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Δίνεται ότι το βάρος της κάθε μίας είναι $W =$

20 N και το μήκος $2L = 0,8\text{ m}$. Η θέση που πρέπει να τοποθετηθούν η μία πάνω στην άλλη για να ισορροπούν είναι:

(α) $x = 0$, (β) $x = \frac{L}{4}$, (γ) $x = \frac{L}{2}$



28) Ομογενής ράβδος AB έχει μήκος $L = 1\text{ m}$, μάζα $m = 900\text{ g}$ και ισορροπεί σε οριζόντια θέση με την βοήθεια αβαρούς μη εκτατού νήματος που δένεται σε οροφή και σχηματίζει με τη κατακόρυφο γωνία ϕ τέτοια ώστε $\eta\mu\phi = 0,87$ και $\sigma\upsilon\eta\phi = 0,5$, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται κατακόρυφα, με τη βοήθεια άρθρωσης, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της A και είναι κάθετος σ' αυτή. Στο μέσο της ράβδου, έστω σημείο Γ, τοποθετούμε κυκλική στεφάνη μάζας $m_1 = 100\text{ g}$ και ακτίνας $R = 10\text{ cm}$. Το όριο θραύσης του νήματος δίνεται $T_{\theta\rho} = 10,5\text{ N}$.

4.1. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος, όταν τοποθετήσαμε την στεφάνη στην θέση Γ.

4.2. Να βρείτε πόσο κοντά στο B μπορούμε να τοποθετήσουμε την στεφάνη χωρίς να σπάσει το νήμα.

4.3. Να κάνετε την γραφική παράσταση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση x της στεφάνης από το σημείο Γ καθώς μετακινείται προς το σημείο όπου σπάει το νήμα.

Εκτοξεύουμε την στεφάνη από το σημείο Γ προς το άκρο B, με αρχική ταχύτητα v_0 . Συγχρόνως, ασκούνται σε αυτή κατάλληλες δυνάμεις ώστε να κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει, εκτελώντας ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση $\alpha_{cm} = 0,25\text{ m/s}^2$ και σταματά μετά από χρόνο $\Delta t = 1\text{ s}$.

4.4. Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών που εκτέλεσε έως τότε.

Δίνεται: $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

29) Το άκρο B ομογενούς ράβδου AB μήκους $L = 4 \text{ m}$ και μάζας $m = 1,5 \text{ kg}$ φέρει σώμα αμελητέων διαστάσεων και μάζας $2m = 3 \text{ kg}$, ενώ το άκρο A αρθρώνεται σε κατακόρυφο τοίχο. Η ράβδος κρατείται οριζόντια με τη βοήθεια αβαρούς νήματος μήκους $L = 4 \text{ m}$. Το ένα άκρο του νήματος δένεται στο μέσο Γ της ράβδου και το άλλο σε ένα σημείο Δ του τοίχου, ψηλότερα από το A. Να υπολογίσετε:

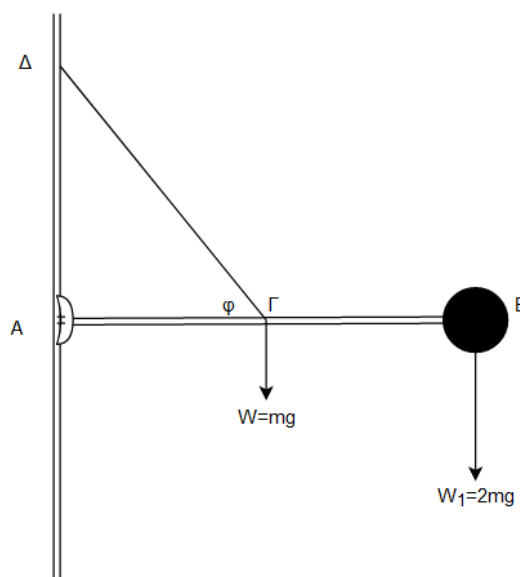
4.1. τη γωνία φ που περιέχεται μεταξύ των τμημάτων ΓΔ και ΓΑ.

