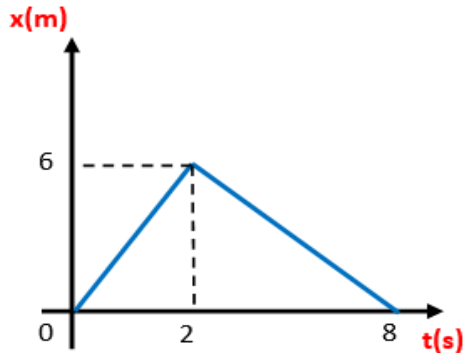
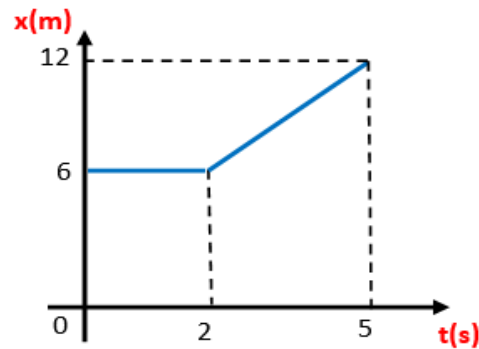


ΚΡΟΥΣΕΙΣ

- 1) Δύο σώματα αμελητέων διαστάσεων με μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 2m$ βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο άξονα, με το σώμα m_1 στην αρχή του άξονα (θέση 0). Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και η κίνηση των δύο σωμάτων πριν και μετά την κρούση περιγράφεται από τα διαγράμματα:



(1)



(2)

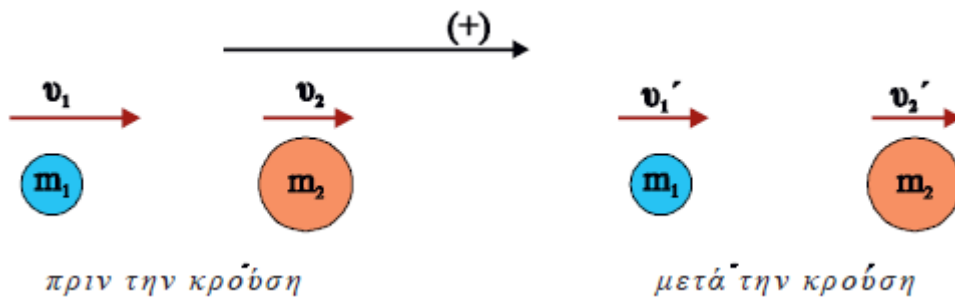
Η γραφική παράσταση (1) δίνει την θέση του σώματος m_1 συναρτήσει του χρόνου, ενώ η (2) δίνει τη θέση του σώματος μάζας m_2 . Τότε:

- (α) Η κρούση των δύο σωμάτων είναι ελαστική.
- (β) Η κρούση των δύο σωμάτων είναι ανελαστική.
- (γ) Η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική.

- 2) Σφαίρα μάζας m_1 ολισθαίνει με ταχύτητα μέτρου v_1 σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρας μάζας m_2 . Μετά την κρούση, η αρχικά κινούμενη σφαίρα ανακρούεται με ταχύτητα μέτρου $\frac{v_1}{5}$. Ο λόγος των μαζών των δύο σφαιρών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι

- (α) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3}$.
- (β) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{9}$.
- (γ) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{2}$.

- 3) Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και $m_2 = 2m_1$ κινούνται με ταχύτητες μέτρου v_1 και v_2 , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά και μετά την κρούση έχουν ταχύτητες με μέτρα v'_1 και v'_2 .