4.2. το μέτρο της τάσης T του νήματος.

4.3. τα μέτρα των συνιστωσών δυνάμεων F_x, F_y που δέχεται η ράβδος από τον τοίχο,

4.4. το μέτρο και τη διεύθυνση της συνολικής δύναμης F που δέχεται από τον τοίχο η ράβδος.

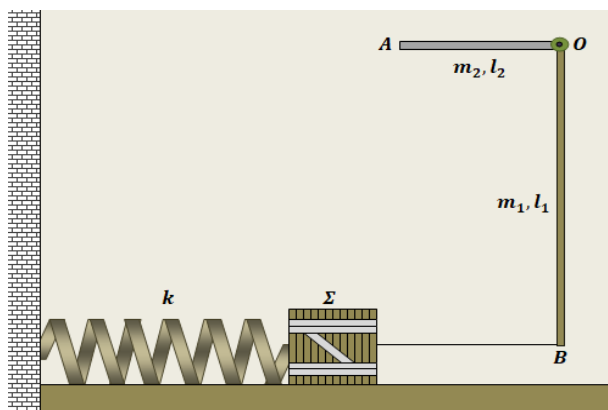
Δίνονται: $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$, $\eta\mu \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $g = 10 \frac{m}{s^2}$



30) Δύο λεπτές και ομογενείς ράβδοι OA και OB από διαφορετικά υλικά, συγκολλούνται στο ένα άκρο τους O, ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία. Η ράβδος OB έχει μήκος $l_1 = 0,8 \text{ m}$ και μάζα $m_1 = 0,4 \text{ kg}$. Η ράβδος OA, έχει το μισό μήκος από την OB, ($l_2 = 0,4 \text{ m}$) και διπλάσια μάζα ($m_2 = 0,8 \text{ kg}$), από αυτή. Το σύστημα των δύο ράβδων, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, ως ένα σώμα, γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα, κάθετο στο επίπεδό τους ο οποίος διέρχεται από την κορυφή O της ορθής γωνίας.

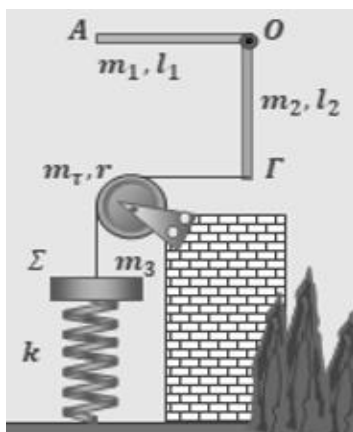
Οριζόντιο αβαρές νήμα, συνδέει το άκρο B της ράβδου OB με άλλο σώμα Σ μάζας $m_3 = 0,2 \text{ kg}$, το οποίο μπορεί να ολισθαίνει πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Το Σ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 20 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Ο άξονας του ελατηρίου είναι στην ίδια ευθεία με το νήμα.

Αρχικά το σύστημα ισορροπεί έτσι ώστε, με κατάλληλη επιμήκυνση του ελατηρίου, η ράβδος OB να συγκρατείται κατακόρυφη όπως στο σχήμα.



4.1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου, σε σχέση με το φυσικό του μήκος, στην αρχική κατάσταση ισορροπίας του συστήματος.