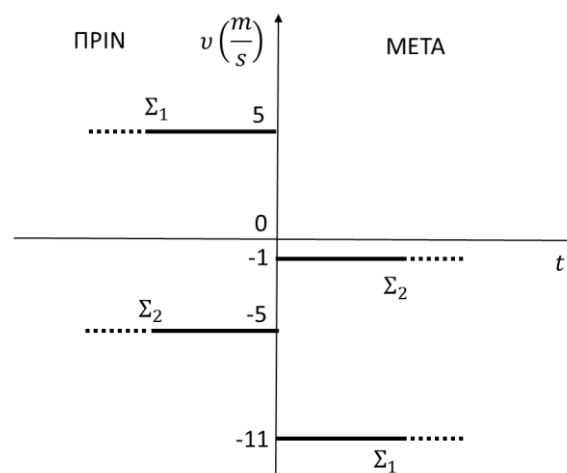
Εάν γνωρίζουμε ότι $v_1 = 2v_2$, τότε ο λόγος $\frac{v_1'}{v_2'}$ των μέτρων των ταχυτήτων των σφαιρών μετά την κρούση είναι

$$(\alpha) \frac{v_1'}{v_2'} = \frac{2}{5} \quad , \quad (\beta) \frac{v_1'}{v_2'} = \frac{3}{4} \quad , \quad (\gamma) \frac{v_1'}{v_2'} = \frac{2}{3}$$

- 4) Ένα σφαιρίδιο μάζας m_1 , που κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $\vec{v}_1$, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σφαιρίδιο μάζας m_2 . Αμέσως μετά την κρούση τα δύο σφαιρίδια έχουν αντίθετες ταχύτητες. Ο λόγος $\frac{m_2}{m_1}$ των μαζών των δύο σφαιριδίων είναι ίσος με:

(α) 2 (β) 3 (γ) 4

- 5) Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα που κινούνται αντίρροπα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούονται μετωπικά. Το σώμα Σ_1 έχει ταχύτητα $\vec{v}_1$ πριν την κρούση και $\vec{v}_1'$ μετά την κρούση. Το σώμα Σ_2 έχει ταχύτητα $\vec{v}_2$ πριν την κρούση και $\vec{v}_2'$ μετά την κρούση. Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο σωμάτων φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα:



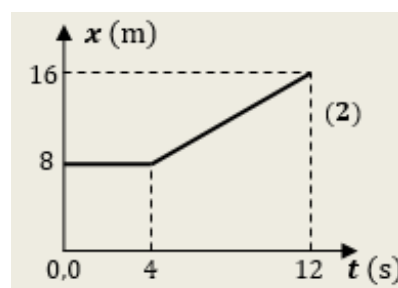
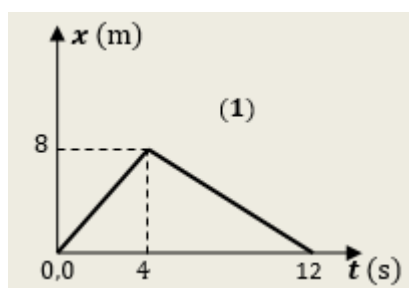
Με τη χρήση θεμελιακών αρχών που διέπουν τις κρούσεις να ελέγξετε αν η κρούση των δύο σφαιρών είναι:

(α) ελαστική
αλλά μη πλαστική

(β) πλαστική

(γ) ανελαστική

- 6) Δύο μεταλλικές σφαίρες, αμελητέων διαστάσεων, με μάζες m_1 και m_2 συγκρούονται κεντρικά σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Η θέση x κάθε σφαίρας, στην ευθεία γραμμή που ορίζουν τα κέντρα τους, μετριέται από κοινή αρχή ($x = 0$), πάνω σε αυτή την ευθεία. Η γραφική παράσταση της θέσης του σώματος m_1 φαίνεται στο Σχήμα (1) και του σώματος m_2 στο Σχήμα (2). Δίνεται ότι η χρονική διάρκεια της επαφής των δύο σωμάτων είναι αμελητέα και οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται.