31) Δύο λεπτές, ισοπαχείς και ομογενείς ράβδοι (OA) και (OG), έχουν συγκολληθεί στο κοινό τους άκρο O , έτσι ώστε να κινούνται σαν ένα σώμα και να είναι κάθετες μεταξύ τους. Στο κοινό άκρο O των δύο ράβδων προσαρμόσαμε σταθερό άξονα, οριζόντιο και κάθετο στο επίπεδό τους, γύρω από τον οποίο μπορούν να περιστρέφονται ελεύθερα, χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Οι δύο ράβδοι έχουν μάζες $m_{(OA)} = m_1 = 6 \text{ kg}$ και $m_{(OG)} = m_2 = 3 \text{ kg}$. Τα μήκη των δύο ράβδων είναι ίσα και δίνονται $l_1 = l_2 = l = 2,5 \text{ m}$. Στο άκρο Γ της ράβδου OG , δέσαμε το ένα άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος. Το νήμα τεντωμένο και οριζόντιο περνάει στο αυλάκι μιας τροχαλίας μάζας $m_\tau = 1 \text{ kg}$ και ακτίνας r , η οποία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα στο κέντρο της. Το νήμα μετά την τροχαλία τεντωμένο και κατακόρυφο, δένεται σε σώμα Σ , μάζας $m_3 = 3 \text{ kg}$, το οποίο είναι στερεωμένο στο πάνω άκρο ιδανικού, κατακόρυφου και αβαρούς ελατηρίου, σταθεράς $k = 300 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, το κάτω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο, όπως στο σχήμα. Το κέντρο μάζας του Σ βρίσκεται στην κατακόρυφη ευθεία του άξονα του ελατηρίου.

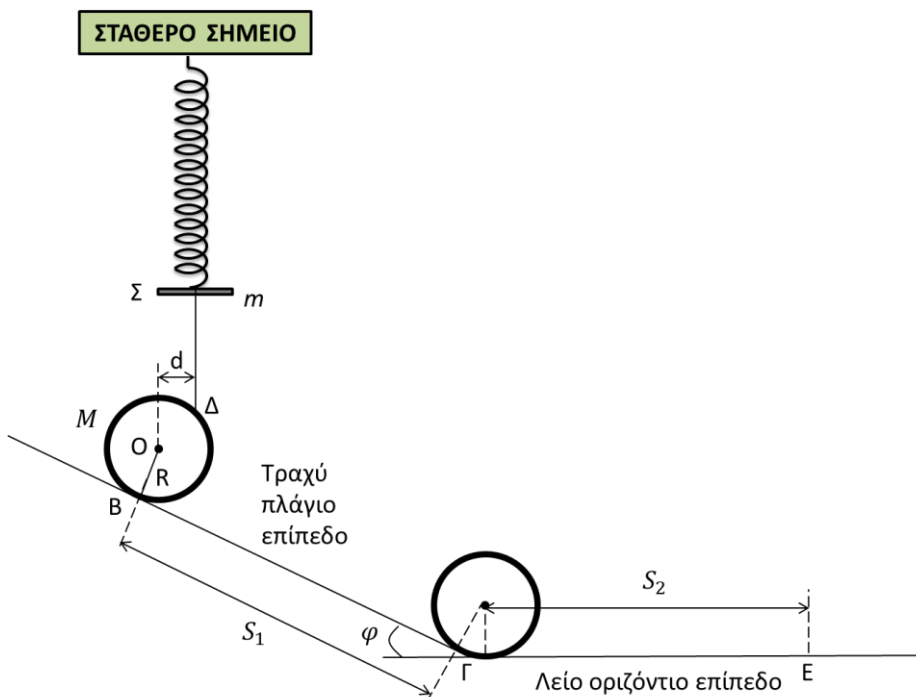


Αρχικά η διάταξη ισορροπεί, με όλα τα σώματα ακίνητα και τα κέντρα τους στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης ($\vec{T}$) του νήματος, την οποία δέχεται η ράβδος (OG) στο άκρο Γ .

4.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης ($\vec{F}$), την οποία δέχεται η τροχαλία από τον άξονά της.

32) Στο παρακάτω σχήμα το σώμα Σ έχει μάζα $m = 1Kg$ και είναι στερεωμένο στο κάτω άκρο του ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400 \frac{N}{m}$. Αβαρές και μη εκτατό νήμα είναι δεμένο με το ένα άκρο του στο σώμα Σ και με το άλλο στο σημείο Δ λεπτού και ομογενούς δακτυλίου ακτίνας $R = 0,2 m$ και μάζας $M = 4,875Kg$ έτσι ώστε η απόσταση d να είναι ίση με $0,1 m$. Ο δακτύλιος ακουμπά σε τραχύ κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ με $\eta\mu\varphi = 0,8$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,6$.



Το σώμα Σ και ο δακτύλιος ισορροπούν. Στη θέση ισορροπίας του συστήματος το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell = 0,1 m$. Δίνεται η επιτάχυνση τη βαρύτητας $g = 10 \frac{m}{s^2}$

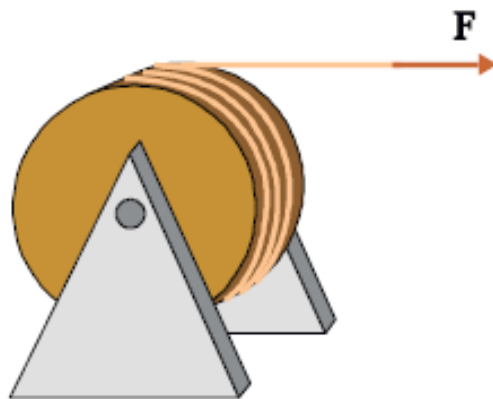
4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος στη θέση ισορροπίας του συστήματος και τη στατική τριβή που ασκείται στο δακτύλιο από το τραχύ κεκλιμένο επίπεδο.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κόβουμε το νήμα οπότε το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και ο δακτύλιος κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει αρχικά στο τραχύ κεκλιμένο επίπεδο και στη συνέχεια στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μετάβαση του δακτυλίου από το κεκλιμένο επίπεδο στο οριζόντιο επίπεδο γίνεται χωρίς ενεργειακές απώλειες με αποτέλεσμα να μην αλλάξει το μέτρο της μεταφορικής και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας κατά τη μετάβαση.

4.3. Η γωνιακή επιτάχυνση του δακτυλίου κατά την κύλιση του στο κεκλιμένο επίπεδο έχει μέτρο $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$. Να υπολογίσετε το μέτρο a_{cm} της μεταφορικής επιτάχυνσης του δακτυλίου κατά την κύλισή του στο κεκλιμένο επίπεδο και το μέτρο v_1 της μεταφορικής και το μέτρο ω_1 της γωνιακής ταχύτητας του δακτυλίου τη στιγμή που περνά από το σημείο Γ. Να θεωρήσετε ότι η μετατόπιση του κέντρου μάζας του δακτυλίου κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι ίση με $S_1 = 8\text{m}$

4.4. Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών του δακτυλίου από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα μέχρι τη στιγμή που περνά από το σημείο Ε. Να θεωρήσετε ότι η μετατόπιση του κέντρου μάζας του δακτυλίου κατά μήκος του οριζόντιου επιπέδου είναι ίση με $S_2 = 8\text{m}$.

33) Στην περιφέρεια μιας ακίνητης τροχαλίας, ακτίνας $R = 30\text{ cm}$ είναι τυλιγμένο σκοινί μεγάλου μήκους. Ασκώντας στο σκοινί, την χρονική στιγμή $t = 0$, οριζόντια δύναμη $F = 20\text{ N}$, περιστρέφουμε την τροχαλία με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση. Βρέθηκε πως όταν η τροχαλία έχει κάνει $\frac{4}{\pi}$ περιστροφές, έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα $\omega = 8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Με βάση αυτά τα δεδομένα, να βρείτε:



4.1. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας.