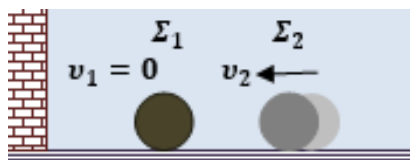


Με τη βοήθεια των δύο αυτών διαγραμμάτων, μπορούμε να συμπεράνουμε, ότι η κρούση των δύο σφαιρών είναι:

(α) Ελαστική , (β) Ανελαστική , (γ) Πλαστική

- 7) Δύο σφαίρες Σ_1 , Σ_2 , με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, είναι αρχικά ακίνητες σε λείο οριζόντιο δάπεδο, έτσι ώστε τα κέντρα τους να ορίζουν μια οριζόντια ευθεία κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο.

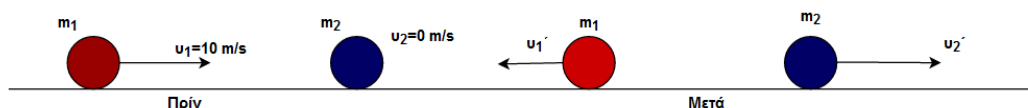
Εκτοξεύουμε τη σφαίρα Σ_2 με οριζόντια ταχύτητα μέτρου v_2 , τέτοια ώστε να πλησιάζει τη σφαίρα Σ_1 , όπως στην εικόνα.



Οι κρούσεις, τόσο μεταξύ των δύο σφαιρών, όσο και της σφαίρας Σ_1 με τον τοίχο, είναι κρούσεις κεντρικές και ελαστικές. Αν μετά την μεταξύ τους κρούση οι δύο σφαίρες κινούνται αντίθετα αλλά τελικά συγκρούονται και δεύτερη φορά, τότε για τις μάζες τους ισχύει η σχέση:

(α) $m_1 < m_2$, (β) $3 \cdot m_2 > m_1 > m_2$, (γ) $m_1 > 3 \cdot m_2$

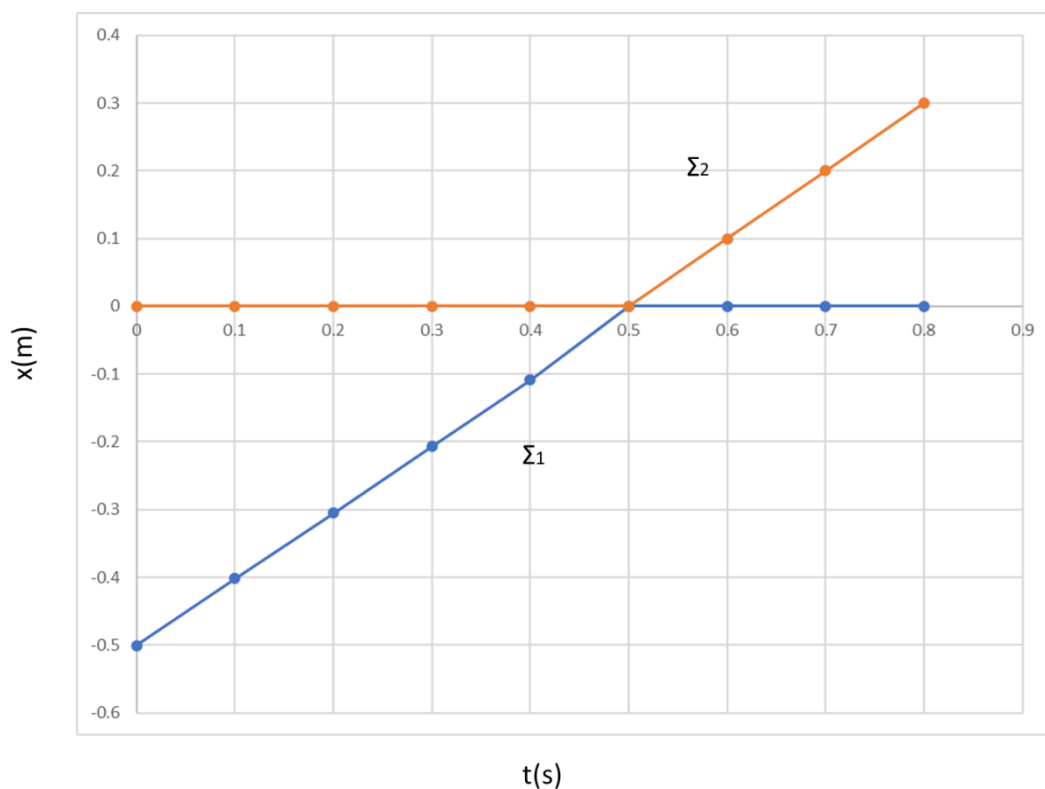
- 8) Δύο σφαίρες όπως οι μπάλες του μπιλιάρδου με μάζες $m_2 = 3m_1$ συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά μεταξύ τους. Η εικόνα τους πριν και μετά την κρούση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η πρώτη σφαίρα κινείται με ταχύτητα $v_1 = 10 \frac{m}{sec}$ ενώ η δεύτερη είναι ακίνητη $v_2 = 0$.



Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρεται στο σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση είναι:

(α) 75% , (β) 50% , (γ) 10%

- 9) Δύο (2) σημειακά αντικείμενα Σ_1 και Σ_2 , ίδιας μάζας $m_1 = m_2 = 1Kg$, συγκρούονται μετωπικά τη χρονική στιγμή $t = 0,5s$. Οι θέσεις των αντικειμένων σε συνάρτηση με τον χρόνο, πριν και μετά την κρούση, δίνονται στο διάγραμμα.



Για την κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής. Η κρούση είναι:

(α) ελαστική, (β) ανελαστική, (γ) πλαστική.

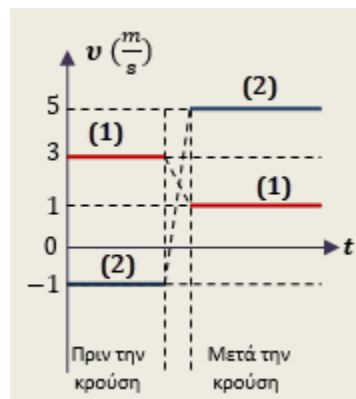
- 10)** Σώμα Σ_1 , μάζας m_1 , κινούμενο με ταχύτητα v_1 , συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα Σ_2 , μάζας m_2 . Το Σ_1 , μετά την κρούση δεν αλλάζει κατεύθυνση κίνησης ενώ αποκτά ταχύτητα $v'_1 = \frac{v_1}{2}$. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι ίσος με:

(α) $\frac{1}{3}$, (β) 1, (γ) $\frac{3}{1}$.

- 11)** Κατά τη μετωπική ελαστική κρούση δύο σφαιρών, για τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων τους v_1, v_2 πριν την κρούση και v'_1, v'_2 μετά την κρούση, ισχύει η σχέση:

(α) $v_1 - v_2 = v'_1 - v'_2$, (β) $v_1 - v_2 = v'_2 - v'_1$, (γ) $v_1 + v_2 = v'_1 + v'_2$.

- 12)** Στο διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των τιμών των ταχυτήτων δύο σφαιρών (1) και (2) οι οποίες συγκρούονται μεταξύ τους με κρούση κεντρική.



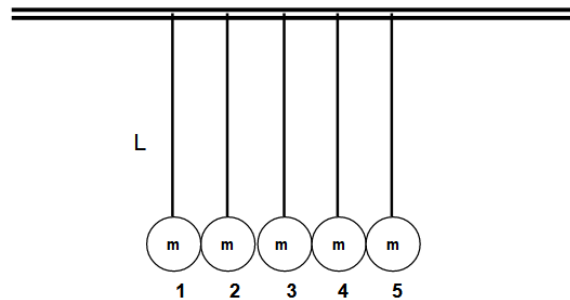
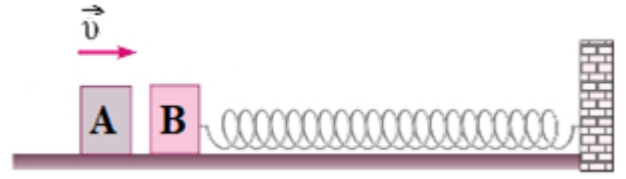
Από τις τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών, όπως δίνονται στο παραπάνω διάγραμμα, προκύπτει ότι η κρούση μεταξύ τους, ήταν:

(α) Πλαστική , (β) Ανελαστική αλλά όχι πλαστική , (γ) Ελαστική

- 13)** Ένα βλήμα διαπερνά ένα κιβώτιο που ήταν αρχικά ακίνητο, με μια κρούση κεντρική ασήμαντης χρονικής διάρκειας. Εάν η μηχανική ενέργεια που χάθηκε ως θερμική ενέργεια στο σύστημα είναι 100 J και η κινητική ενέργεια του βλήματος ελαττώθηκε κατά 180 J εξαιτίας της κρούσης, τότε η κινητική ενέργεια του κιβωτίου μετά το πέρασμα του βλήματος, είναι:

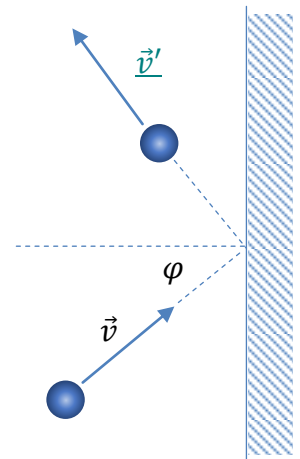
(α) 80 J , (β) 100 J , (γ) 20 J

- 14)** Πέντε όμοιες σφαίρες από χάλυβα είναι κρεμασμένες με νήματα ίδιου μήκους L όπως στο παρακάτω σχήμα. Στην αρχική τους θέση εφάπτονται η μία με την άλλη και τα νήματα είναι παράλληλα μεταξύ τους. Διατηρώντας το νήμα τεντωμένο, εκτρέπουμε την σφαίρα 5 κατά γωνία φ πάνω στο επίπεδο που ορίζουν τα νήματα, ώστε να ανέλθει σε ύψος h και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Αν θεωρήσουμε όλες τις κρούσεις κεντρικές και ελαστικές και το σύστημα απαλλαγμένο από τριβές, το αποτέλεσμα θα είναι:



- (α) η σφαίρα 5 να συγκρουστεί με τις άλλες που ηρεμούν και να ακινητοποιηθεί, ενώ μόνο η σφαίρα 1 θα κινηθεί, ανερχόμενη σε ύψος μεγαλύτερο από h .
 (β) να εκτραπούν όλες οι σφαίρες προς τα αριστερά κατά την ίδια γωνία φ .
 (γ) η σφαίρα 5 να συγκρουστεί με τις άλλες που ηρεμούν και να ακινητοποιηθεί, ενώ μόνο η σφαίρα 1 θα κινηθεί, ανερχόμενη σε ύψος h , ενώ οι σφαίρες 2, 3 και 4 θα παραμείνουν ακίνητες.

- 15)** Μπάλα μάζας m κυλίνεται σε οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου v και χτυπάει σε τοίχο υπό γωνία φ . Η εικόνα δείχνει κάτοψη της κρούσης. Η κρούση είναι ελαστική. Λόγω της κρούσης, η μεταβολή του μέτρου της ορμής και το μέτρο της μεταβολής της ορμής είναι αντίστοιχα



- (α) 0 και $2mv\sin\varphi$
 (β) 0 και $2mv\eta\mu\varphi$
 (γ) $2mv\eta\mu\varphi$ και $2mv\sin\varphi$

- 16)** Σώμα B, μάζας M , είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και δεμένο στην άκρη ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου, σταθεράς k . Το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και η άλλη άκρη του είναι ακλόνητα στερεωμένη. Σώμα A μάζας m κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα $\vec{v}$, κτυπά κεντρικά στο ακίνητο σώμα B. Για να έχουμε την ίδια μέγιστη