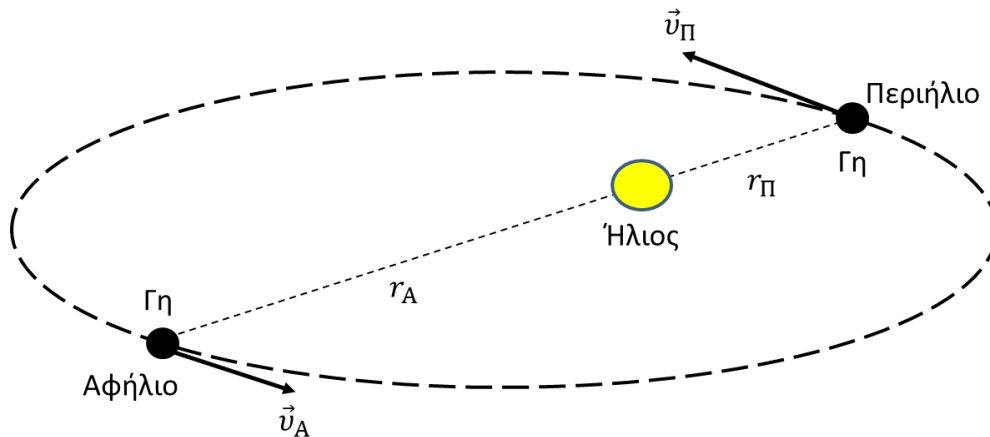
4.2. Τη γραμμική ταχύτητα του ανώτερου σημείου της τροχαλίας την χρονική στιγμή $t_1 = 3\text{ s}$.

4.3. Την συνολική ροπή των δυνάμεων που δέχεται η τροχαλία ως προς τον άξονα περιστροφής της.

4.4. Το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται από την τροχαλία στην διάρκεια του τέταρτου δευτερολέπτου της κίνησής της.

34) Η Γη περιστρέφεται γύρω από τον Ήλιο σε ελλειπτική τροχιά. Θεωρούμε ότι η μόνη δύναμη που δέχεται είναι η βαρυτική έλξη $\vec{F}_g$ από τον Ήλιο. Το σημείο της ελλειπτικής τροχιάς της Γης που βρίσκεται στη μικρότερη απόσταση, r_{Π} , από τον Ήλιο ονομάζεται περιήλιο, ενώ το σημείο που βρίσκεται στη μεγαλύτερη απόσταση, r_A , ονομάζεται αφήλιο.

Η σχέση που συνδέει τις δύο αποστάσεις είναι: $r_{\Pi} = \frac{9}{10} r_A$.



Η σχέση που συνδέει το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της Γης στο περιήλιο, ω_{Π} , με το μέτρο της στο αφήλιο, ω_A , είναι:

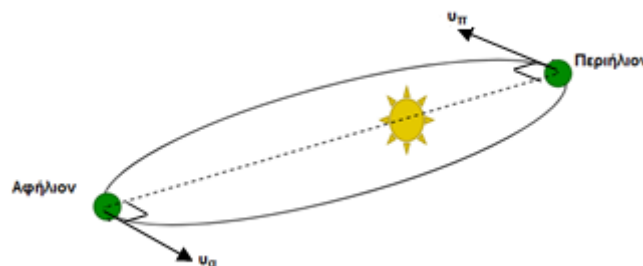
(α) $\omega_{\Pi} = \omega_A$

(β) $\omega_{\Pi} = \frac{100}{81} \omega_A$

(γ) $\omega_{\Pi} = \frac{81}{100} \omega_A$

35) Σε μάθημα του ομίλου της αστρονομίας, οι μαθητές μελετούν την κίνηση της Γης γύρω από τον Ήλιο. Μαθαίνουν ότι Αφήλιο είναι το σημείο στο οποίο η Γη βρίσκεται στη μεγαλύτερη απόσταση από τον Ήλιο και περιήλιο είναι το σημείο της τροχιάς της που βρίσκεται στη μικρότερη απόσταση (βλ. σχ.). Να σημειωθεί ότι το διάνυσμα της ταχύτητας είναι κάθετο στην ακτίνα στις δύο αυτές θέσεις. Όταν η Γη βρίσκεται στο αφήλιο της ελλειπτικής τροχιάς της, η απόσταση της από τον Ήλιο είναι $1,52 \cdot 10^{11} \text{ m}$ και το μέτρο της ταχύτητας της είναι $2,93 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Όταν βρίσκεται στο περιήλιο η απόσταση της είναι $1,47 \cdot 10^{11} \text{ m}$.