συσπείρωση του ελατηρίου ανεξάρτητα από το αν η κρούση είναι ελαστική ή πλαστική, θα πρέπει η σχέση μεταξύ των μαζών των δύο σωμάτων A και B να είναι

(α) $M = 3m$

(β) $M = \frac{m}{3}$

(γ) $M = \frac{m}{2}$

- 17)** Δύο σώματα A και B με μάζες m_A και m_B , αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά. Οι ταχύτητές τους πριν και μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνονται στο διπλανό διάγραμμα.

(α) Συμπεραίνουμε ότι η κρούση είναι ελαστική.

(β) Συμπεραίνουμε ότι η κρούση είναι ανελαστική.

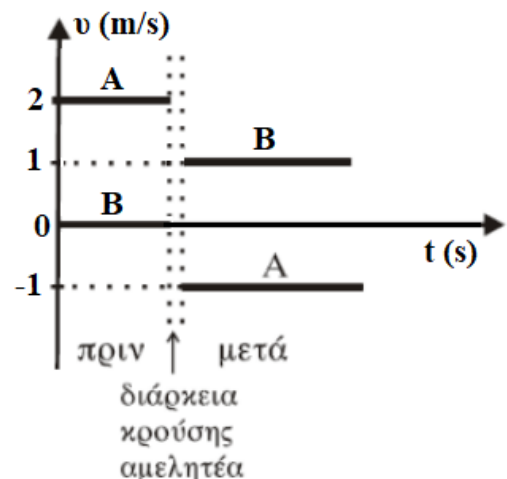
(γ) Δεν γνωρίζουμε το είδος της κρούσης επειδή δεν επαρκούν τα δεδομένα.

- 18)** Σώμα μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα μέτρου v_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Είναι δυνατό μετά την κρούση οι ταχύτητες των δύο σωμάτων, αντίστοιχα v_1' και v_2' , να συνδέονται μέσω της σχέσης $v_1' = \frac{2v_2'}{3}$;

(α) ναι, αλλά μόνο αν $m_2 < m_1$

(β) όχι

(γ) ναι, αλλά μόνο αν $m_2 > m_1$



- 19)** Σώμα μάζας m_1 , κινείται σε λείο οριζόντιο

δάπεδο με ταχύτητα $\vec{v}_1$, μέτρου $v_1 = 4 \frac{m}{s}$ και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Η ταχύτητα $\vec{v}_1'$ του σώματος μάζας m_1 μετά την κρούση είναι ομόρροπη της $\vec{v}_1$ και το μέτρο της ίσο με $2 \frac{m}{s}$.

4.1. Να δείξετε ότι ο λόγος των μαζών των δύο σωμάτων είναι $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}$.

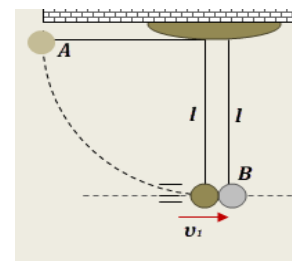
4.2. Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του σώματος m_2 μετά την κρούση.

4.3. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_2 αν γνωρίζετε ότι η μάζα του είναι $m_2 = 2 \text{ kg}$.

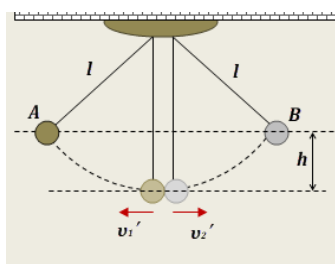
4.4. Αν το σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση εισέρχεται σε τραχύ δάπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu = 0.5$, να προσδιορίσετε τη μετατόπιση του σώματος αυτού στο τραχύ δάπεδο, από το σημείο εισόδου σε αυτό, μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται: $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

- 20)** Δύο μικρές σφαίρες A και B , με ίσες ακτίνες και μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, έχουν δεθεί στα κάτω άκρα μη ελαστικών νημάτων ίσου μήκους l , τα πάνω άκρα των οποίων είναι δεμένα στην ίδια οροφή (σχήμα). Όταν οι δύο σφαίρες ισορροπούν ακίνητες, τα νήματα που τις κρατούν είναι κατακόρυφα, οι σφαίρες εφάπτονται και τα κέντρα τους είναι στην ίδια οριζόντια ευθεία.