Κατά την μελέτη της κίνησης αυτής τα δύο σώματα μπορούν να θεωρηθούν ως υλικά σημεία.



Το μέτρο της ταχύτητας της Γης στο περιήλιο είναι:

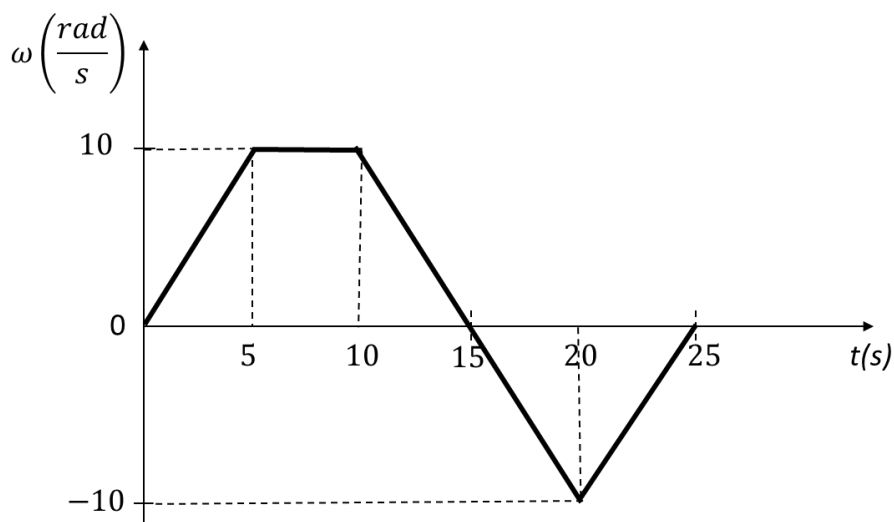
(α) $2 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$, (β) $1,05 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$,
 (γ) $3,03 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$



36) Ένας τεχνητός δορυφόρος, σημειακής μάζας, κινείται σε ελλειπτική τροχιά γύρω από τη Γη, με τη Γη να βρίσκεται στη θέση της μιας κυρίας εστίας Γ. Ο μεγάλος άξονας της έλλειψης είναι ο ΑΒ, όπου η απόσταση $(ΑΓ) = R$ και η απόσταση $(ΒΓ) = 3R$. Όταν ο δορυφόρος περνά από τη θέση Α, η κινητική του ενέργεια είναι K_A , ενώ όταν περνά από τη θέση Β, η κινητική του ενέργεια είναι K_B . Ο λόγος των κινητικών ενεργειών του δορυφόρου όταν περνά διαδοχικά από τις θέσεις Α και Β είναι:

(α) $\frac{K_A}{K_B} = \frac{1}{9}$, (β) $\frac{K_A}{K_B} = 3$, (γ) $\frac{K_A}{K_B} = 9$

37) Λεπτός ισοπαχής δακτύλιος κέντρου Ο και ακτίνας $R = 1m$ περιστρέφεται γύρω από άξονα $Z'Z$ που περνά από το Ο και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δακτυλίου συναρτήσει του χρόνου παριστάνεται γραφικά στο παρακάτω διάγραμμα. Θετική είναι η φορά περιστροφής αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού



(αριστερόστροφη).

4.1. Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση σε κάθε μια από τις πέντε επιμέρους κινήσεις του δακτυλίου και να εξηγήσετε το είδος κάθε επιμέρους κίνησης.

4.2. Να υπολογίσετε τη συνολική γωνία στροφής του δακτυλίου από $t = 0$ έως $t = 25s$.

4.3. Να παραστήσετε γραφικά, σε σύστημα ορθογώνιων βαθμολογημένων αξόνων, την αλγεβρική τιμή της ροπής που δέχεται στοιχειώδης μάζα $m = 0,1Kg$ του δακτυλίου από $t = 0$ έως $t = 25s$.