Εκτρέπουμε τη σφαίρα A από την αρχική θέση ισορροπίας της και την φέρνουμε σε θέση, όπου το κέντρο της ανήκει στο αρχικό κατακόρυφο επίπεδο και το νήμα της είναι τεντωμένο και οριζόντιο. Από τη θέση αυτή την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί, οπότε συγκρούεται με τη B κεντρικά και ελαστικά. Οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και διαπιστώσαμε ότι μετά την κρούση οι δύο σφαίρες κινούνται αντίθετα και φτάνουν ταυτόχρονα στο ίδιο ύψος ως προς το αρχικό οριζόντιο επίπεδο ηρεμίας τους (σχήμα).



Δίνεται ότι η μάζα της σφαίρας A είναι $m_1 = 300 \text{ g}$, το μήκος των νημάτων $l = 0,8 \text{ m}$ και ότι το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας μπορεί να θεωρηθεί $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

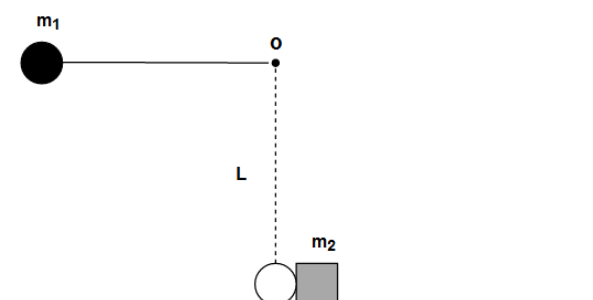
Για διευκόλυνση πράξεων, δίνεται κατά προσέγγιση ότι ισχύει $\sqrt{7} \cong \frac{8}{3}$.

Να υπολογίσετε:

4.1. Τη μάζα m_2 της σφαίρας B .

4.2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής της σφαίρας A ακριβώς πριν την σύγκρουσή της με την ακίνητη B , ενώ το νήμα της έχει γίνει κατακόρυφο.

- 21)** Μια ατσάλινη σφαίρα μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$ είναι δεμένη σε ένα νήμα μήκους $L = 1,8 \text{ m}$ που δεν έχει βάρος και δεν είναι ελαστικό.



Αρχικά η σφαίρα ανυψώνεται ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο σε οριζόντια διεύθυνση. Στη συνέχεια η σφαίρα ελευθερώνεται. Στο χαμηλότερο σημείο της

τροχιάς της η σφαίρα συγκρούεται με ένα χαλύβδινο σώμα μάζας $m_2 = 1\text{ kg}$ που αρχικά ισορροπεί και μπορεί να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η σύγκρουση είναι μετωπική και ελαστική. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι $\mu = 0,2$ να υπολογίσετε:

4.1. τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.

4.2. το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας που μεταφέρθηκε στο χαλύβδινο σώμα κατά την κρούση.

4.3. το διάστημα που θα διανύσει το χαλύβδινο σώμα μέχρι να σταματήσει και η μέγιστη γωνία ($\sigmaυν\varphi$) που σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφη μετά την κρούση.

Στην πραγματικότητα η κρούση δεν είναι ελαστική, αλλά το ένα τρίτο ($\frac{1}{3}$) της αρχικής μηχανικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμότητα και ηχητική ενέργεια.

4.4. Να υπολογίσετε τις νέες ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.

Η διάρκεια της κρούσης να θεωρηθεί ότι είναι πολύ μικρή.